

CC3 du 12 janvier

Sont interdits : Documents, calculatrices, ordinateurs, téléphones (voire plus, à la discrétion des enseignants)

Vérifiez que vos résultats sont bien solutions des équations : il y aura des points pour cela.

Exercice 1. On se donne la fonction

$$\begin{cases} f :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto x^2 - 3x + \ln x \end{cases}$$

Déterminez les points critiques de f . Pour chacun d'entre eux :

- Déterminez si c'est un minimum (ou un maximum) local (ou global).
- Dessinez l'allure de la courbe de f au voisinage de ce point.

Exercice 2. Calculez les intégrales suivantes

(1)

$$\int_0^1 (t^2 - 1)e^{-t} dt$$

(2)

$$\int_1^2 e^{2x} \cos(1 + e^{2x}) dx$$

Exercice 3. Calculez les intégrales suivantes :

(1)

$$\int_2^3 \frac{t+1}{t-1} dt$$

(2)

$$\int_1^2 \frac{2}{t^2 - 2t - 3} dt$$

Exercice 4. Déterminez la solution de

$$\begin{cases} 2y' + 5y = 0 & \text{sur } \mathbb{R}, \\ y(1) = 2 \end{cases}$$

Exercice 5. Résolution de

$$\{ y' + 2y = 2xe^{-2x} \quad \text{sur } \mathbb{R}, \}$$

Exercice 6. Résolution de

$$\begin{cases} y'' + y' - 6y = 0 & \text{sur } \mathbb{R}, \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = -3 \end{cases}$$

Quelle est la limite de $y(x)$ lorsque $x \rightarrow +\infty$?

Quelle est la limite si $y(0) = 2$ et $y'(0) = -1$?

Exercice 7. En utilisant la méthode de variation de la constante, résolvez

$$\{ y' - (1 + 2x)y = e^{x^2} \quad \text{sur } \mathbb{R}, \}$$