
S'exercer sur les droites dans le plan et leurs applications

Exercice 1.

Soit d la droite de vecteur directeur $\vec{u}(4; 2)$ et passant par le point $A(-3; -3)$. Montrer que le point $B(11; 4)$ appartient à cette droite.

Exercice 2.

Dans un repère orthonormé du plan on considère les points $A(2; -3)$, $B(-2; -4)$, $C(4; -3)$, et $D(8; -2)$. Montrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Exercice 3.

Donner deux vecteurs directeurs de la droite d , d'équation réduite $y = -\frac{1}{3}x - 2$.

Exercice 4.

Dans un repère orthonormé du plan, on donne les points $A(2; -5)$, $B(-4; \frac{25}{2})$ et le vecteur $\vec{u}(-2; 6)$. Déterminer une équation cartésienne de la droite d passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$. Le point B appartient-il à d ?

Exercice 5.

Dans un repère orthonormé du plan, déterminer une équation cartésienne de la droite d' passant par les points $C(-2; \frac{1}{2})$ et $D(4; -3)$. Donner une représentation graphique de cette droite.

Exercice 6.

Soit ABC un triangle et K est le point tel que $\vec{AK} = \vec{AB} + 2\vec{AC}$. On note M le milieu du segment $[AB]$ et I le milieu du segment $[MC]$.

1. Exprimer le vecteur $\vec{AI}$ en fonction des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$.

2. En déduire que les points A , I et K sont alignés.
-

Exercice 7.

ABC est un triangle quelconque. On définit trois points D , E et F par :

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \text{ et } \overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$$

Soit I et J les milieux respectifs de $[AB]$ et $[CD]$.

1. Construire D , E , F , I et J .
 2. Montrer que les droites (DE) et (BF) sont parallèles.
 3. Montrer que les points I , E et D sont alignés.
 4. Montrer que les points B , F et J sont alignés.
-

Exercice 8.

Représenter dans le plan $\mathcal{P}$ les ensembles de points $(x; y)$ du plan $\mathcal{P}$ tels que

1. $|x| = 3$, 2. $|x| = |y|$, 3. $|x| < 3$, 4. $|y| \geq 3$.

Représentent-ils des droites?

Exercice 9.

Soit $\mathcal{D}$ la droite d'équation $x + y = 1$.

1. Trouver les équations cartésienne et paramétrée de la droite symétrique à $\mathcal{D}$ par rapport à l'axe des y et ensuite, par rapport à l'origine. On la note $\mathcal{D}'$. Concevoir un schéma de cette situation.
 2. Trouver les équations cartésienne et paramétrée de la droite symétrique à $\mathcal{D}$ par rapport à la droite d'équation $y = 2x - 1$ et ensuite, par rapport au point $A(1, -2)$. On la note $\mathcal{D}''$. Concevoir un schéma de cette situation.
-

Exercice 10.

Soit $\mathcal{D}$ la droite d'équation $2x - y - 1 = 0$.

1. Trouver les équations cartésienne et paramétrée de la droite $\mathcal{D}'$, parallèle à $\mathcal{D}$ et qui passe par l'origine du repère.
 2. Trouver les équations cartésienne et paramétrée de la droite $\mathcal{D}''$, perpendiculaire à $\mathcal{D}$ et qui passe par l'origine.
 3. Représenter dans le même repère les droites $\mathcal{D}$, $\mathcal{D}'$ et $\mathcal{D}''$.
-

Exercice 11.

Dans un plan $\mathcal{P}$ rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère le point $A\left(1; \frac{11}{6}\right)$ et la droite $\mathcal{D}$, d'équation $2x + 3y - 1 = 0$.

1. Déterminer l'équation cartésienne de la droite $\mathcal{D}'$, parallèle à $\mathcal{D}$ et qui passe par A .
 2. Déterminer l'équation cartésienne de la droite $\mathcal{D}''$, perpendiculaire à $\mathcal{D}$ et qui passe par A .
 3. Déterminer le point d'intersection des droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}''$.
-

Exercice 12.

1. Représenter le triangle $\mathcal{T}$, de sommets $O(0; 0)$, $A(-1; 2)$ et $B(2; 1)$ dans un repère orthonormé.
 2. Trouver les équations cartésiennes des droites (OA) , (OB) et (AB) .
 3. En déduire que le triangle $\mathcal{T}$ est rectangle en O .
 4. Est-il isocèle?
-

Exercice 13.

Soient deux droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$, concourantes au point A . On suppose que leurs équations cartésiennes sont respectivement $3x + y - 4 = 0$ et $2x - y + 1 = 0$.

1. Représenter les deux droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ dans un repère orthonormé.
 2. Trouver les coordonnées du point A .
 3. Soit M un point du plan et $(x_M; y_M)$ sa représentation dans un repère orthonormé. Calculer en fonction de x_M et de y_M sa distance à la droite $\mathcal{D}$, puis sa distance à la droite $\mathcal{D}'$.
 4. En déduire les équations cartésiennes des deux droites bissectrices des quatre angles définis par $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$.
-

Exercice 14.

On reprend les droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ définies dans l'exercice précédent.

1. Donner des vecteurs directeurs de ces droites.
 2. En déduire leurs équations paramétrées.
 3. En utilisant ces dernières équations, trouver les coordonnées du point d'intersection A .
-

Exercice 15.

Déterminer l'angle formé par les deux droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ d'équations paramétrées respectives :

$$\begin{cases} x(t) = \alpha t + a \\ y(t) = \beta t + b \end{cases} \quad \begin{cases} x(t) = \alpha' t + a' \\ y(t) = \beta' t + b' \end{cases}$$

Exercice 16.

Soit a, b et c trois nombres non nuls. Montrer que le quadrilatère délimité par les quatre droites d'équations

$$ax + by + c = 0, \quad ax - by + c = 0, \quad -ax + by + c = 0, \quad -ax - by + c = 0$$

est un losange.

Exercice 17.

On munit le plan $\mathcal{P}$ de deux repères orthonormés $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et $(O, \vec{i}', \vec{j}')$, notés respectivement $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$. Tout point M du plan $\mathcal{P}$ est alors identifié au couple $(x; y)$ par rapport au repère $\mathcal{R}$ et $(x'; y')$ par rapport au repère $\mathcal{R}'$: $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} = x'\vec{i}' + y'\vec{j}'$. On pose $\vec{i}' = \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}$ et $\vec{j}' = \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} - \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}$.

1. Représenter graphiquement les deux repères dans le plan $\mathcal{P}$.
 2. Soit $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ deux droites d'équations (dans $\mathcal{R}$) $x + y = 0$ et $x - y = 0$. Que deviennent-elles dans le repère $\mathcal{R}'$?
 3. Exprimer les coordonnées x' et y' d'un point M quelconque du plan $\mathcal{P}$ en fonction de x et y .
 4. Soit $\mathcal{D}'_1$ et $\mathcal{D}'_2$ deux droites d'équations (dans $\mathcal{R}$) $x - 1 = 0$ et $y - 2 = 0$. Que deviennent-elles dans le repère $\mathcal{R}'$?
 5. Les droites $\mathcal{D}'_1$ et $\mathcal{D}'_2$ peuvent-elles définir un nouveau repère $\mathcal{R}''$ du plan $\mathcal{P}$?
 6. Exprimer dans le repère $\mathcal{R}''$ les coordonnées x'' et y'' d'un point M quelconque du plan $\mathcal{P}$ en fonction de x et de y .
-