

TD9 : Equations différentielles du second ordre

Exercice 1. Effectuez la résolution des équations différentielles suivantes :

$$y'' + 4y = 0; y'' - 4y = 0; y'' - 4y' + 4y = 0.$$

Déterminez alors les solutions de chacune de ces équations telles que $y(0) = 0$ et $y'(0) = 2$.

Exercice 2 (Circuit RLC). Soient $L, C > 0$ et $R > 0$. Déterminez les solutions de l'équation

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{q}{C} = 0.$$

Que se passe-t'il lorsque $t \rightarrow +\infty$?

Exercice 3. Quelles sont toutes les solutions de $y'' - 9y = 0$ qui ont une limite en $+\infty$? ?

Exercice 4. Déterminez les solutions des équations suivantes :

$$(a.) \left\{ \begin{array}{l} y'' - 3y' + 2y = xe^x \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 0. \end{array} \right. \text{ sur } \mathbb{R}, \quad (b.) \left\{ \begin{array}{l} y'' + y = e^{2t} \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 1. \end{array} \right. \text{ sur } \mathbb{R}, \quad (c.) \left\{ \begin{array}{l} y'' + y = \cos x \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 1. \end{array} \right. \text{ sur } \mathbb{R}, \quad \left. \right\}.$$

Exercice 5. Déterminez dans l'ordre les solutions des équations suivantes :

$$y'' - 4y' + 3y = xe^{2x}$$

$$y'' - 4y' + 3y = e^x$$

$$y'' - 4y' + 3y = 2e^x + 4xe^{2x}$$

Pour la 3ème, on trouvera une solution particulière à partir des deux premières.

Exercice 6. Déterminez les solutions de

$$y'' + 7y' + 10y = 10x + 17 + e^{-2x}$$