

Partie H : "Observation des raies Zeeman"

Interféromètre de Michelson.

H₁ : Interférences à zondes

a) localisation des franges en lumière mono λ

i : cas d'une source ponctuelle : la source présente alors une "bonne" cohérence spatiale $\Rightarrow$ les franges ne sont pas localisées.

ii : cas d'une source étendue : la source présente une "mauvaise" cohérence spatiale $\Rightarrow$ les franges sont localisées.

* Dans le cas d'un interféromètre de Michelson les 2 réglages "classiques" sont :

- Le coin d'air : les franges sont localisées à proximité du miroir "de sortie" i.e. miroir centré sur l'axe des rayons émergents de l'interféromètre. (H4 / Fig 3)

- La lame d'air : les franges sont localisées à l'infini.

Remarque : petite erreur de l'énoncé "... dispo à divis. front onde autre que le Michelson"

Dispositif à division de front d'onde : trous / fentes d'Young, miroirs de Fresnel, Bi-prismes de Fresnel. ;

b) Cohérence temporelle

La lumière est émise par "paquet" $\leftrightarrow$ trains d'onde.

Ces trains d'ondes ont une longueur finie L que l'on nomme

"longueur de cohérence". La lumière se propageant à une vitesse

finie (et constante) c (v dans les milieux avec $v = \frac{c}{n}$), à cette longueur

L on associe un temps Δt appelé "durée de vie de l'excitation"

et donc une largeur spectrale $\Delta \lambda \rightarrow$ "finesse" de la raie

H1 b (suite) :

si la longueur de cohérence L est supérieure (ou égale) à la d.d.m. δ , alors il y a "brouillage" des franges. A contrario si $L \ll \delta$, le contraste des franges est optimum. Entre ces 2 situations extrêmes on peut trouver et les cas de figures intermédiaires pour lesquels le "brouillage" des franges est partiel et le contraste évolue de façon continue de 0 à 1. (visibilité)

H2 : Michelson - "idéal"

sp : séparatrice sans épaisseur $R = T = 0,5$

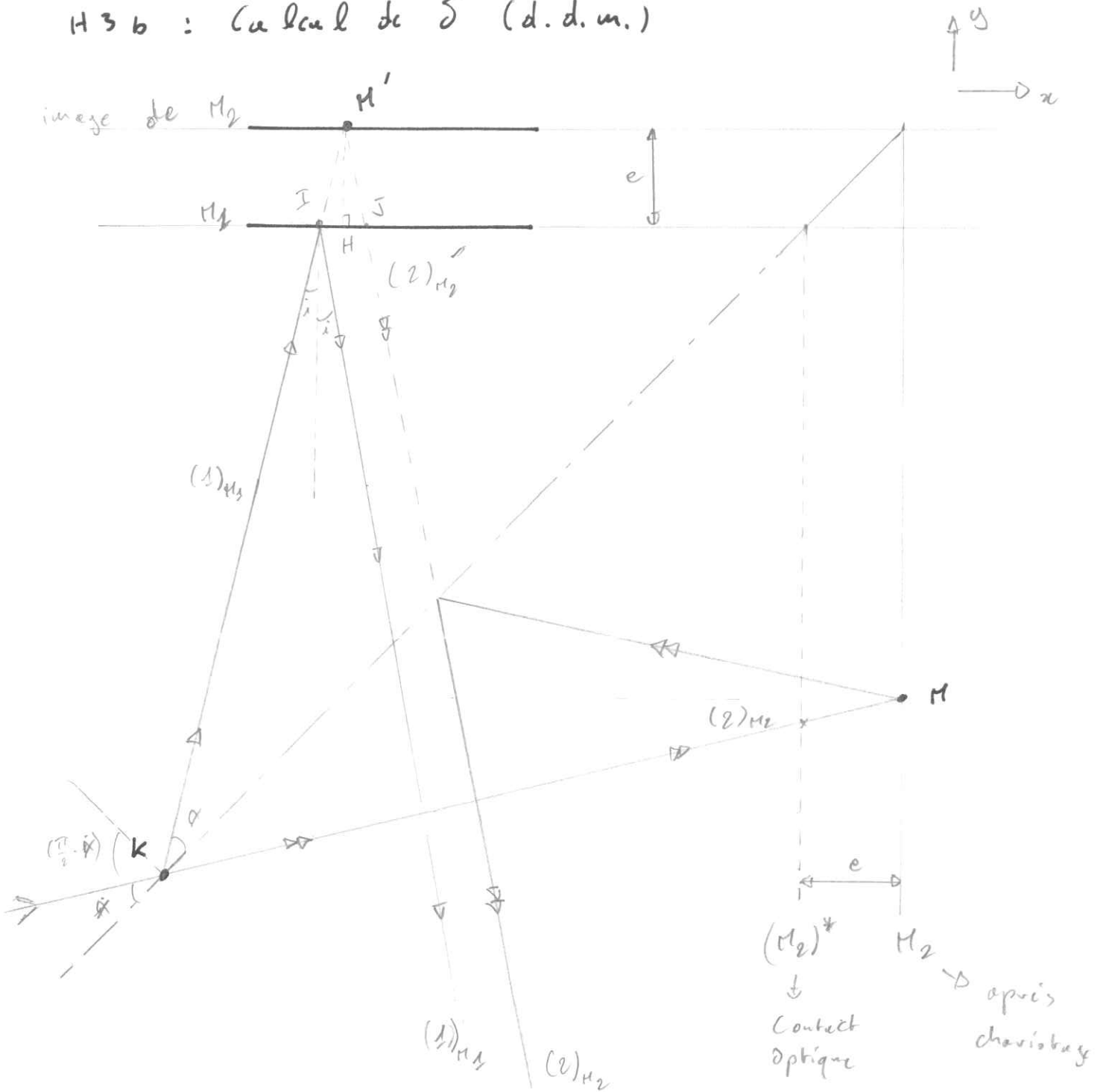
- a) les 2 bras sont égaux $\overline{OA_1} = \overline{OA_2}$. Si les miroirs (M_1, M_2) sont
- * $\perp$ alors la d.d.m. $\delta(x) = 0$ et il y a "teinte plate" (c'est le contact optique)
 - * forme un angle ε ($\perp$ à ε près) alors la d.d.m. $\delta(x) \neq 0$ et on observe des franges rectilignes.

b) Diaphragme $\rightarrow$ conditions de Gauss

H3 : "Lame d'air" $e = 1,050 \text{ mm}$ $x > 0$

a) voir schéma page suivante

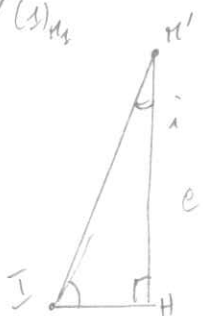
H3b : Calcul de δ (d.d.m.)



retard $\delta = (IH') + (H'J) = n (\overline{IH'} + \overline{H'J})$

si $n=1$ et $|\overline{HH'}| = e$

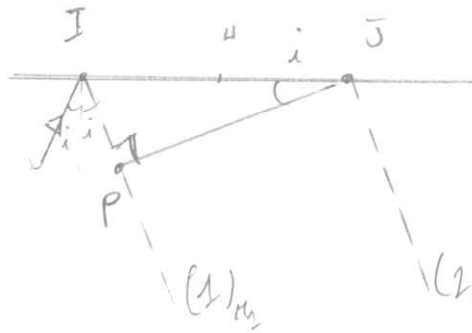
$(2)'_{M2} / (1)_{M1}$



$$\cos i = \frac{\overline{H'I}}{\overline{H'H}} = \frac{e}{\delta} \Rightarrow \overline{H'I} = \frac{e}{\cos i}$$

$$\delta = (\overline{IH'} + \overline{H'J}) = \frac{2e}{\cos i}$$

$$\overline{IH} = \overline{IH'} \sin i \quad \text{et} \quad \overline{IJ} = 2\overline{IH} = 2 \cdot \frac{e}{\cos i} \cdot \sin i$$



P projection de J sur le rayon (1)¹
 → plan équi-phase (d'onde plane)

$\delta = \overline{IP} \rightarrow$ ddm retard $(1)_{H_1} / (2)_{H_1}$

$$\delta_{1/2} = \overline{JI} \cdot \sin i = \frac{2e}{\cos i} \sin^2 i$$

$$\delta_{\text{total}} = \delta_{1/2} - \delta_{1/2} = \frac{2e}{\cos i} (1 - \sin^2 i) = 2e \cos i$$

ou

$$\delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} 2e \cos i \quad \text{petit angles D.L.} \quad \cos i = 1 - \frac{i^2}{2}$$

$$\delta_{\text{total}} = 2e \left(1 - \frac{i^2}{2}\right)$$

Figure d'interférence : cercles concentriques

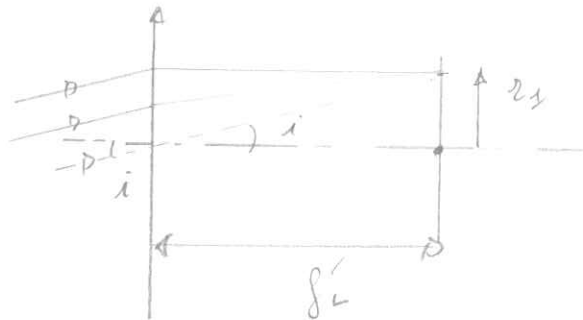


ordre au centre P_0 : $P_0 \cdot \lambda = \delta(i=0)$

$$[1] P_0 = \frac{2e}{\lambda} \quad (P_0 : \text{fractionnaire})$$

condition d'interférence constructive

$$\delta(i \neq 0) = P_0 \lambda \quad P_0 \text{ entier}$$



$$[2] P_k \lambda = 2e \left(1 - \frac{i_k^2}{2}\right)$$

entre le centre et le k^{ème} anneau $(\Delta P)_0 = P_0 - P_k \leq 1$ ($k=1$)

$$(\Delta P)_0 = i^2 \frac{e}{\lambda}$$

avec $\tan i = \frac{r_1}{f'}$ et $i \approx \tan i$ (petits angles)

$$(\Delta P)_0 = \frac{r_1^2}{(f')^2} \frac{e}{\lambda}$$

données sont $\lambda = 434,1 \text{ nm} = 4,341 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ $e = 1,05 \text{ mm} = 1,05 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

$$P_0 = \frac{2e}{\lambda} = 4837,6 \quad (\text{à } 5 \cdot 10^{-3} \text{ près})$$

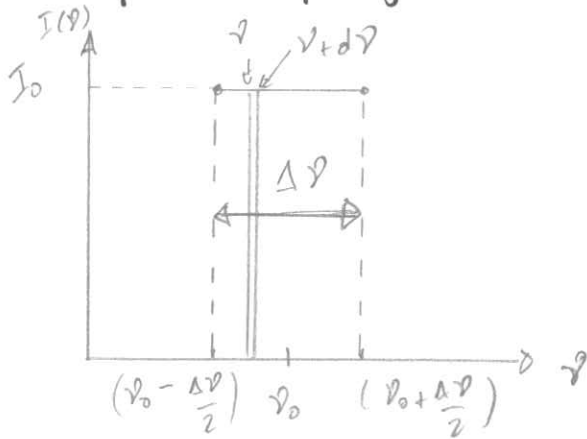
$$P_k(r_1) = 4837, \quad \text{c'est la partie entière de } P_0$$

$$[2] P_0 = \frac{2e}{\lambda} \left(1 - \frac{i^2}{2}\right)$$

$$\frac{(P_0 - P_k)^2}{2} = 1 - \frac{P_k}{P_0} = P_0 \frac{r_1^2}{(f')^2} = \frac{(P_0 - P_k)^2}{P_0}$$

$$r_1 = 0,0152 \text{ m} \quad \# 1,6 \text{ cm}$$

H.4. Lampe à Hydrogène et cohérence temporelle



La source n'est plus parfaite^{uv}
monochromatique mais présente
une largeur spectrale $\Delta \nu$.
(agitation moléculaire / effet Doppler)

Chaque raie élémentaire de largeur
 $< d\nu$ "donne" son propre système

de frange (en sortie de l'interféromètre), soit d raie $d\nu$ étroite

H.4.a. de largeur $d\nu$. Sa contribution à l'intensité I mesurée en
un point P de la figure d'interférence est :

$$dI(\nu) = \frac{I_0}{\Delta \nu} (1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \delta) d\nu \quad (\text{interférences à 2 ondes})$$

$$I(P) = \frac{I_0}{\Delta \nu} \int_{\nu_0 - \Delta \nu/2}^{\nu_0 + \Delta \nu/2} (1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \delta) d\nu \quad \text{avec } \lambda = \frac{c}{\nu} \quad \text{ou } \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c}$$

$$= \frac{I_0}{\Delta \nu} \left\{ \int_{\nu_0 - \Delta \nu/2}^{\nu_0 + \Delta \nu/2} d\nu + \int_{\nu_0 - \Delta \nu/2}^{\nu_0 + \Delta \nu/2} \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \delta \right) d\nu \right\} \quad \delta = d \sin \theta$$

rappel : c : vit. lum.

$$= \frac{I_0}{\Delta \nu} \left\{ \Delta \nu + \frac{c}{2\pi \delta} \left[\sin \left(\frac{2\pi}{c} \delta \left(\nu_0 + \frac{\Delta \nu}{2} \right) \right) - \sin \left(\frac{2\pi}{c} \delta \left(\nu_0 - \frac{\Delta \nu}{2} \right) \right) \right] \right\}$$

$$\text{De la forme } \sin p - \sin q = 2 \sin \frac{(p-q)}{2} \cos \frac{(p+q)}{2}$$

$$\frac{p-q}{2} = \frac{2\pi}{c} \delta \frac{\Delta \nu}{2} \quad \frac{p+q}{2} = \frac{2\pi}{c} \delta \nu_0$$

$$I(P) = I_0 \left\{ 1 + \frac{\sin \alpha}{\alpha} \cos \left(\frac{2\pi}{c} \delta \nu_0 \right) \right\}$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{c} \delta \frac{\Delta \nu}{2} \quad \text{avec } \frac{1}{\alpha} = \frac{2}{2\pi \delta} \frac{1}{\Delta \nu}$$

c'est l'éclairement au point P (du détecteur)

$$E(e) = I_0 \left\{ 1 + \frac{\sin \alpha}{\alpha} \cos \left(\frac{2\pi}{c} 2e \nu_0 \right) \right\} \quad \text{avec } \alpha = \frac{2\pi}{c} e \Delta \nu$$

H.4.b. l'éclairement est maximum lorsque $\cos\left(\frac{2\pi}{c} 2e \vartheta_0\right) = 1$, $E(e) = E_2$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{c} 2e \vartheta_0 = k 2\pi \quad \rightarrow \text{cdt périodique sur } e = k \frac{c}{2\vartheta_0}$$

l'éclairement est minimum lorsque $\cos\left(\frac{2\pi}{c} 2e \vartheta_0\right) = -1$; $E(e) = E_1$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{c} 2e \vartheta_0 = (2k+1)\pi$$

$$E_2 = I_0 (1 + \sin_c \alpha)$$

$$E_1 = I_0 (1 - \sin_c \alpha)$$

$$E_2 - E_1 = I_0 (2 \sin_c \alpha)$$

$$E_2 + E_1 = 2 I_0$$

$\delta = 2e$
au centre
de la
figure

$$\boxed{V = \frac{E_2 - E_1}{E_2 + E_1} = \sin_c \alpha}$$

$$\text{avec } \alpha = \frac{2\pi}{c} e \Delta \vartheta$$

$$V = 0 \Rightarrow \sin \alpha = 0 \Rightarrow \frac{2\pi}{c} e \Delta \vartheta = \pi \quad (1^{\text{er}} \text{ zéro de } \sin_c \alpha)$$

$$\Rightarrow \boxed{e = \frac{c}{2 \Delta \vartheta}}$$

$$\text{longueur de cohérence : } L_c = 2e = \frac{c}{\Delta \vartheta}$$

ou bien on mesure L_c et on détermine $\Delta \vartheta$

H.5. Visualisation de l'effet Zeeman

a) sélection de 2 raies de l'hydrogène

$$\begin{matrix} \vartheta_1 \\ \vartheta_2 \end{matrix} \quad \text{avec} \quad \begin{matrix} \vartheta_0 = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2} \\ \Delta \vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2 \end{matrix}$$

l'intensité I_0

les 2 raies peuvent être traitées comme 2 sources indépendantes $\Rightarrow$

$$E_1(e, \vartheta_1) = 2 I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi}{c} \delta \vartheta_1\right)$$

$$\text{avec } \delta = 2e \quad \left(\begin{matrix} \text{au centre} \\ \text{de la fig.} \end{matrix} \right)$$

$$E_2(e, \vartheta_2) = 2 I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi}{c} \delta \vartheta_2\right)$$

on somme les éclairements

$$E(e) = 2 I_0 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\cos \frac{2\pi}{c} \delta \vartheta_1 + \cos \frac{2\pi}{c} \delta \vartheta_2 \right) \right] \quad \cos p + \cos q = 2 \cos \left(\frac{p+q}{2} \right) \cos \left(\frac{p-q}{2} \right)$$

$$\frac{p+q}{2} = \frac{2\pi}{c} \delta \left(\frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2} \right) = \frac{2\pi}{c} \delta \vartheta_0$$

$$\frac{p-q}{2} = \frac{2\pi}{c} \delta \left(\frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{2} \right) = \frac{\pi}{c} \delta \underbrace{(\vartheta_1 - \vartheta_2)}_{\Delta \vartheta}$$

H5 (suite) : "Visualisation de l'effet Zeeman"

a)

$$E(e) = 4 I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{c} \cdot \delta \cdot \nu_0\right) \cos\left(\frac{\pi}{c} \cdot \delta \cdot \Delta\nu\right) \right]$$

$\nu_0 \gg \Delta\nu \Rightarrow$ modulation rapide de $E(e)$ avec ν_0
 et _____ lente _____ $\Delta\nu$

b)

courbe de $E(e)$ - Modulation régulière, sans atténuation - de
 la forme qu'une figure de battements (encre)

c)

si on reprend la démarche de § H.4.

$$E_{\max} = E_2 \Rightarrow \cos\left(\frac{2\pi}{c} \cdot \delta \cdot \nu_0\right) = 1 \quad \frac{2\pi}{c} \delta \cdot \nu_0 = k 2\pi$$

$$E_{\min} = E_1 \Rightarrow \cos\left(\frac{2\pi}{c} \cdot \delta \cdot \nu_0\right) = -1 \quad \frac{2\pi}{c} \delta \cdot \nu_0 = (2k+1)\pi$$

$$E_2 = 4 I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{\pi}{c} \cdot \delta \cdot \Delta\nu\right) \right]$$

$$E_2 - E_1 = 8 I_0 \cos\left(\frac{\pi}{c} \cdot \delta \cdot \Delta\nu\right)$$

$$E_1 = 4 I_0 \left[1 - \cos\left(\frac{\pi}{c} \cdot \delta \cdot \Delta\nu\right) \right]$$

$$E_2 + E_1 = 8 I_0$$

$$V = \frac{E_2 - E_1}{E_2 + E_1} = \cos\left(\frac{\pi}{c} \cdot \delta \cdot \Delta\nu\right)$$

$$V=0 \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{c} \cdot \delta \cdot \Delta\nu\right) = 0 \Rightarrow \left(\frac{\pi}{c} \cdot \delta \cdot \Delta\nu\right) = (2k+1) \frac{\pi}{2}$$

Entre deux passages successifs par $V=0 \Rightarrow e =$

$$\text{Explication : } \delta = 2e \Rightarrow e = (2k+1) \frac{1}{4} \frac{c}{\Delta\nu}$$

d'un zéro de visibilité au suivant,

$$\Delta e = \frac{1}{2} \frac{c}{\Delta\nu}$$

H.5. (suite) "Visualisation de l'effet Zeeman"

Interféromètre de Michelson à 1 des 2 miroirs (M_1) monté sur un "chariot" (translation suivant Ox) - On peut motoriser cette translation de façon à obtenir 1 déplacement lent et faire une mesure précise de e (précision $< 10^{-5}m$),

si on mesure Δe , l'écart entre 2 passages à $V=0$, on remonte à $\Delta \nu$.

H.5. d Autre interféromètre pour la mesure de $\Delta \nu$: Fabry - Perrot.