

S'exercer sur les fractions : corrigé des exercices

Exercice 1

1. **Egalité de fractions : trouver la valeur de l'entier n tel que :**

a. $\frac{n}{5} = \frac{6}{10}$

b. $\frac{-2}{11} = \frac{n}{33}$

c. $\frac{1}{2} = \frac{-3}{n}$

d. $\frac{48}{72} = \frac{4}{n}$

Réponses

a. $n = 3$

b. $n = -6$

c. $n = -6$

d. $n = -6$

2. **Simplifier des fractions : proposer une seconde écriture de la fraction à l'aide de termes plus petits.**

a. $\frac{10}{65} = \frac{2}{13}$

b. $\frac{32}{84} = \frac{16}{42} = \frac{8}{21}$

c. $\frac{70}{240} = \frac{7}{24}$

d. $\frac{18}{51} = \frac{6}{17}$

3. **Fractions irréductibles : donner la forme irréductible de chaque fraction.**

a. $\frac{20}{36} = \frac{5}{9}$

b. $\frac{8}{28} = \frac{2}{7}$

c. $\frac{120}{35} = \frac{24}{7}$

d. $\frac{48}{172} = \frac{12}{43}$

4. **Fractions décimales : les nombres désignés par les fractions suivantes sont-ils décimaux ?**
La réponse est « oui » pour tous les nombres proposés aux questions a) b) et d) et « non » pour la question c) car :

a. $\frac{-12}{6} = -2$

b. $\frac{32}{-125} = -\frac{256}{1000}$

c. $\frac{32}{24} = \frac{4}{3}$

d. $\frac{-3^2}{(-2)^3} = \frac{3^2}{2^3} = \frac{3^2 \times 5^3}{2^3 \times 5^3} = \frac{3^2 \times 5^3}{1000}$

Exercice 2

1. Fractions égales : repérer les fractions égales dans la liste suivante.

$$\frac{15}{27} = \frac{5}{9}; \frac{36}{20} = \frac{144}{80}; \frac{6}{14} = \frac{3}{7} = \frac{12}{28} = \frac{39}{91}.$$

2. Classer des fractions : relier par l'un des symboles « < », « > » ou « = » les fractions suivantes pour les comparer.

a. $\frac{5}{6} > \frac{7}{9}$

b. $\frac{22}{9} < \frac{30}{8}$

c. $\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$

d. $\frac{48}{72} > \frac{4}{7}$

3. Classer des fractions : relier par l'un des symboles « < », « > » ou « = » les fractions suivantes pour les comparer.

a. $\frac{-6}{5} > \frac{9}{-7}$

b. $\frac{-21}{7} = \frac{-30}{10}$

c. $\frac{-12}{5} > \frac{-12}{3}$

d. $\frac{-49}{70} < \frac{-4}{7}$

4. Soit a, b, c, d des nombres réels avec $b \neq 0, d \neq 0$ et $b + d \neq 0$, tels que $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$. Comparer, en discutant le signe de b et d , les nombres $\frac{a+c}{b+d}$ et $\frac{a}{b}$.

Pour comparer les nombres $\frac{a+c}{b+d}$ et $\frac{a}{b}$, effectuons leur différence.

On a

$$\frac{a+c}{b+d} - \frac{a}{b} = \frac{(a+c)b - a(b+d)}{(b+d)b} = \frac{bc - ad}{(b+d)b}.$$

Or

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$$

soit

$$\frac{ad - bc}{bd} < 0.$$

Autrement dit $ad - bc$ et db sont de signes contraires et donc $-ad + bc$ est du signe de db et par conséquent,

$$\frac{a+c}{b+d} - \frac{a}{b} \text{ est du signe de } \frac{db}{(b+d)b} \text{ ou encore de } \frac{d}{(b+d)}.$$

On a donc les quatre cas suivants :

— Si $d > 0$ et $b < -d$ alors $\frac{d}{(b+d)} < 0$ et donc $\frac{a+c}{b+d} < \frac{a}{b}$.

— Si $d > 0$ et $b > -d$ alors $\frac{d}{(b+d)} > 0$ et donc $\frac{a+c}{b+d} > \frac{a}{b}$.

— Si $d < 0$ et $b < -d$ alors $\frac{d}{(b+d)} > 0$ et donc $\frac{a+c}{b+d} > \frac{a}{b}$.

— Si $d < 0$ et $b > -d$ alors $\frac{d}{(b+d)} < 0$ et donc $\frac{a+c}{b+d} < \frac{a}{b}$.

Exercice 3

1. **Conversion en d'autres fractions : donner deux fractions de même dénominateur telles que chacune soit égale à l'une des deux fractions proposées.**

a. $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$ et $\frac{11}{9} = \frac{22}{18}$

b. $\frac{15}{16} = \frac{75}{80}$ et $\frac{8}{5} = \frac{128}{80}$

c. $\frac{15}{7} = \frac{195}{91}$ et $\frac{7}{13} = \frac{49}{91}$

d. $\frac{19}{6} = \frac{209}{66}$ et $\frac{7}{11} = \frac{42}{66}$

2. **Conversion en divers formats : retrouver toutes les présentations possibles de chaque valeur proposée.**

— La fraction $\frac{4}{5}$ a pour valeur décimale 0,8 et est associée à 80%.

— La fraction $\frac{27}{100}$ a pour valeur décimale 0,27 et est associée à 27%.

— La fraction $\frac{83}{1000}$ a pour valeur décimale 0,083 et est associée à 8,3%.

Exercice 4 Opérations avec des fractions ; calculer et simplifier en fraction irréductible.

1. a. $\frac{5}{6} \times \frac{11}{9} = \frac{55}{54}$

b. $\frac{-15}{16} \times \frac{17}{-16} = \frac{15 \times 17}{16 \times 16} = \frac{255}{256}$

c. $\frac{12}{-37} \times \frac{37}{13} = -\frac{12}{13}$

d. $\frac{-19}{-26} \times \frac{15}{-38} = -\frac{19 \times 15}{26 \times 38} = \frac{-19 \times 15}{26 \times 19 \times 2} = \frac{-15}{52}$

2. a. $-\frac{\frac{5}{6}}{\frac{-11}{9}} = \frac{5}{6} \times \frac{9}{11} = \frac{5 \times 3 \times 3}{2 \times 3 \times 11} = \frac{15}{22}$

b. $\frac{-\frac{1}{-12}}{\frac{-7}{36}} = \frac{1}{12} \times \frac{-36}{7} = \frac{-3 \times 12}{12 \times 7} = -\frac{3}{7}$

c. $\frac{\frac{15}{6}}{\frac{18}{25}} = \frac{15}{6} \times \frac{25}{18} = \frac{5 \times 3 \times 25}{2 \times 3 \times 18} = \frac{125}{36}$

d. $\frac{\frac{-14}{17}}{\frac{11}{-19}} = \frac{14}{17} \times \frac{19}{11} = \frac{266}{187}$

3. a. $\frac{-5}{9} + \frac{11}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

b. $\frac{5}{-16} + \frac{-21}{8} = \frac{-5 - 21 \times 2}{16} = \frac{-47}{16}$

c. $\frac{12}{37} + \frac{-37}{13} = \frac{12 \times 13 - 37 \times 37}{37 \times 13} = \frac{-1213}{481}$

d. $\frac{-19}{26} + \frac{-15}{38} = \frac{-19 \times 19 - 15 \times 13}{2 \times 13 \times 19} = \frac{-556}{2 \times 247} = \frac{278}{247}$

$$4. \quad \mathbf{a.} \quad 7 \times \left(\frac{-5}{9} + \frac{11}{9} \right) = 7 \times \frac{6}{9} = \frac{42}{9}$$

$$\mathbf{b.} \quad \frac{-2}{3} \times \left(\frac{-5}{11} + \frac{21}{-5} \right) = \frac{-5 \times (-2)}{11} + \frac{2 \times 21}{5} = \frac{5 \times 10 + 11 \times 42}{55} = \frac{512}{55}$$

$$\mathbf{c.} \quad \frac{12}{37} - \frac{2}{3} \times \left(\frac{12}{13} - \frac{1}{7} \right) = \frac{12}{37} - \frac{2 \times 12}{3 \times 13} + \frac{2}{3 \times 7} = -\frac{1978}{10101}$$
