
S'exercer sur la proportionnalité : corrigé des exercices

Exercice 1

Les listes suivantes sont-elles proportionnelles ?

3	7
9	21

Comme $\frac{9}{3} = \frac{21}{7}$, les deux listes sont proportionnelles.

-2	12
5	-30

Comme $\frac{5}{-2} = \frac{-30}{12}$ les deux listes sont proportionnelles.

3	7
7	10

Les deux listes ne sont pas proportionnelles. En effet, on a $3 \times 10 \neq 7 \times 7$.

π	3,14
$\frac{44}{7}$	6,28

On a $\pi \times 6,28 \neq 3,14 \times \frac{44}{7}$ donc les deux listes ne sont pas proportionnelles.

Exercice 2

Même question pour les listes suivantes.

-1	-2	-3
1	2	3

On a $\frac{-1}{1} = \frac{-2}{2} = \frac{-3}{3}$ et donc les deux listes sont proportionnelles.

2,4	7,2	28,8	144
2	6	24	144

On a $\frac{2,4}{2} = 1,2$ alors que $\frac{144}{144} = 1$.
les deux listes ne sont pas proportionnelles.

2	2+4	4
3	3+4	6

Les deux listes ne sont pas proportionnelles car $\frac{2+4}{3+4} \neq \frac{2}{3}$.

Exercice 3

Compléter les tableaux suivants de telle sorte que les listes (horizontales) qui les composent soient proportionnelles.

1	3	6	10	5
3	9	18	30	15

1	5	14	30	220	91	140
4	20	56	120	880	364	560

Sachant que les coefficients de proportionnalité du premier tableau est 3 et celui du second, 4, on complète chaque case vide en multipliant ou en divisant par le coefficient de proportionnalité du tableau.

Exercice 4

Pour quelles valeurs du paramètre réel m le tableau représente-t-il une situation de proportionnalité?

2	3
-2	$2+m$

Pour que ce premier tableau représente une situation de proportionnalité, il faut et il suffit que $2(2+m) = -2 \times 3$, autrement dit $4+2m = -6$, ou encore $m = \frac{-10}{2} = -5$.

$1-m$	-3
8	$1+m$

Pour ce deuxième tableau, $(1-m)(1+m) = -3 \times 8$, autrement dit $m^2 = 25$, c'est-à-dire, $m = 5$ ou $m = -5$.

$m+3$	$m-3$
$m+2$	$m-2$

Pour ce troisième tableau, par un calcul analogue aux deux précédents, le nombre réel m doit vérifier l'équation $(m+3)(m-2) = (m+2)(m-3)$, qui, une fois réduite, devient $-m = m$. D'où $m = 0$.

Exercice 5

En fin de matinée, un pompiste présente deux listes de valeurs regroupées dans le tableau suivant :

PRIX (en euros)	39,0	52,0	19,5	65,0	32,5	58,5	26,0	45,5	71,5
VOLUME (en litres)	30	40	15	50	25	45	20	35	55

Sont-elles proportionnelles? si oui, préciser le coefficient de proportionnalité.

Si elles le sont, le coefficient de proportionnalité est $\frac{30}{39} = \frac{10}{13}$. De plus, on peut remarquer :

$$30 = 2 \times 15 \text{ et } 39,0 = 2 \times 19,5 \quad ; \quad 45 = 3 \times 15 \text{ et } 58,5 = 3 \times 19,5.$$

$$40 = \frac{4}{3} \times 30 \text{ et } 52 = \frac{4}{3} \times 39,0 \quad ; \quad 20 = \frac{40}{2} \text{ et } 26,0 = \frac{52,0}{2}.$$

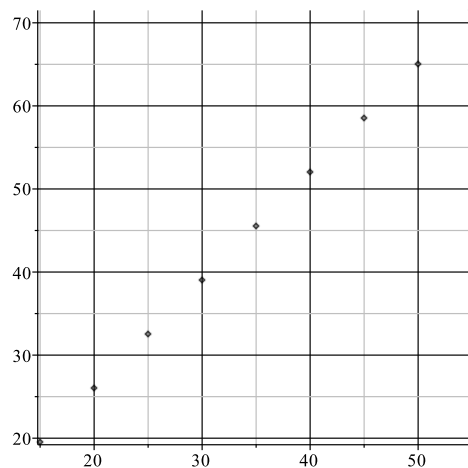
$$35 = 20 + 15 \text{ et } 45,5 = 26,0 + 19,5 \quad ; \quad 55 = 20 + 35 \text{ et } 71,5 = 26,0 + 45,5.$$

$$50 = 15 + 35 \text{ et } 65,0 = 19,5 + 45,5 \quad ; \quad 25 = \frac{50}{2} \text{ et } 32,5 = \frac{65,0}{2}.$$

Pour tout prix a et tout volume b on a $\frac{a}{b} = \frac{10}{13}$. On en déduit que les listes sont proportionnelles.

Tracer dans un repère, le graphique qui correspond à ce tableau.

Le graphique, représentant des points alignés, est le suivant :



Exercice 6

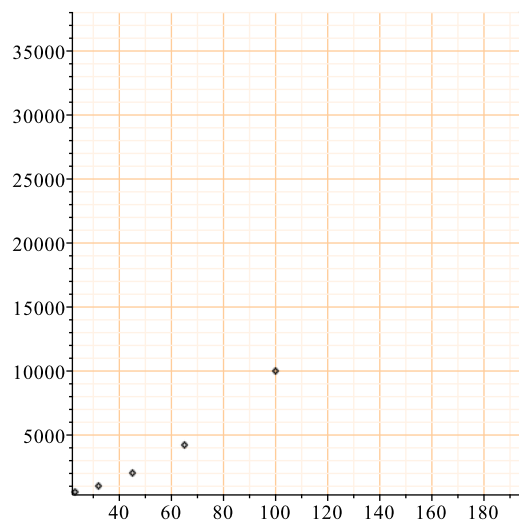
Un agent immobilier a établi le tableau suivant sur des lots de terrain tous de forme carrée :

côté du lot	100	195	65	32	45	23
aire du lot	10 000	38025	4225	1024	2025	529

Les deux lignes de ce tableau sont-elles en proportionnalité? Expliquer pourquoi.

Pour obtenir la valeur de l'aire du lot on multiplie la valeur du côté du lot par elle-même. La valeur par laquelle on multiplie les nombres de la première ligne pour obtenir la deuxième n'est pas la même pour toutes les colonnes; il ne s'agit donc pas d'un tableau de proportionnalité.

Tracer le graphique qui correspond à ce tableau. Commenter.



Les points de ce graphique ne sont pas alignés. Ils ne correspondent pas à une situation de proportionnalité.

Exercice 7

Sur une carte à l'échelle $\frac{1}{2\,000\,000}$, la distance à vol d'oiseau entre Londres et Paris est de 16,8 cm. Quelle est la distance réelle entre les deux villes?

Un centimètre correspond à 2 000 000 cm en réalité, et donc la distance réelle entre les deux villes est de $16,8 \times 2\,000\,000$ cm soit 33 600 000 cm ou encore 336 km.

Exercice 8

La superficie totale de la Terre est de $510\,065\,000\text{ km}^2$ dont 70,8% est couverte d'eau, Quelle superficie de la Terre est couverte d'eau?

Il s'agit de calculer les 70,8% de 510 065 000 soit de calculer

$$70,8 \times \frac{510\,065\,000}{100} = 708 \times 510\,065 = 361\,126\,020 \text{ km}^2.$$

Exercice 9

La distance entre Limoges et Paris avoisine les 380 km. Un train démarre de Limoges à 6h20 et arrive à la gare d'Austerlitz à 9h10. Quelle est la vitesse moyenne du train? L'exprimer en km/h et en m/s.

Entre 6h20 et 9h10 il s'écoule $9\text{h}10\text{mn} - 6\text{h}20\text{mn} = 3\text{h} - 10\text{mn} = 2\text{h}50$.

Le train roule donc pendant 2h50 et parcourt 380 km soit 380 000m. Or 2h et 50 minutes correspondent à $2 \times 60 + 50 = 170$ minutes soit 170×60 secondes. Le train roule à une vitesse de $\frac{380 \times 1000}{170 \times 60} = 37,25 \text{ m/s}$.

Ou encore $37,25 \times \frac{3600}{1000} = 134,10 \text{ km/h}$.

Exercice 10

Sur 1024 personnes interrogées par un institut de sondage, 468 ne lisent pas de journaux. Quel est le pourcentage de personnes sondées qui lisent au moins un journal?

Les 468 sur 1024 représentent un pourcentage de $\frac{100}{1024} \times 468 \approx 45,70\%$ de personnes qui ne lisent pas de journaux.

Le reste des personnes soit 54,30% des sondés lisent au moins un journal.

Exercice 11

Après une augmentation de 55% en juin, le coût du gasoil a baissé de 28% en novembre. Sachant qu'au mois de mai, un litre de gasoil coûtait 1,1 euros quel est son prix au mois de décembre? De quel pourcentage a-t-il finalement augmenté entre le mois de mai et le mois de décembre?

En décembre le litre de gasoil coûte

$$\left(1 + \frac{55}{100}\right) \times \left(1 - \frac{28}{100}\right) \times 1,1 \approx 1,12 \times 1,1 \approx 1,23 \text{ euros}.$$

Le coefficient multiplicateur est de 1,12. Il a donc augmenté de 12%.

Exercice 12

Pour fabriquer une boisson sucrée, il faut mélanger 3 doses de sirop et 5 doses d'eau. Quelle quantité (en litres) d'eau a-t-on besoin pour obtenir 6 litres de cette boisson.

Pour fabriquer cette boisson les proportions sont de $\frac{3}{8}$ de sirop et $\frac{5}{8}$ d'eau. Et donc pour en fabriquer 6 litres on prendra

$$6 \times \frac{3}{8} = \frac{9}{4} \text{ litres de sirop et } 6 \times \frac{5}{8} = \frac{15}{4} \text{ litres d'eau.}$$

Soit 2, 25 litres de sirop et 3,75 litres d'eau.

Exercice 13

En l'an 2000, le nombre de voitures vendues en France a été de 2 134 000 réparti comme suit :

- 602 000 "Renault";
- 602 000 "Peugeot";
- 262 000 "Citroen";

et des voitures de marque étrangères.

1. **Combien s'est-il vendu de voitures étrangères en France, cette année-là?**

$$2\,134\,000 - (602\,000 + 602\,000 + 262\,000) = 668\,000 \text{ de voitures étrangères.}$$

2. **Quel pourcentage représentent-elles sur le nombre global de voitures vendues?**

Le pourcentage des voitures étrangères sur le total des voitures vendues en France, en 2000, est égal à $\frac{668}{2\,134} \times 100 \approx 31,30\%$.

3. **Quel pourcentage représentent les voitures "Renault" sur le nombre global des voitures françaises?**

Le nombre de voitures françaises est de $602\,000 + 602\,000 + 262\,000 = 1\,466\,000$.

Les 602 000 voitures "Renault" représente $\frac{602}{1466} \times 100 \approx 41,06\%$ des voitures françaises.

Exercice 14

Un produit a augmenté une première fois de 15% et une seconde fois de 12% coûte finalement, après ces augmentations, 189 euros? Quel était son prix initial?

Calculons le coefficient multiplicateur de l'augmentation global. Il vaut :

$$\left(1 + \frac{15}{100}\right) \times \left(1 + \frac{12}{100}\right) \approx 1,29.$$

Le produit a donc subi une augmentation de 29% qui, bien sûr, ne correspond pas à la somme des pourcentages d'augmentation $15\% + 12\% = 27\%$.

Puisqu'au final il coûte 189 euros, son prix initial P vérifie $1,288 \times P = 189$, on a

$$P = \frac{189}{1,288} \approx 146,74 \text{ euros.}$$

Exercice 15

De quel pourcentage faudra-t-il augmenter la longueur des côtés d'un morceau de tissu rectangulaire pour que son aire augmente de 30% ?

Soit L et l les longueurs des cotés du rectangle. L'aire du rectangle est égale au produit $L \times l$.

Pour obtenir une augmentation de 30% sur un coupon rectangulaire, il faut que l'aire finale soit égale à 1,3 fois l'aire de départ.

En supposant que les augmentations sur les côtés sont égales à α , L'aire augmentée vaut :

$$(L + \alpha L)(l + \alpha l) = 1,3Ll.$$

Par conséquent l'augmentation α vérifie $(1 + \alpha)^2 = 1,3$.

D'où, $1 + \alpha = \sqrt{1,3} \approx 1,14$ et l'augmentation en pourcentage de chaque côté du coupon est de 14%.

Exercice 16

Un couple travaille dans une entreprise. Lise gagne 50% de plus que Bruno. Le salaire de Bruno est augmenté de 12,5 % et celui de Lise de 5 %. On note x le salaire mensuel de Bruno et y , celui de Lise.

1. **Sachant que le salaire mensuel initial de Bruno est de 1200 euros; quel est le nouveau revenu mensuel du couple?**

Pour $x = 1200$, $y = 1,5x = 1800$.

Après les augmentations le salaire de Bruno est de $\left(1 + \frac{12,5}{100}\right) \times 1200 = 1350$ euros et celui

de Lise $\left(1 + \frac{5}{100}\right) \times 1800 = 1890$ euros.

Le revenu mensuel du couple est donc de $1350 + 1890 = 3240$ euros.

2. **Exprimer le nouveau revenu mensuel du couple en fonction de y .**

Le nouveau revenu mensuel du couple est de $\frac{3240}{1800} = 1,8$ fois le salaire de Lise.

3. **En partant d'un salaire initial pour Bruno de 1200 euros, calculer le pourcentage d'augmentation du total des revenus du couple.**

Le revenu initial du couple est de $1200 + 1800 = 3000$ euros. le revenu final est de 3 240. Il a donc augmenté de 240 euros soit $240 \times \frac{100}{3000} = \frac{24}{3} = 8\%$.

4. **Refaire le calcul avec $x = 1400$. Que remarque-t-on ?**

Le revenu final : $(1 + \frac{12,5}{100}) \times 1400 + (1 + \frac{5}{100}) \times 2100 = 1575 + 2205 = 3780$. Le revenu initial est de $1400 + 2100 = 3500$. Il a augmenté de 280 euros $280 \times \frac{100}{3500} = 8\%$.
L'augmentation semble indépendante des salaires initiaux.

Exercice 17

En août 2000, le ministère du travail a publié l'évolution du chômage au cours des 12 derniers mois. La baisse du nombre de chômeurs en un an est de 15,4%. Ce nombre s'établit fin Août 2000 à 2 328 800 demandeurs d'emploi. Le taux de chômage dans la population active (la population qui travaille ou recherche du travail) s'élève à 9,6%.

1. **Déterminer l'effectif total de la population active.**

Fin août 2000, le nombre de chômeurs est de 2 328 800. Il représente 9,60% de la population active. La population active qui s'élève donc à environ $\frac{100}{9,6} \times 2\,328\,800 \approx 24\,258\,333$ individus.

2. **Si le chômage continue de décroître au même rythme, combien y-aura-t-il de chômeurs en moins dans un an ?**

Un an plutôt tard il y a 15,4 % de chomeurs en moins soit environ $2\,328\,800 \times \frac{15,4}{100} \approx 358\,635$ personnes en moins au chômage.

3. **En considérant que la population active reste stable, quel sera le taux de chômage dans la population active ? En déduire la baisse de ce taux en un an.**

le nombre de chômeurs passe donc à $2\,328\,800 - 358\,635 = 1\,970\,165$.

Pour calculer le pourcentage que ce nombre représente dans la population active on calcule :

$$\frac{1\,970\,165 \times 100}{24\,258\,333} \approx 8,12\%.$$

En un an le chômage a baissé de $9,6 - 8,12 = 1,48\%$.

Exercice 18

Pendant les vacances d'été, trois étudiants se sont associés pour lancer un projet informatique, avec un appel de fonds. Le premier apporte 1800 euros, le second 1500 euros et le troisième 2400 euros. En fin d'été, ils réalisent un bénéfice de 1200 euros qu'ils conviennent de se partager proportionnellement aux apports de chacun.

Combien chacun des étudiants percevra-t-il? Exprimer le résultat en pourcentage par rapport au gain total.

La mise totale au début est de $1800 + 1500 + 2400 = 5700$ euros. Le premier apporte donc les $\frac{18}{57} = \frac{6}{19}$ ièmes de la somme totale, le deuxième les $\frac{15}{57} = \frac{5}{19}$ ièmes et le dernier les $\frac{24}{57} = \frac{8}{19}$ ièmes.

Sur le bénéfice, le premier touchera $1200 \times \frac{6}{19} \approx 378,95$ euros, soit les $\frac{6}{19} \times 100 \approx 31,50\%$ du gain, le deuxième $1200 \times \frac{5}{19} \approx 315,79$, soit les $\frac{5}{19} \times 100 \approx 26,30\%$ du gain, et le troisième $1200 \times \frac{8}{19} \approx 505,27$ euros soit les $\frac{8}{19} \times 100 \approx 42,10\%$ du gain.

Exercice 19

Une personne investit dans une entreprise un capital de 20 000 euros à un taux d'intérêts simples de 4% par an.

1. **Quel est le montant de ses intérêts au bout d'un an. Que devient son capital?**

Son capital augmente de 4% par an et donc au bout d'un an le capital est de

$$\left(1 + \frac{4}{100}\right) \times (20\,000) = 20\,800 \text{ euros.}$$

Les intérêts s'élèvent donc à 800 euros.

2. **Quel est le montant des intérêts acquis au cours de la deuxième année. Quel est alors le capital 2 ans après son dépôt?**

Durant la deuxième année les intérêts acquis se calculent sur 20 800 :

$$\frac{4}{100} \times 20\,800 = 832 \text{ euros.}$$

Le capital est donc de 21 632 euros.

3. À partir de quelle année, le capital double-t-il?

Il s'agit de trouver n tel que $\left(1 + \frac{4}{100}\right)^n \times 20\,000 = 40\,000$, ou encore $\left(1 + \frac{4}{100}\right)^n = 2$; la valeur entière $n = 18$ est celle qui optimise le mieux cette égalité.

Exercice 20

Quatre ouvriers agricoles mettent 16 jours pour moissonner un champ. Combien de temps mettront 6 ouvriers pour réaliser le même travail?

Un ouvrier mettra seul $4 \times 16 = 64$ jours pour moissonner le champ, et si ils sont six ils mettront $\frac{64}{6} \approx 10,7$ jours.
