

BTR Réseau

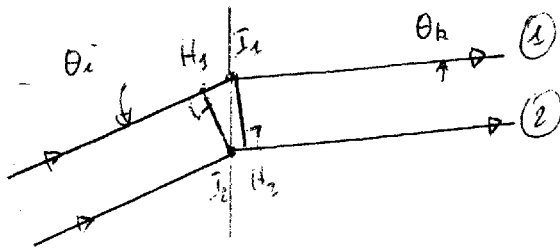
1- Étude d'un réseau plan par transmission-

largeur utile L , $n = 600 \text{ traits} \cdot \text{mm}^{-1}$;

N : nb total de traits

$$a = \frac{1}{n} = 1,67 \mu\text{m}.$$

1-a



$$(1) \quad \overline{H_1 I_1} = a \sin \theta_i$$

$$(2) \quad \overline{I_2 H_2} = a \sin \theta_k$$

$$\delta = a (\sin \theta_k - \sin \theta_i)$$

(1) arrive en retard de δ_1 et repart en avance de δ_2

$$\boxed{\sin \theta_k - \sin \theta_i = \frac{k \lambda}{a} = k n \lambda}$$

1-b Incidence normale $\theta_i = 0 \Rightarrow \sin \theta_k = k n \lambda$

Voir le dessin page suivante

$$\sin \theta_k \leq 1 \Rightarrow k n \lambda \leq 1 \Rightarrow k \leq \frac{1}{n \lambda}$$

$\lambda_1 \Rightarrow k \leq 3,7$
 $\lambda_2 \Rightarrow k \leq 2$

les ordres complètement visibles sont l'ordre 1 et l'ordre 2
l'ordre 3 n'est que partiellement visible (faibles intensités)

$n = 600 \cdot 10^3 \text{ m}^{-1}$
 $\lambda_1 = 449,4 \cdot 10^{-9} \text{ m}$
 $\lambda_2 = 819,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}$

Recouvrement (ou chevauchement d'ordre) :

$$\begin{aligned} \sin \theta_{1i} &= n \lambda_i \\ \text{et } \sin \theta_{2j} &= 2 n \lambda_j \end{aligned} \quad \text{avec } \theta_{1i} = \theta_{2j} \Rightarrow \underbrace{n \lambda_i}_{1^{\text{er}} \text{ ordre}} = \underbrace{2 n \lambda_j}_{2^{\text{ème}} \text{ ordre}}$$

$$\lambda_i^{\text{min}} = 449,4 \text{ nm} \Rightarrow \lambda_i = 2 \lambda_j$$

pas de recouvrement entre ordre 1 et 2

$$\lambda_i^{\text{min}} = 449,4 \text{ nm} \quad \lambda_i \leq 819,5 \text{ nm} < 2 \lambda_j$$

$$\sin \theta_{2i} = 2 n \lambda_i$$

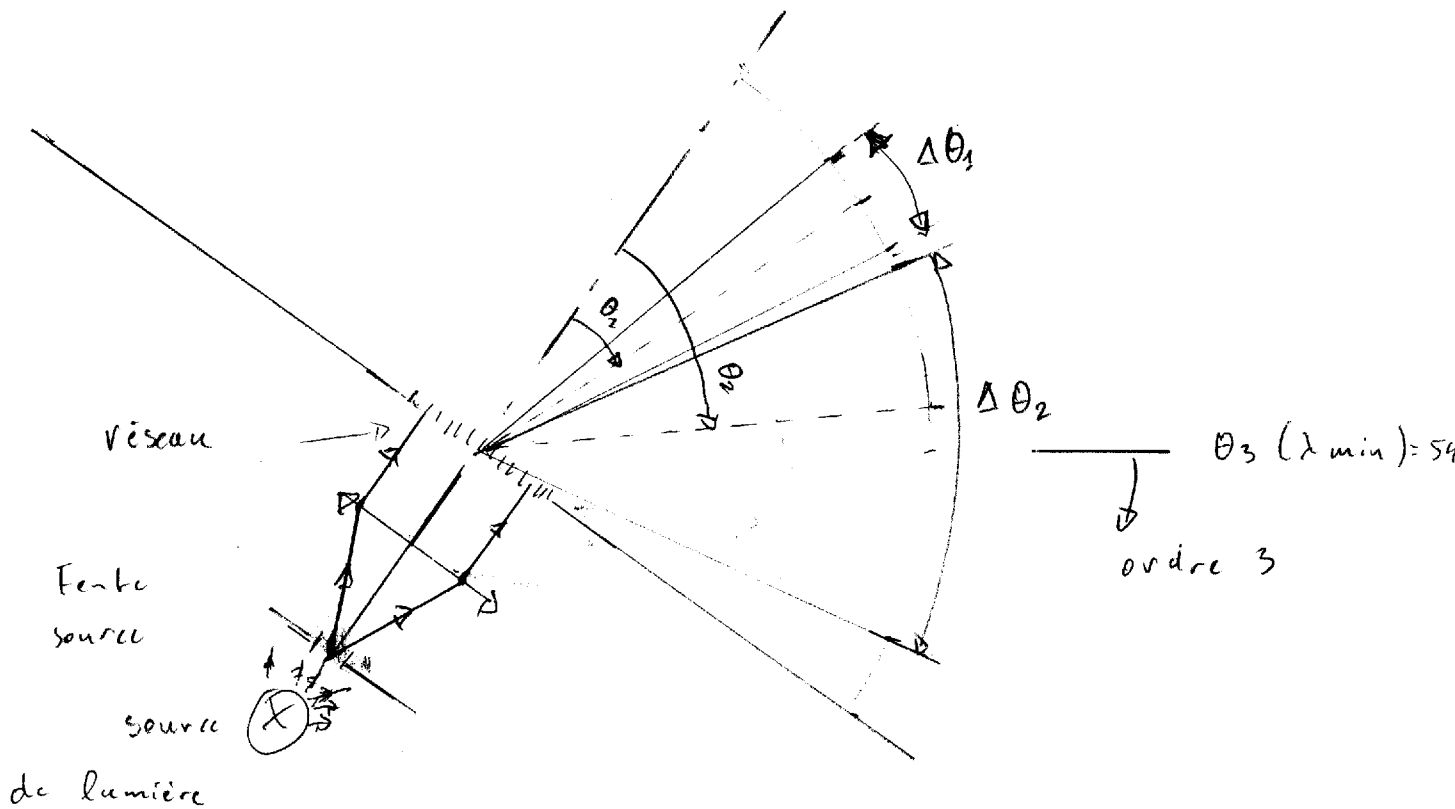
$$\sin \theta_{3j} = 3 n \lambda_j$$

$$\theta_{2i} = \theta_{3j} \Rightarrow 2 n \lambda_i = 3 n \lambda_j \Rightarrow$$

$$\lambda_i = \frac{3}{2} \lambda_j$$

$$\lambda_i^{\text{min}} = 449,4 \text{ nm}$$

$$\lambda_i = 674,1 \text{ nm}$$



$$\lambda^{\min} = \lambda_1 = 443,4 \cdot 10^{-9} \text{ m}^{-1}$$

$$\lambda^{\max} = \lambda_2 = 819,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}^{-1}$$

$$\langle \lambda \rangle = 634,45 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$\Delta \lambda = 370,1 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$n = 6 \cdot 10^5 \text{ m}^{-1}$$

$$\sin \theta_k = k n \langle \lambda \rangle$$

$$k=1$$

$$\sin \theta_1 \approx 0,381 \quad \theta_1 \approx 22,4^\circ$$

$$\Delta \theta_k = \frac{k n}{\cos \theta_k} \Delta \lambda$$

$$k=1$$

$$\Delta \theta_1 \approx 13,8^\circ$$

$$k=2$$

$$\sin \theta_2 \approx 0,76 \quad \theta_2 \approx 49,6^\circ$$

$$k=2$$

$$\Delta \theta_2 \approx 40^\circ$$

Limite supérieure (angulaire) de l'ordre 2 est donnée par

$$\sin \theta_2 (\lambda_{\max}) = 2 n \lambda_{\max} \quad \text{avec } n = 6 \cdot 10^5 \text{ m}^{-1}$$

$$\lambda_{\max} = 819,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$\Rightarrow \theta_2 \approx 79,5^\circ$$

Limite inférieure de l'ordre 3 est donnée par

$$\sin \theta_3 (\lambda_{\min}) = 3 n \lambda_{\min} \quad \text{avec } \lambda_{\min} = 443,4 \text{ nm}$$

d'où $\theta_3 (\lambda_{\min}) \neq 54^\circ$

le chevauchement d'ordre se produit en $[54^\circ, 80^\circ]$
secteur angulaire occupé simultanément par l'ordre 2
et l'ordre 3 -

B. IV. 2 Pouvoir de résolution

Par définition, le P.R. est donné par : $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$

$\Delta\lambda = \lambda^+ - \lambda^-$ c'est l'écart (largeur spectrale) mini entre
2 raies (λ^+ et λ^-) qui seront séparées i.e. observables.

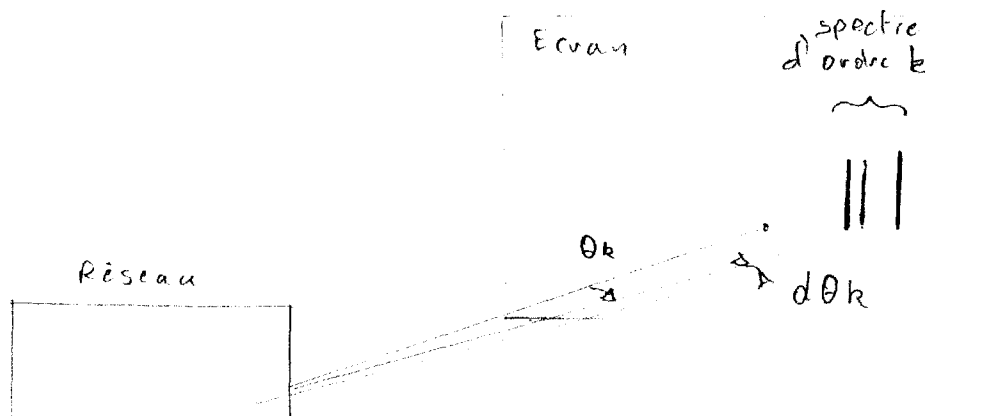
a) en incidence normale la relation des réseaux est :

$$\sin \theta_k = k n \lambda$$

une petite "variation" $d\lambda$ de λ entraîne une variation
 $d\theta_k$ de l'angle θ_k . Pour trouver la relation entre
 $d\lambda$ et $d\theta_k$ on dérive la relation des réseaux :

$$d(\sin \theta_k) = d(k n \lambda) \Rightarrow \cos \theta_k d\theta_k = k n d\lambda$$

$$\text{d'où } \frac{d\theta_k}{d\lambda} = \frac{1}{\cos \theta_k} k n \quad (\text{à l'ordre } k \text{ d'interférence})$$



Pour déterminer le P.R. du réseau on va assimiler $\Delta\lambda \rightarrow \Delta\lambda$ écart en longueur d'onde entre deux raies du spectre

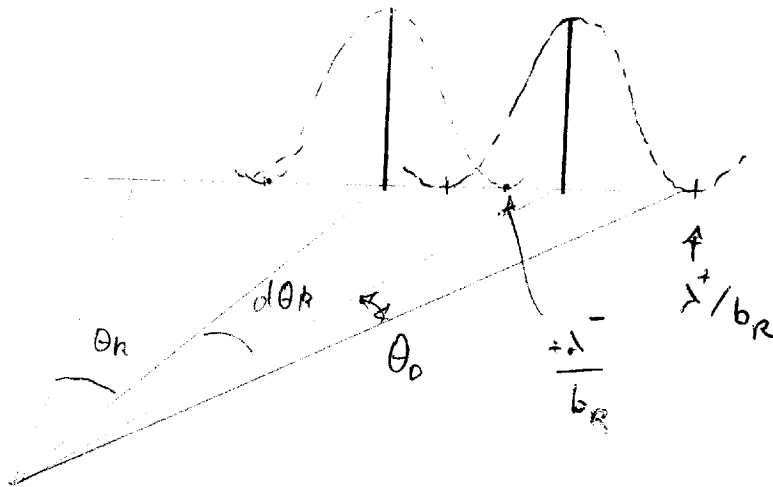
$\Delta\theta_k \rightarrow \Delta\theta_k$ écart angulaire entre ces 2 raies dans le spectre d'ordre k .

Remarque : les ^{traits} raies que l'on observe sur l'écran sont des images de la fente fine placée avant le réseau pour limiter l'extension spatiale de la source de lumière (Pb de cohérence spatiale). Du fait de la dispersion de la lumière par le réseau, en fonction de λ , on obtient plusieurs images correspondant aux différentes raies du spectre d'émission de la source. Comme toute image ces "traits" image de la fente d'entrée ont une largeur qui dépend de la qualité de l'optique utilisée. Dans le cas d'un réseau (et plus généralement des interféromètres à ordres multiples), le nombre d'ondes N qui interfèrent ^{une} influencent sur la largeur des images : si $N \nearrow$ la largeur Δx des images $\searrow$ (voir le site de l'université du Mans : <http://www.univ-mans.fr/enseignements/physique/02/optiphy/reseau2.html>)

Donc plus le nombre N de fentes constituant le réseau sera grand plus les "traits" seront fins et donc bien séparés. On parle alors de largeur éclairée

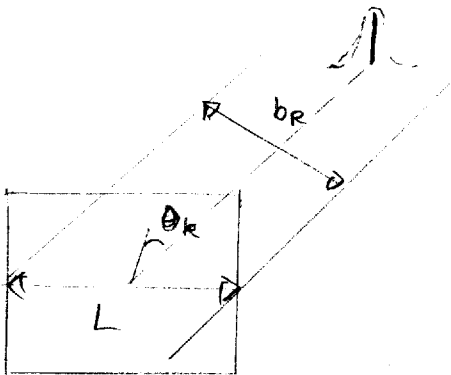
$L = \frac{N}{n}$ - si tout le réseau est éclairé alors $L \rightarrow$ dimension du réseau

Pour donner une valeur qualitative à cette largeur Δx des traits, on fait intervenir la diffraction par un objet de dimension b_R -



On a vu que la 1^{ère} extinction dans le cas de la diffraction (sinus cardinal) obtenue en éclairant un objet de dimension b_R éclairé en lumière monochromatique (λ) était à la position angulaire

$$\theta_D \approx \sin \theta_D = \frac{\lambda}{b_R}$$



b_R est la largeur apparente du réseau (ou sa partie éclairée) vu depuis l'écran sous l'angle θ_k

$$b_R = L \cos \theta_k$$

On trouve alors

$$\theta_D = \frac{\lambda}{b_R} = \frac{\lambda}{L \cos \theta_k}$$

c'est la 1/2 largeur de la "tâche" de diffraction.

Selon le critère de Rayleigh, deux images sont séparées si leur écart angulaire est supérieur à la $1/2$ largeur de la tâche de diffraction. "sextant" / Optique Expérimentale / Hermann éd

Écart angulaire :

$$\Delta \theta_k = \frac{k n}{\cos \theta_k} \Delta \lambda$$

$1/2$ largeur diffraction

$$\Delta \theta_0 = \frac{\lambda}{L \cos \theta_0}$$

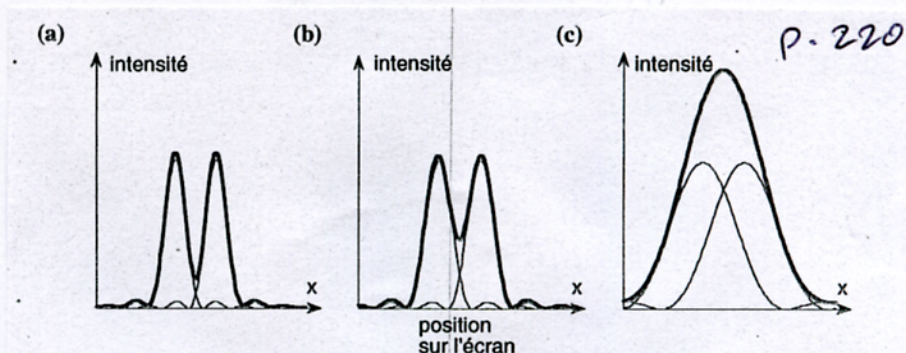


Figure V.6 : Élargissement par diffraction des images de la fente source obtenues pour le doublet jaune du mercure.

d'où : $k n \Delta \lambda = \frac{\lambda}{L}$

avec L la largeur éclairée $L = N/n$ on trouve :

$$\frac{\lambda}{\Delta \lambda} = k N$$

Pouvoir de résolution

on en conclut que P.R. sera d'autant plus grande que k et N seront grands.

$k \nearrow$: on travaillera aux ordres élevés

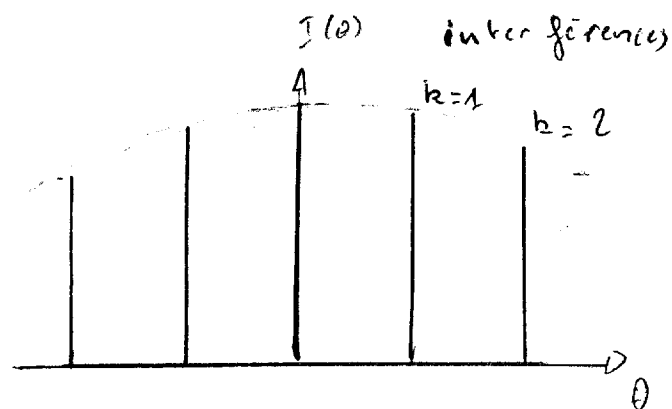
$N \nearrow$: on "maximise" la largeur éclairée en prenant un réseau de grandes dimensions et en élargissant le faisceau.

BII 2 - d) $I(k)$ ~~vs~~ qd $k \nearrow$: toujours la diffraction
 mais cette fois ci par chaque motif (fente) constituant
 le réseau : si chaque fente a une largeur b_F
 alors l'intensité est modulée en $I(\theta) = \frac{\sin(u(\theta))}{u(\theta)}$
 avec $u(\theta) = \frac{\pi}{\lambda} b_F \sin \theta$

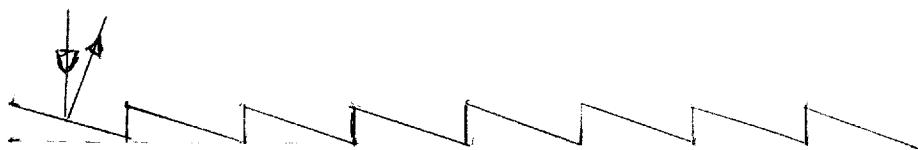
le premier minimum étant à la position $\sin \theta = \frac{\lambda}{b_F}$

A.N.: $b_F \leq a = \frac{1}{n}$ avec $n = 6 \cdot 10^5$ traits / m

$$\left. \begin{array}{l} b_F \leq 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ m} \\ \lambda = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ m} \end{array} \right\} \sin \theta \geq 0,33 \quad \theta \geq 18^\circ$$



Pour avoir simultanément un P.R. élevé (ordres k élevés)
 et une forte intensité on utilise des réseaux "blazés"
 (ou à échellette) qui permettent d'obtenir un maximum
 d'intensité sur un ordre d'interférence k "grand" ($\neq 0$)



voir sextant