

MONTAGE 25 : FILTRAGE ET ANALYSE HARMONIQUE

I.	INTRODUCTION	2
II.	RAPPEL SUR LES FILTRES.....	3
A.	PASSES BAS-PASSE HAUT / PASSIFS / 1 ^{ER} ORDRE	3
B.	PASSES BAS-PASSE HAUT / ACTIFS / 1 ^{ER} ORDRE.....	3
C.	PASSE BANDE / PASSIF	4
1.	Cas où U_c est la tension de sortie.....	4
2.	Cas où U_R est la tension de sortie.....	5
D.	FILTRE COUPE BANDE /PASSIF	6
1.	Fonction de transfert – $r_L = 0$	6
2.	Interprétation	6
III.	DECOMPOSITION EN SERIE DE FOURIER	6
A.	PRESENTATION DU FORMALISME	7
B.	SENS PHYSIQUE DES DIFFERENTS TERMES.....	8
IV.	ANALYSE D'UN SIGNAL PERIODIQUE	9
A.	GENERATION : UTILISATION D'UN TABLEUR.....	9
1.	<i>gén-sin-carré.xls</i>	9
2.	<i>généFourier.xls</i>	9
B.	ANALYSE : UTILISATION D'UN CIRCUIT RLC SERIE	9
1.	Montage	9
2.	Etude du fondamental	10
3.	Filtrage des harmoniques	11
C.	ANALYSE : UTILISATION D'UN CIRCUIT LC PARALLELE.....	11
1.	Montage	11
2.	Etude du fondamental	11
3.	Filtrage des harmoniques	12
V.	ANALYSER UN SIGNAL PERIODIQUE.....	12
A.	ANALYSE AVEC LA FONCTION FFT D'UN OSCILLOSCOPE	12
1.	Analyse d'un signal sinusoïdal pur.....	12
2.	Analyse d'un signal créneau	13
3.	Analyse d'un signal triangulaire.....	13
4.	Problèmes possibles : échantillonnage.....	13
VI.	EXEMPLES D'APPLICATIONS	14
A.	CARACTERISATION D'UN FILTRE RC	14
B.	SPECTRE D'UN SIGNAL REDRESSE	15
C.	MODULATION ET DEMODULATION D'AMPLITUDE	15
D.	ACOUSTIQUE	15
VII.	CONCLUSION	15
I.	UTILISATION DU GBF.....	17
II.	MESURE DE LA BP D'UN AMPLIFICATEUR OPERATIONEL.....	18
A.	MONTAGE.....	18
B.	VISUALISATION DU BALAYAGE ET MESURES A L'OSCILLOSCOPE	18
1.	Visualisation du blayage.....	18
2.	Mesures à l'oscilloscope.....	18
C.	UTILISATION (SIMPLE) DE LA CARTE D'ACQUISITION.....	18
D.	EXEMPLE	19

I. INTRODUCTION

On fera tout d'abord un rappel sur l'écriture et la représentation d'une fonction sinusoïdale :

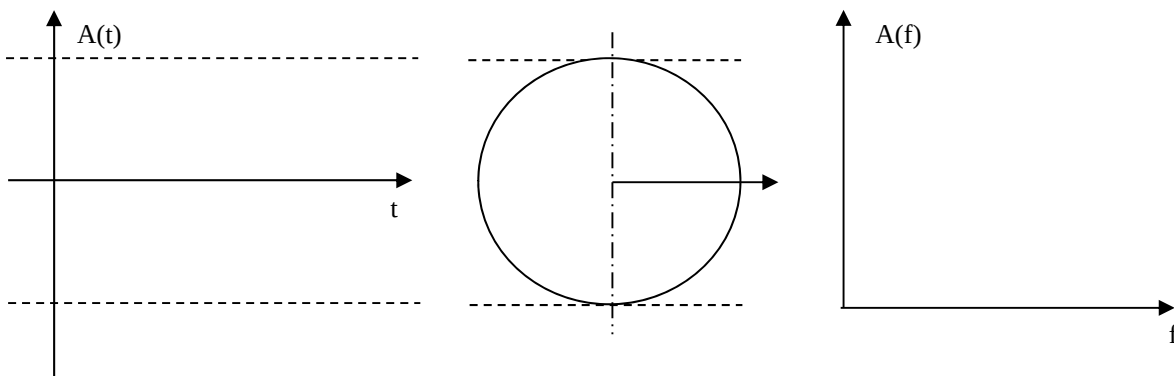
$$A(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Avec :

- A_0 l'amplitude du signal
- ω_0 la pulsation telle que $\omega_0 = 2\pi f_0$
- φ la phase

La connaissance de ces trois termes permet de décrire complètement la fonction $A(t)$.

On pourra alors choisir une représentation qui mettra en valeur ces termes :



Représentation temporelle

représentation polaire

représentation fréquentielle

On passe d'une représentation temporelle à une représentation fréquentielle en utilisant les développements en série de Fourier (ou la transformée de Fourier).

La fonction sinus est un cas particulier des fonctions périodiques, que l'on retrouve dans certains phénomènes physique, mais dans le cas général, une fonction périodique de période (T) présente une forme « quelconque ». La décomposition en série de Fourier est un outil d'analyse de fonctions périodiques de forme quelconque. La représentation [Amplitude] en fonction de la [fréquence f] donne alors le spectre de Fourier de la fonction.

On montrera dans le § II que l'on peut « construire » une fonction périodique (presque) quelconque à partir d'une simple somme de fonction sinusoïdales.

II. RAPPEL SUR LES FILTRES

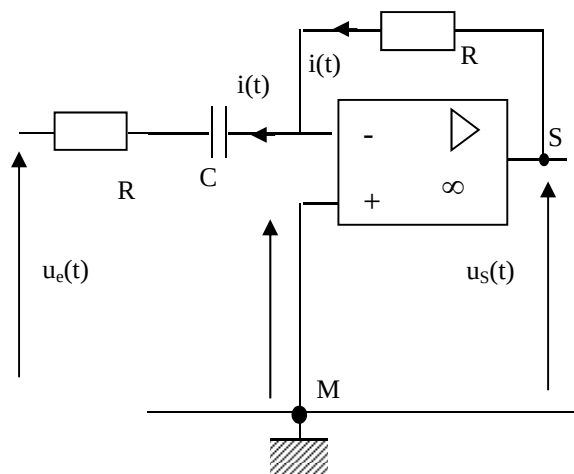
A. PASSES BAS-PASSE HAUT / PASSIFS / 1^{ER} ORDRE

Type / Structure	Fonction de transfert	Fréquence de coupure	Diagramme de Bode	
			Amplitude / g_{dB}	phase
Passe bas / RC	$H(j\omega) = \frac{1}{1 + jRC\omega}$	$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$	$\omega \gg \omega_c$: pente -20dB/décade	$\omega \gg \omega_c$: $\varphi \approx -90^\circ$
Passe haut / CR	$H(j\omega) = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}$	$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$	$\omega \ll \omega_c$: pente -20dB/décade	$\omega \ll \omega_c$: $\varphi \approx +90^\circ$

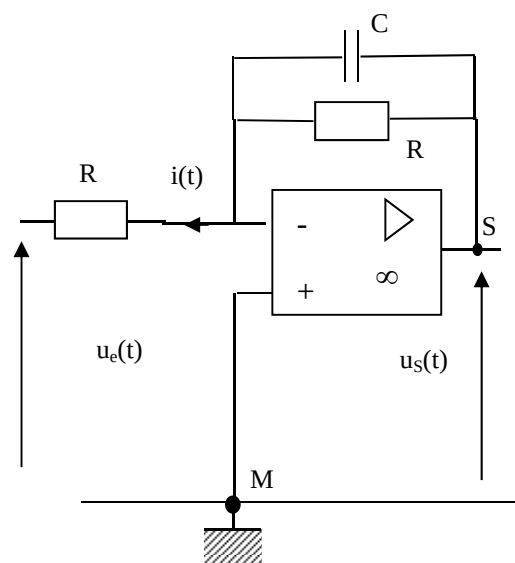
B. PASSES BAS-PASSE HAUT / ACTIFS / 1^{ER} ORDRE

Voir cours sur les amplificateurs opérationnels

Passe haut :

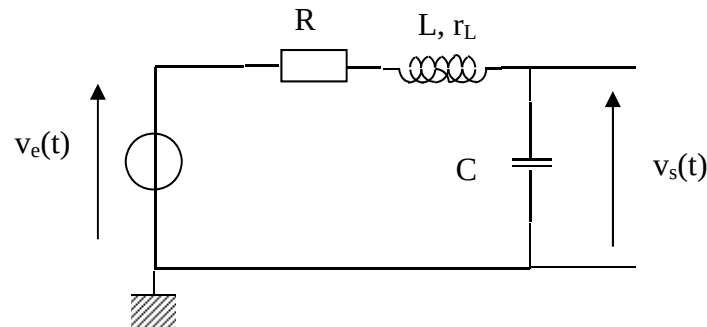


Passe bas :



C. PASSE BANDE / PASSIF

On utilise un simple circuit RLC avec le montage suivant :



1. Cas où U_c est la tension de sortie

La fonction de transfert est : $\underline{H}(j\omega) \frac{U_s}{U_e} = \frac{Z_c}{Z_{\text{série}}}$ avec $\underline{Z_s} = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}$$

On peut choisir de mettre en évidence la résonance et les comportements asymptotiques en ω et écrire la fonction de transfert, avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q_0 = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$

Le terme ω_0 est pulsation propre du circuit. Par définition $\omega_0 = 2\pi f_0$

Q_0 est appelé facteur de qualité. Par définition, $Q_0 = \frac{f_0}{\Delta f}$. On remarque aussi que, pour ce circuit, $Q_0 = \frac{L\omega_0}{R}$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{j\frac{1}{Q_0}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) + \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)} \quad \text{on pose } x = \frac{\omega}{\omega_0} \quad \underline{H}(j\omega) = \frac{1}{(1-x^2) + j\frac{x}{Q_0}}$$

On trouve alors pour le module

$$|\underline{H}(j\omega)| = \frac{1}{\left[(1-x^2)^2 + \left(\frac{x}{Q_0}\right)^2\right]^{1/2}}$$

Lorsque $\omega = \omega_0$, $x = 1$, la fonction de transfert passe par un maximum. Pour cette valeur de la pulsation, on observe une résonance d'autant plus forte que Q_0 sera grand ($Q_0 \gg 1$).

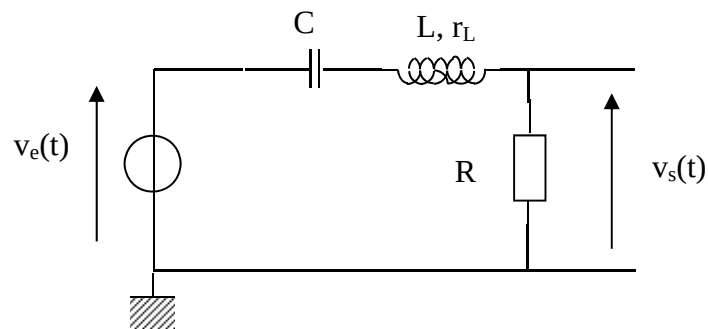
On ajoutera aussi que plus Q_0 (facteur de qualité) sera grand et plus la bande passante sera faible et donc **le filtre sera d'autant plus sélectif que Q_0 sera grand.**

Cependant, si on souhaite avoir un filtre très sélectif, il faudra alors disposer de composants qui puissent supporter une surtension importante ($\sim Q_0$). De ce fait, les électroniciens choisissent bien souvent une valeur de R telle que Q_0 soit assez faible. Mais dans cette situation, la fréquence de résonance se décale par rapport à la fréquence propre du circuit.

Au final, ce filtre est utilisé, en électronique, comme passe-bas du 2nd ordre, avec $Q_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Pour réaliser un filtre passe-bande, on choisira de prendre la tension de sortie aux bornes de la résistance R : dans ce cas le maxi de U_R correspond au maximum du courant $i(\omega)$, qui se produit pour $\omega = \omega_0$.

2. Cas où U_R est la tension de sortie



$$\underline{H}(j\omega) = \frac{R}{R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}$$

En reprenant les mêmes notations, on trouve :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + jQ_0\left(x - \frac{1}{x}\right)}$$

et

$$|\underline{H}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q_0^2\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}}$$

Lorsque $\omega = \omega_0$, $x = 1$, $|\underline{H}(j\omega)|$ passe par un maximum égal à 1.

Lorsque $\omega \rightarrow 0$ ou $\omega \rightarrow \infty$, $|\underline{H}(j\omega)|$ tend vers 0.

On retrouve le comportement classique des filtres passifs.

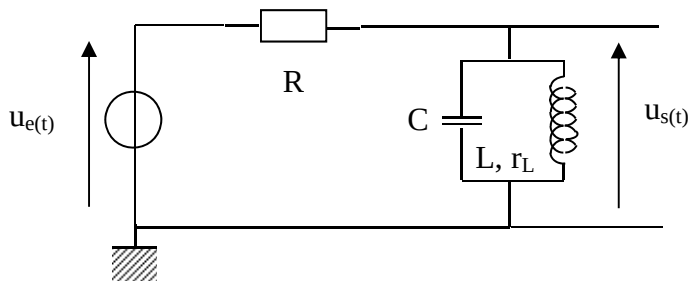
En pratique, l'étude de ce filtre, est délicate à mettre en œuvre car :

- A la résonance le générateur doit fournir beaucoup de courant
- En dehors de la bande passante, le courant diminue très rapidement et U_R devient difficilement mesurable. Cela est d'autant plus vrai que l'on cherche des fortes valeurs de Q_0 (filtre sélectif) et donc de faibles valeurs de R .

Il faudrait donc disposer d'une alimentation amplifiée, ce qui n'est pas toujours faisable ou souhaitable.

Une autre solution consiste à utiliser un filtre passif coupe bande, type LC parallèle. Dans ce cas le courant tend vers 0 à la résonance mais la tension est alors au maximum.

D. FILTRE COUPE BANDE /PASSIF



1. Fonction de transfert – $r_L = 0$

Dans le cas où la bobine est parfaite, $r_L = 0$, la fonction de transfert est :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{U_s}{U_e} = \frac{Z_{//}}{Z_{série}} \quad \text{avec} \quad Z_s = R + Z_{//} \quad \text{et} \quad Z_{//} = \frac{jL\omega}{1 - LC\omega^2}$$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 - j \frac{R}{L\omega} (1 - LC\omega^2)}$$

On pose : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ $Q_{0p} = \frac{R}{L\omega_0}$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 - j \frac{Q_{0p}}{x} (1 - x^2)}$$

$$|\underline{H}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q_{0p}^2 \left(x - \frac{1}{x} \right)^2}}$$

Lorsque $\omega = \omega_0$, $x = 1$, $|\underline{H}(j\omega)| \rightarrow \infty$: l'impédance passe par un maximum.

Lorsque $\omega \rightarrow 0$ ou $\omega \rightarrow \infty$, $|\underline{H}(j\omega)|$ tend vers 0.

2. Interprétation

On appelle circuit bouchon ce circuit formé d'un condensateur (capacité C) et d'une bobine (inductance L) en parallèle. Ces deux composants échangent de l'énergie en permanence et le courant d'alimentation est nul, à $\omega = \omega_0$. Dans un circuit réel, les résistances associées aux composants (en particulier la bobine L) entraînent une dissipation d'énergie et donc un amortissement plus ou moins rapide.

III. DECOMPOSITION EN SERIE DE FOURIER

On pourra, pour les personnes qui ont suivi la LSP ou la LP, se reporter au cours de « Maths outil » et, en particulier, au chapitre portant sur le développement des fonctions périodiques sur la base des fonctions orthogonales $|\cos x\rangle$ et $|\sin x\rangle$.

A. PRESENTATION DU FORMALISME

Si $f(x)$ est une fonction périodique de période L et que cette fonction présente un nombre fini de discontinuités, $f(x)$ peut alors être développée en une suite infinie de fonctions $S_n(x)$, fonctions qui doivent répondre à trois conditions dont celle d'orthogonalité. Les fonctions sinus et cosinus, et la suite de leurs harmoniques, remplissent ces conditions. On écrira donc :

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{2\pi}{L} nx\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi}{L} nx\right)$$

Pour connaître le développement de $f(x)$, il faut connaître les coefficients (a_0 , a_n , b_n). Pour cela on utilise le produit scalaire et ses propriétés pour les fonctions orthogonales :

$$\langle g(x) | f(x) \rangle = \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} g(x) f(x) dx$$

$$a_0 = \frac{2}{L} \langle 1 | f \rangle = \frac{2}{L} \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} f(x) dx \quad \text{C'est, par définition, la valeur moyenne de la fonction } f(x)$$

$$a_n = \frac{2}{L} \left\langle \cos\left(\frac{2\pi}{L} nx\right) \middle| f(x) \right\rangle = \frac{2}{L} \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} f(x) \cos\left(\frac{2\pi}{L} nx\right) dx$$

$$b_n = \frac{2}{L} \left\langle \sin\left(\frac{2\pi}{L} nx\right) \middle| f(x) \right\rangle = \frac{2}{L} \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} f(x) \sin\left(\frac{2\pi}{L} nx\right) dx$$

Dans un nombre important de cas, la variable est le temps t et la périodicité de $f(t)$ est T . Le coefficient de normalisation sur une période est $\frac{2}{T}$, le coefficient entrant dans l'argument des

fonctions sinus et cosinus, $\frac{2\pi}{T} = 2\pi f_1 = \omega_1$. On écrit alors le développement de $f(t)$:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_1 t) + b_n \sin(n\omega_1 t) \quad \text{avec :}$$

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(t) dt \quad \text{La valeur moyenne de la fonction } f(t), \text{ sur une période } T.$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(t) \cos(n\omega_1 t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(t) \sin(n\omega_1 t) dt$$

B. SENS PHYSIQUE DES DIFFERENTS TERMES

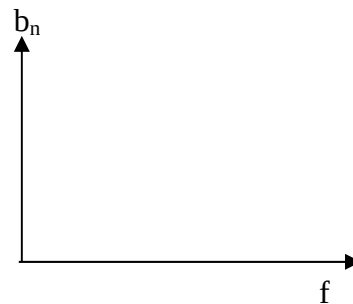
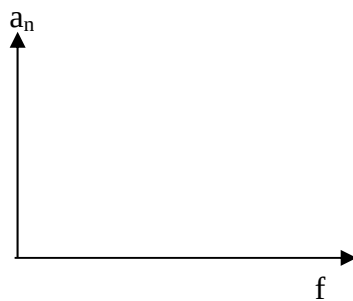
On vient de voir que le coefficient $\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} f(t) dt$ est la valeur moyenne de la fonction $f(t)$, sur une période T . Dans un signal électrique, la valeur moyenne correspond à la composante continue (fréquence = 0) d'un signal qui peut posséder plusieurs composantes (fondamental et harmoniques).

$\omega_1 = 2\pi f_1$ f_1 est la fréquence du fondamental. La période $T_1 = \frac{1}{f_1}$ du fondamental est celle de la fonction $f(t)$.

$\omega_n = 2\pi f_n = n(2\pi f_1)$ Les harmoniques de la fonction $f(t)$ sont caractérisées par leur fréquence $f_n = n f_1$: on appelle alors harmonique d'ordre n la composante de fréquence f_n (et d'amplitude A_n).

Attention : il ne faut pas confondre le fondamental f_1 (qui caractérise une fonction, $\sin(\omega t)$, dépendant de la variable temps (t) et la valeur moyenne $\frac{a_0}{2}$ (indépendante du temps). On attribue ainsi la fréquence 0 à la valeur moyenne de $f(t)$.

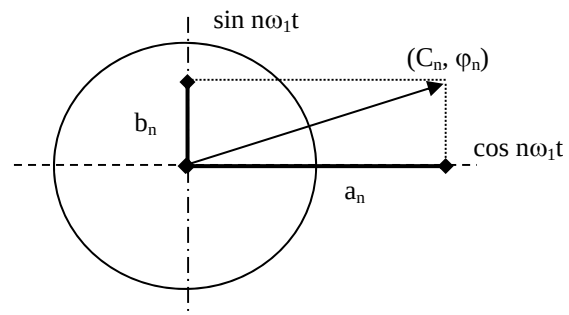
La donnée de l'ensemble des coefficients (a_n, b_n) constitue donc le spectre de la fonction $f(t)$.



Pour chaque harmonique (n) on peut aussi représenter le terme,

$$[a_n \cos(n\omega_1 t) + b_n \sin(n\omega_1 t)],$$

sous forme polaire : on voit alors que le couple (a_n, b_n), donné en représentation cartésienne, peut être remplacé par le couple (C_n, φ_n) en représentation polaire.



$$a_n \cos(n\omega_1 t) + b_n \sin(n\omega_1 t) = C_n \cos(n\omega_1 t + \varphi_n)$$

$$\text{avec } C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

$$\text{tg } \varphi_n = \frac{b_n}{a_n}$$

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega_1 t + \varphi_n)$$

Pour l'écriture sous forme complexe, on pourra se reporter aux références bibliographiques.

Dans une écriture polaire de la décomposition de Fourier, on fait donc apparaître un terme de phase φ_n . Si cette phase est la même pour toutes les harmoniques (cas d'une fonction paire ou impaire), alors la seule donnée des C_n est suffisante pour obtenir la série de Fourier décrivant le signal.

IV. ANALYSE D'UN SIGNAL PERIODIQUE

A. GENERATION : UTILISATION D'UN TABLEUR

Dans une approche pédagogique simple, on peut utiliser un tableur pour générer un signal périodique. On dispose de deux fichiers [excell] sur PC.

- géné-sin-carré.xls
- généFourier.xls

1. géné-sin-carré.xls

Dans ce fichier, on a très simplement généré :

- les angles dans la 1^{ère} colonne, $\alpha \in [0-7]$ rd
- $\sin(\alpha)$ dans la 2nd colonne
- les harmoniques avec une pondération ad-hoc dans les colonnes suivantes
- la somme (fondamental + harmoniques pondérées) dans la dernière colonne

On utilise enfin les fonctions de représentation du tableur pour visualiser le résultat des sommes partielles ou totales.

2. généFourier.xls

Dans la colonne F, on trouve les valeurs du temps t et dans les colonnes suivantes, on a programmé les valeurs que prennent les fonctions $[\sin(n\omega); \cos(n\omega)]$, pour différentes harmoniques n , avec des pondérations au choix du lecteur. Les valeurs des pondérations a_n et b_n (i.e. coefficients de Fourier) sont introduites directement dans le tableau en haut à gauche, pour $n \in [0-9]$.

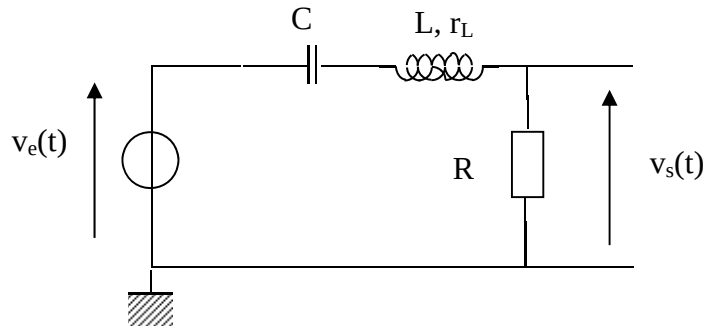
Le graphique correspondant s'affiche directement dans la fenêtre en-dessous.

On peut alors générer, assez grossièrement certes, n'importe quelle forme de signal périodique.

B. ANALYSE : UTILISATION D'UN CIRCUIT RLC SERIE

1. Montage

On réalisera le circuit suivant, RLC série, tension prise aux borne de R.



Les composants¹ sont les suivant :

- $L = 0,1 \text{ H}$ ($r_L = 63 \Omega$)
- $C = 100 \text{ nF}$
- $R = 100 \Omega / 10 \text{ k} \Omega / 100 \text{ k} \Omega$

On observera les signaux, et surtout leur forme, à l'oscilloscope, en plaçant le signal de sortie du GBF en voie 1 et en mesurant la tension aux bornes de R en voie 2. On pourra mesurer la valeur efficace de la tension aux bornes de R avec un multimètre de bande passante adéquate.

On pourra dans une manipulation démonstrative placer un ampli audio et un haut parleur qui permettront d'écouter le son associé aux fréquences et aux formes des signaux que l'on observe.

2. Etude du fondamental

Réglages du GBF :

- Forme : sinus
- f_1 , la fréquence délivrée par le GBF. On choisira une fréquence proche de $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.
- Amplitude : environ $2 V^{CC}$

On observe :

- la forme des signaux en entrée et en sortie
- on mesure leur amplitude
- on observe le déphasage en mode XY

Parallèlement à l'observation à l'oscilloscope on pourra écouter le son délivré par le GBF puis en sortie du circuit.

On essaiera de « retrouver » dans le son, à l'oreille, la fréquence du fondamental. On essaiera d'attribuer une « qualité » au son (doux, métallique, feutré, strident,...).

¹ On retrouvera circuit et valeur de composants dans : « Dictionnaire de physique expérimentale », T3, Electronique, D. Aubert, Pierron, 1992 / séries de Fourier et filtres

3. Filtrage des harmoniques

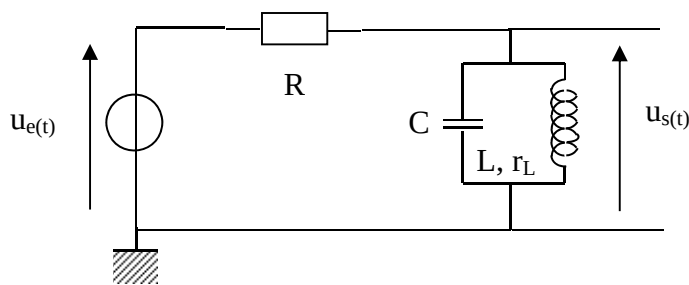
On utilisera le même circuit mais on passera le GBF en mode « créneau ». On conservera en entrée la fréquence déterminée au § précédent (pulsation propre, expérimentale, du circuit bouchon).

- Pour les différentes valeurs de R, on relèvera la forme du signal de sortie et son amplitude.
- Pour une seule des valeurs de R, on cherchera précisément la valeur de tension maximum en sortie, en fonction de f. On relèvera f_0 (@ max) puis les fréquences de coupure basse et haute, (f_2 et f_3).
- On détermine alors la B.P. expérimentale $\Delta f = (f_3 - f_2)$ puis le facteur de qualité Q expérimental ($Q = \frac{f_0}{\Delta f}$). On comparera avec le facteur de qualité Q attendu $Q = \frac{L\omega_0}{R}$

C. ANALYSE : UTILISATION D'UN CIRCUIT LC PARALLELE

1. Montage

On réalisera le circuit suivant, R- LC//, tension prise aux borne de LC//.



Les composants² sont les suivant :

- $L = 0,1 \text{ H}$ ($r_L = 63 \Omega$)
- $C = 100 \text{ nF}$
- $R = 100 \Omega / 10 \text{ k} \Omega / 100 \text{ k} \Omega$

On observera les signaux, et surtout leur forme, à l'oscilloscope, en plaçant le signal de sortie du GBF en voie 1 et en mesurant la tension aux bornes de L-C// en voie 2. On pourra mesurer la valeur efficace de la tension aux bornes du circuit bouchon avec un multimètre de bande passante adéquate.

2. Etude du fondamental

Réglages du GBF :

- Forme : sinus
- f_1 , la fréquence délivrée par le GBF. On choisira une fréquence proche de $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.
- Amplitude : environ 2 V^{CC}

² On retrouvera circuit et valeur de composants dans : « Dictionnaire de physique expérimentale », T3, Electronique, D. Aubert, Pierron, 1992 / Filtrage et Analyseurs de spectre

On observe :

- la forme des signaux en entrée et en sortie
- on mesure leur amplitude
- on observe le déphasage en mode XY

3. Filtrage des harmoniques

On utilisera le même circuit mais on passera le GBF en mode « créneau ». On conservera en entrée la fréquence déterminée au § précédent (pulsation propre, expérimentale, du circuit bouchon).

- Pour les différentes valeurs de R, on relèvera la forme du signal de sortie et son amplitude.
- Pour une seule des valeurs de R, on cherchera précisément la valeur de tension maximum en sortie, en fonction de f. On relèvera f_0 (@ max) puis les fréquences de coupure basse et haute, (f_2 et f_3).
- On détermine alors la B.P. expérimentale $\Delta f = (f_3 - f_2)$ puis le facteur de qualité Q expérimental ($Q = \frac{f_0}{\Delta f}$). On comparera avec le facteur de qualité Q attendu $Q = \frac{L\omega_0}{R}$

Recherche de l'harmonique $n=3$

V. ANALYSER UN SIGNAL PERIODIQUE

A. ANALYSE AVEC LA FONCTION FFT D'UN OSCILLOSCOPE

1. Analyse d'un signal sinusoïdal pur

Dans un premier temps, on va vérifier la calibration de la fonction « mesure » de l'oscilloscope, à partir d'un signal de fréquence et d'amplitude connues (ex : $f = 1$ kHz, $V_{\text{eff}} = 0,1$ ou $0,5$ ou 1 ou 5 ou $7,12$ V) : on cherche dans cette partie à retrouver la correspondance entre l'affichage du GBF et celui de l'oscilloscope (en mode g(t) ou g(fréquence)).

On pourra ensuite prendre un signal d'amplitude $V_{\text{eff}} = 1$ V et lui superposer une tension continue $V_c = 1$ V (si possible), afin de visualiser la valeur moyenne du signal dans le spectre délivré par la FFT.

Remarques :

- pour l'oscilloscope AGILENT 54621A, la mesure de l'amplitude en mode FFT est donnée par : $A_{\text{dB}} = 20 \log_{10} \left(\frac{V_{\text{eff}}}{V_0} \right)$ avec $V_0 = 1$ V et V_{eff} la tension efficace (ou RMS) du signal en entrée de l'oscilloscope (voie1 ou voie 2). Si $V_{\text{eff}} = 1$ V alors $A_{\text{dB}} = 0$.
- L'affichage du spectre donne A_{dB} en fonction de la fréquence.
- L'unité pour l'axe des abscisses est le Hertz, l'axe des ordonnées est sans unités (dB).

2. Analyse d'un signal créneau

Utiliser un signal créneau de fréquence 1 kHz et faire, pour les différentes composantes du spectre, la mesure de la fréquence (f_n) et de l'amplitude (A_n/dB) de la composante. On se limitera à l'étude du fondamental et des premières harmoniques ($n < 10$). On utilisera les curseurs horizontaux pour faire les mesures d'amplitude des différentes composantes du spectre. Calculer la valeur de tension V_n donnant la valeur d'amplitude A_n/dB de l'harmonique n . En déduire la valeur du coefficient c_n (« poids » spectral) de l'harmonique considérée.

Pour simplifier la prise de mesure, on pourra régler l'amplitude du signal sur le GBF pour obtenir une amplitude $A_{\text{dB}} = 0$ ($V_{\text{eff}} = 1 \text{ V}$), pour le fondamental.

F en kHz									
A en dB									
V_{eff} en V									
b_n									

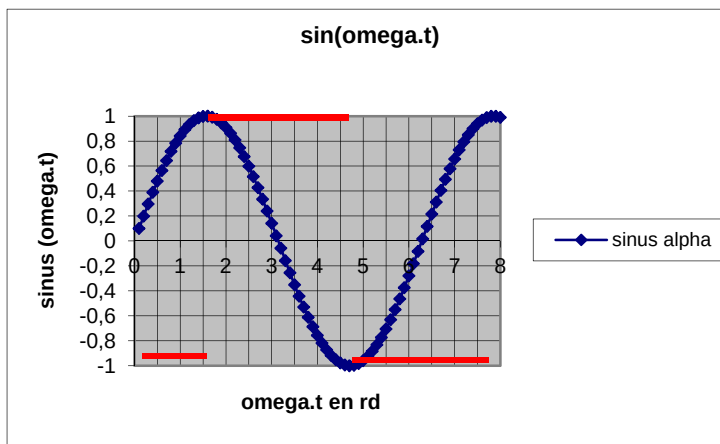
3. Analyse d'un signal triangulaire

Même procédure que pour le signal créneau.

4. Problèmes possibles : échantillonnage

a) Théorème de Shannon

Th. de Shannon : la fréquence d'échantillonnage doit être supérieure à deux fois la fréquence du signal.



On voit dans l'exemple ci-contre qu'en prenant, sur un signal sinusoïdal, deux points de mesure, un à $+V_{\text{max}}$ et un à $-V_{\text{max}}$, on peut « former » un signal carré, ayant la même amplitude et la même période que le signal sinusoïdal de référence. Avec quatre points de mesure on pourrait reconstituer un signal triangulaire ayant la même amplitude et la même période que le signal sinusoïdal de référence. On comprend alors que plus le

nombre de point de mesure est élevé, i.e. plus la fréquence d'échantillonnage est grande devant la fréquence du signal, meilleure sera la reproduction du signal sinusoïdal de référence.

Pour plus de détails, voir par exemple : L'échantillonnage des signaux. Notions sur le repliement³.

³ Electronique, 2^{ème} année, Thierry Gervais, Vuibert, 2003, Chapitre 10 p233

VI. EXEMPLES D'APPLICATIONS

A. CARACTERISATION D'UN FILTRE RC

En reprenant le même signal carré qu'au § III.A.2., on peut alimenter un filtre RC judicieusement choisi et faire la mesure de l'atténuation due à ce filtre sur les différentes harmoniques. On en tirera une version simplifiée du diagramme de Bode, en tenant compte du poids spectral. On rappelle que le module de la fonction de transfert d'un filtre passe-bas du 1^{er} ordre est :

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} \quad \text{avec } \omega_c = 2\pi f_c = \frac{1}{RC}$$

Pour un signal de 1 kHz on pourra prendre $R = 1 \text{ k}\Omega$ et $C = 100 \text{ nF}$ $\Rightarrow f_c = 1,6 \text{ kHz}$

On prendra un signal créneau de fréquence 1 kHz, $V_{\text{eff}} = 1 \text{ V}$. Pour le filtre donné ci-dessus (RC , $f_c = 1,6 \text{ kHz}$), on relèvera à l'oscilloscope, en mode FFT, l'amplitude des différentes harmoniques, et on comparera avec les résultats attendus pour un signal créneau alimentant un tel filtre.

Lecture à l'oscilloscope		Calcul théorique				Mesure		
Fréquence en Hz	Pulsation ω (en rd)	$ H(j\omega) $	Harmonique n	Poids spectral b_n	Produit $ H(j\omega) * b_n$	Amplitude mesurée en dB	V_s^{eff} en Volt	V_s^{eff} / b_n
1000	6283	0,8467	1	1	0,8467			
2000	12566	0,6227	2	0	0,0000			
3000	18850	0,4686	3	0,3333	0,1562			
4000	25133	0,3697	4	0	0,0000			
5000	31416	0,3033	5	0,2	0,0607			
6000	37699	0,2564	6	0	0,0000			
7000	43982	0,2217	7	0,1429	0,0317			
8000	50265	0,1951	8	0	0,0000			
9000	56549	0,1741	9	0,1111	0,0193			
10000	62832	0,1572	10	0	0,0000			

On pourra ensuite tracer un diagramme de Bode pour le filtre étudié.

B. SPECTRE D'UN SIGNAL REDRESSE

On réalise un redresseur simple ou double alternance pour ensuite étudier le spectre du signal redressé, à différentes étapes :

- Simple alternance
- Double alternance
- Lissage à l'aide d'une capacité

C. MODULATION ET DEMODULATION D'AMPLITUDE

Voir l'ancien Programme de TS – Spé PC

D. ACOUSTIQUE

Voir le montage M5

Test avec le couple de piézo (émetteur/récepteur) « PIERRON ». L'émetteur est alimenté par un générateur de fonctions (AGILENT – 33250A) et le signal du récepteur est renvoyé sur un oscilloscope numérique. On cherche le maximum à la réception (émetteur et récepteur collés). On cherche ensuite le déphasage minimum (oscilloscope en mode XY). On trouve alors une fréquence de résonance $f_0 = 41\,875 \pm 1$ Hz. Cette valeur ne tient pas compte des dérives thermiques, du vieillissement du piézo,...etc.

Test du dispositif graphoquartz, PHYTEX. On utilise à nouveau un générateur de fonctions (AGILENT – 33220A) pour alimenter le quartz. On observe à l'oscilloscope les signaux délivrés en entrée et en sortie. On trouve une fréquence de résonance $f_0 = 32\,765,51 \pm 0,01$ Hz. A nouveau, cette valeur correspond à une mesure à un instant donné, dans des conditions (de température,...) mal maîtrisées. On remarquera tout de même que le facteur de qualité obtenu est $Q_0 = \frac{f_0}{\Delta f} \approx 1.10^6$. La précision d'un tel oscillateur est donc d'une seconde tous les 12 jours, soit $\frac{1}{2}$ minute par an. C'est la base du fonctionnement des montres et horloges à quartz.

VII. CONCLUSION

L'analyse harmonique est un outil particulièrement puissant dans l'étude de phénomènes périodiques et parfois transitoires. Les développements mathématiques ont été nombreux, depuis J. Fourier, et ont trouvé des applications dans des domaines très divers. Si les premiers usages ont été du côté de l'électronique et de l'acoustique, l'explosion des techniques numériques d'une part et des moyens de communication d'autre part ont rendu l'utilisation d'algorithmes issus des techniques d'analyse de Fourier (décomposition en ondelettes, etc...) presque banale. On retrouve en effet de tels algorithmes dans les télécommunications (téléphonie mobile, internet, TNT,...) mais aussi dans les traitements des images (scanners, photos numériques,...). L'acoustique est bien sûr toujours présente (compression mp3,...) et bien sûr toute l'électronique analogique et numérique.

On s'attachera dans ce montage à montrer à la fois la simplicité des concepts de l'analyse de Fourier et la « puissance » et la diversité de ses applications, en tant qu'outil, dans des domaines de la physique assez variés.

Références oral :

Montage : 25 « Filtrage et analyse harmonique ».

EOD :

Bibliographie pour le concours :

« Vibrations, propagation, diffusion », M. Soutif, Dunod Université, 1970 / *Séries de Fourier*
« Electronique », J.M. Brébec, HPrépa, 2^{ème} année MP-PT, HachetteSup, 2000, p57
« Analyse et traitement des signaux », E Tisserand, J.F. Pautex, P. Schweitzer, Dunod, 2004
« Electronique », T. Gervais, 1^{ère} année, Vuibert, 2002, p 151
« Dictionnaire de physique expérimentale », T3, Electronique, D. Aubert, Pierron, 1992 /

Logiciel gratuit pour l'enregistrement, l'analyse et le traitement du son :

- Audacity
-