

S'exercer sur les fonctions Puissances

Exercice 1

1. Calculer les images éventuelles de 4, 49, -27 et 27 par les fonctions $f : x \mapsto x^2$ et $g : x \mapsto \sqrt{x}$ et $h : x \mapsto \sqrt[3]{x}$
2. Calculer les antécédents éventuels de 4, 49, et - 27 et 27 par les fonctions $f : x \mapsto x^2$ et $g : x \mapsto \sqrt{x}$ et $h : x \mapsto x^3$.
3. Démontrer que la fonction $x \mapsto x^4$ est croissante sur $\mathbb{R}^+$, et décroissante sur $\mathbb{R}^-$.
4. Résoudre dans $\mathbb{Z}$ les équations d'inconnues $n : 2^n = 4$, $\left(\frac{1}{2}\right)^n = 4$.

Exercice 2

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $-2x^3 + 5x^2 = x^2$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\sqrt[3]{x} - \frac{6}{\sqrt[3]{x}} - 1 = 0$

Exercice 3

Soit la fonction f de $[-3; 3]$ dans $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$.

1. Démontrer que, pour tout nombre réel $x \in [-3; 3]$, $f(x) = (x^2 - 4)(x + 1)$.
2. Tracer (à l'aide de la calculatrice) la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f dans un repère orthonormal.
3. Déterminer par lecture graphique les antécédents éventuels de 0 par f sur $[-3; 3]$.
4. Résoudre l'équation $f(x) = 0$. Le résultat confirme-il les valeurs trouvées à la question précédentes? Justifier.
5. On note g la fonction définie sur $[-3; 3]$ par $g(x) = 2x - 4$. Tracer la courbe représentative de la fonction g dans le même repère que celui choisi pour $\mathcal{C}_f$.
6. Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation $g(x) = f(x)$, sur $[-3; 3]$.

Exercice 4

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x donnée par $f(x) = \frac{1}{-4x^2 + 2x + 12}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de la fonction f .
2. Calculer, si elles existent, les images de -1 , $-\frac{3}{2}$ et $\sqrt{2}$.

3. Calculer les antécédents éventuels de $\frac{4}{49}$.
4. Le plan est muni d'un repère orthogonal et l'on note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f . Les points de coordonnées $\left(1; \frac{1}{10}\right)$ et $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{25}\right)$, appartiennent-ils à $\mathcal{C}_f$? Justifier.
5. La représentation de f dans le plan muni d'un repère est

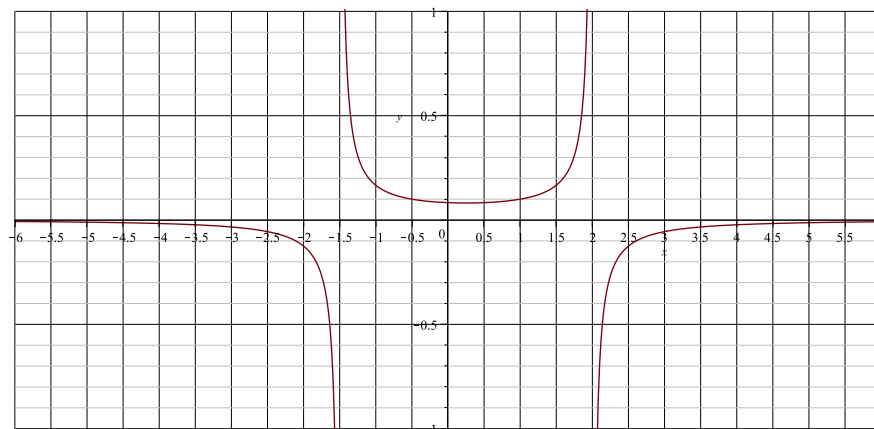


FIGURE 1:
La fonction $f : x \mapsto \frac{1}{-4x^2 + 2x + 12}$

- a) Déterminer graphiquement une approximation des éventuels antécédents de $-\frac{2}{5}$.
- b) Déterminer graphiquement une approximation des solutions de l'équation $f(x) = -1$. Vérifier votre lecture graphique par le calcul.