

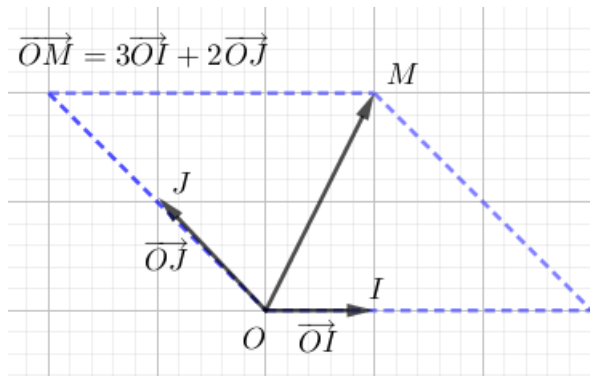
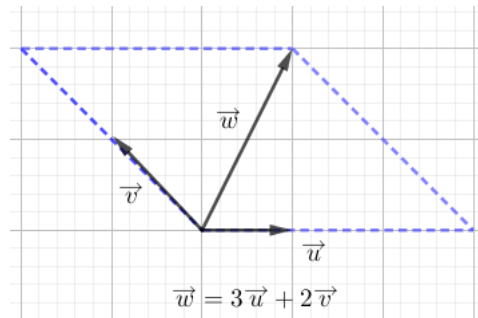
Coordonnées d'un vecteur, d'un point

Base de l'ensemble des vecteurs et repère (cartésien) dans le plan

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non colinéaires du plan. On montre alors, que pour tout vecteur $\vec{w}$ dans $\mathcal{V}$, il existe un unique couple de nombres réels (x, y) tel que :

$$\vec{w} = x\vec{u} + y\vec{v}.$$

On dit que le couple $(\vec{u}, \vec{v})$ est une **base** de $\mathcal{V}$ et x et y sont les **coordonnées** de $\vec{w}$ dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$.



La donnée d'un **repère** (cartésien) dans le plan est la donnée d'un triplet $(O, \vec{u}, \vec{v})$ où O est un point du plan et les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non colinéaires. Ce qui revient à se donner trois points O, I et J non alignés dans la plan ($\vec{OI}$ et $\vec{OJ}$ ne sont donc pas colinéaires).

Dans un plan muni d'un repère, tout M est repéré par, ses coordonnées dans ce repère, les nombres réels x et y tels que :

$$\vec{OM} = x\vec{OI} + y\vec{OJ}.$$

Les coordonnées du point M sont donc les coordonnées du vecteur $\vec{OM}$ dans la base $(\vec{OI}, \vec{OJ})$.

On écrit alors $M(x, y)$, $M(x; y)$ ou bien $M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

Usages

En Mathématiques, les repères sont notés $(O, \vec{i}, \vec{j})$. En Sciences physiques, on rencontre souvent l'écriture $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$.

Coordonnées et opérations sur les vecteurs

Le plan est muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Soit dans $\mathcal{V}$:

$$\vec{V}_1 = x_1 \vec{i} + y_1 \vec{j} \quad \text{et} \quad \vec{V}_2 = x_2 \vec{i} + y_2 \vec{j}.$$

Soit $\lambda \in \mathbb{R}$.

Les règles de calcul dans $\mathcal{V}$ permettent d'écrire :

$$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = (x_1 + x_2) \vec{i} + (y_1 + y_2) \vec{j},$$

$$\lambda \vec{V} = (\lambda x) \vec{i} + (\lambda y) \vec{j}.$$

On pourra démontrer la proposition qui suit en exercice.

Propriété (Vecteur et coordonnées).

Soit $\vec{V} = x \vec{i} + y \vec{j}$ dans $\mathcal{V}$. Soient $A(a_1, a_2)$ et $B(b_1, b_2)$ deux points du plan tels que : $\vec{V} = \overrightarrow{AB}$.

On a alors :

$$(x, y, z) = (b_1 - a_1, b_2 - a_2). \quad (1)$$

Définition 1 - Repères

Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère du plan. Soit I et J les points du plan tels que :

$$\overrightarrow{OI} = \vec{i} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{OJ} = \vec{j}.$$

On dit que le repère est orthogonal si les droites (OI) et (OJ) sont perpendiculaires. Le repère est dit orthonormé s'il est orthogonal et si les longueurs de $[OI]$ et $[OJ]$ sont égales à l'unité.