

(page 13 du sujet 2015)

§ V Signal optique : émission par 1 diode LASER

III.1 Pop de f_n^u de la diode LASER

Q.36) Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation

37) Mécanisme interaction photon / atome.

a) Absorption (cf X - spectrosc)

b) Emission spontanée (aléatoire) $\equiv$ luminescence (voir article wikipedia. tube fluorescent)

c) — stimulée (par le "passage" d'un photon "primaire")
c'est ce dernier ph. qui est à l'origine de l'effet LASER

a) $\rightarrow$ spectroscopie(s) UV - visible (et tubes fluo !)

b) $\rightarrow$ LED classique et lampes à décharge (tubes fluo)

38) a) L'effet LASER a lieu dans la jonction p-n ("zone de déplétion")

b) L'énergie est apportée sous la forme d'un courant électrique (circulation d' e^- entre les électrodes $\ominus$ et $\oplus$)

c) Rétro-action $\rightarrow$ résonateur optique - dans 1 laser à gaz (type He-Ne) on place la source de lumière (tube à décharge) "dans" un Fabry-Pérot - dans la diode (solide) ce sont les faces clivées qui jouent le rôle du F.P et donc forment le "résonateur optique", nommé cavité diélectrique

39) laser et cohérence

a) cohérence temporelle = faible largeur spectrale - i.e. + la source est "cohérente" + elle est "monoch", donc avec une largeur de raie $\Delta\lambda$ faible.

* Voir les livres de Bernard Tualand "lumière et luminescence" - Belin - 1^{ère} ed. 2005 2^{ème} ed. 2017

§ II (suite)

39) b) Le faisceau laser (de lumière) délivré par 1 diode est très divergent - On lui "redonne" une forme plus appropriée (circulaire et avec une faible divergence) à l'aide d'une optique (lentille) en sortie de la diode -

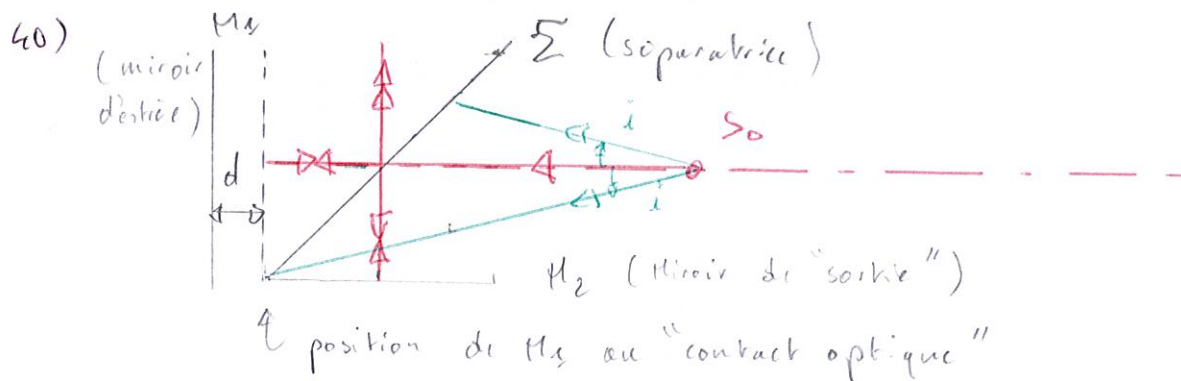
La cohérence spatiale de la source est caractérisée par sa distribution spatiale d'intensité (profil transversal du faisceau) -

IV - 2 Caractérisation du spectre de la diode LASER

Michelson en lame d'air $\Rightarrow$ miroirs 1 et lame d'air (virtuelle) - d -
Le - est "idéal" i.e. pas de déphasage (M_1, M_2, Σ)

IV 2-1 longueur d'onde (centrale) de la diode

épaisseur de la lame d'air - d -

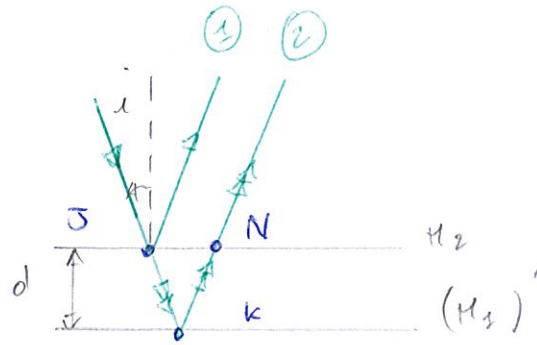


* pour les différents réglages et les trajets des rayons, voir sur ARCHE / TP optique de L3 / Agrég Interne / géométrie des sources -

41) observation "à l' ∞ " - utilisation d'une lentille L de focale $f' = +100 \text{ cm}$

§ II (suite)

41) a)



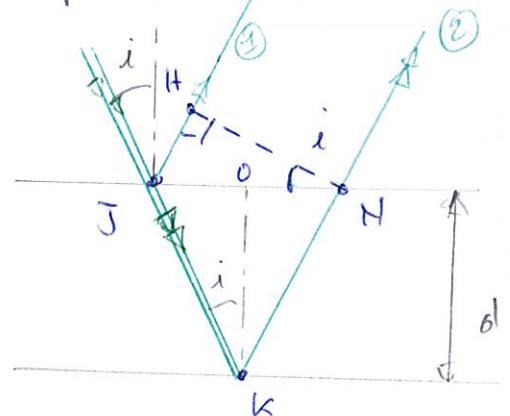
* $(H_1)'$ est l'image de H_1 par la séparatrice Σ

* Le Michelson en lame d'air est équivalent à 1 F.P. avec seulement 2 rayons interférant (Interférences à 2 ondes)

* Le système équivalent (optique) au Michelson en lame d'air est 1 lame d'air, virtuelle, d'épaisseur d , limitée par H_2 et $(H_1)'$ avec :

- 1 transmission en J
- 1 réflexion en K
- 1 transmission en N

* les rayons (1) et (2) sont émergents // entre eux et interfèrent à l' ∞ .



calcul de la différence de marche, δ entre (1) et (2)

* retard de (2) / (1) : trajet (JKN) $\rightarrow \delta_2$ (rappel : $n = n_{air} \approx 1$)

Rappel $\cos i = \frac{\overline{OJ}}{\overline{OK}}$ et $\cos i = \frac{\overline{KO}}{\overline{KJ}}$ $\Rightarrow \overline{KJ} = 2 \frac{\overline{KO}}{\cos i}$ et $\overline{KO} = d$

$$\delta_2 = \frac{2 |\overline{KO}|}{\cos i} = 2d (1/\cos i)$$

* retard de (1) / (2) : trajet (JH) $\rightarrow \delta_1 = \overline{NJ} \sin i$

§ 2.1 Q41 a) (suite)

$$\delta_1 = \overline{N\bar{S}} \sin i$$

$$\overline{N\bar{S}} = 2 \overline{O\bar{S}} = 2 \overline{OK} \tan i = 2d \frac{\sin i}{\cos i}$$

$$\delta_1 = \frac{2d}{\cos i} (\sin^2 i)$$

$$\text{et } \delta = \delta_2 - \delta_1 = \frac{2d}{\cos i} (1 - \sin^2 i) = 2d \cos i$$

la ddm δ entre les 2 rayons (1) et (2) interférant à l'axe ou au point M (foyer 2nd de L) dans le plan focal de L

$$\text{est } \boxed{\delta(M) = 2d \cos i}$$

Remarque : on utilisera le principe de Fermat pour justifier l'absence de ddm introduite par la lentille L, pour les 2 rayons (1) et (2) interférant en M.

41-b) Eclairement en M.

$$E(M) = 2E_0 (1 + \cos \Phi)$$

$$\text{avec } \Phi(M) = 2\pi \frac{\delta(M)}{\lambda}$$

$$\text{donc } \boxed{E(M) = 2E_0 \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} d \cos i \right) \right]}$$

41-c) Les franges claires corres pondent à des itfc constructives.

Tt les rayons de $\hat{n}$ incidence i vérifient simultanément:

$$\begin{cases} \delta = 2d \cos i \\ \delta = p\lambda \end{cases}$$

donneront 1 maxi d'intensité en 1 pt M du plan focal.

pour des raisons de symétrie (radiale) les franges "d'égale inclinaison (i)" prennent 1 forme circulaire.

§ 2.1 (suite)

Q42) $d = 1,75 \text{ mm} = 1,75 \cdot 10^{-3} \text{ m}$. - 1 point lumineux au centre de la figure (i.e. le foyer principal F de la lentille)

42-a) Au centre, $i = 0$, $\cos i = 1$ - 2 conditions sur δ
 $\begin{cases} \delta = 2d & \text{géométrie du système interf.} \\ \delta = p_0 \lambda_0 & \text{interf. constructives} \end{cases}$ $p_0 \lambda_0 = 2d$

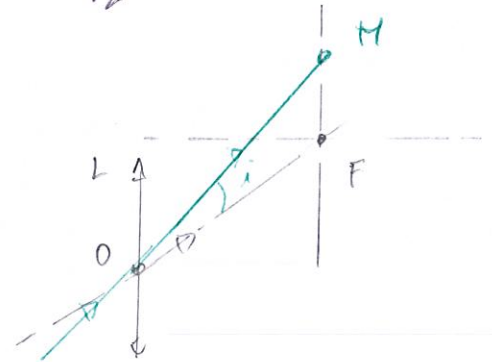
42-b) Au centre - $p_0 = \frac{2d}{\lambda_0}$ [1]

si $R_m \rightarrow$ alors $p \rightarrow$
 Ordre du 1^{er} minimum $\rightarrow$
 $p_k = \text{Int}[p_0]$

43) Approximation des p't angles $i \ll \pi/2$.

43-a) A partir du schéma de la figure 14 - p 20.

$$i \approx \tan i = \frac{\overline{FH}}{\overline{OF}} \quad \begin{matrix} \overline{FH} = p \\ \overline{OF} = f' \end{matrix}$$



$$i = \frac{p}{f'} \quad [2]$$

et $p \lambda_0 = 2d \cos i$ avec aux p't angles $\cos i \approx 1 - \frac{i^2}{2}$

$$2d \left(1 - \frac{i^2}{2} \right) = p \lambda_0 \quad \text{donc} \quad i^2 = \frac{1}{d} (2d - p \lambda_0) \quad [3]$$

$$\begin{cases} i^2 = 2 - p \lambda_0 / d \\ i^2 = p^2 / (f')^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow p^2 = (f')^2 (2 - p \lambda_0 / d) \quad [4]$$

§ U. 2 - 1 (suite)

43 - b) on dispose des relations

$$[1] \quad p_0 = 2d/\lambda_0$$

$$[2] \quad i = \rho p / f'$$

$$[3] \quad i^2 = \frac{1}{d} (2d - p \lambda_0)$$

Remarque:

* p : ordre d'interférence
* m : numéro associé à l'anneau en comptant depuis le centre avec

p_0 = ordre au centre

d = ép. lame d'air

λ_0 = longueur onde laser

ρp = Ø anneau ordre p

f' = focale de L

[1] nous donne l'ordre au centre de la figure et

[3] nous donne l'ordre p de l'anneau de rayons ρp (et $p < p_0$ pour un anneau visible.)
↳ "Index" de l'anneau

On calcule $m = p_0 - p = \frac{d}{\lambda_0} i^2 > 0$
(voir cours page 5)
ordre au centre ordre de l'anneau

$$m = \frac{d}{\lambda_0} i^2 \quad [4]$$

On dispose de la relation [2] pour exprimer $R_m = \rho p$

$$m = \frac{d}{\lambda_0} \left(\frac{\rho p}{f'} \right)^2$$

$$\text{d'où} \quad \rho p^2 = (f')^2 \frac{m \lambda_0}{d}$$

et donc

$$(R_m)^2 = \left[(f')^2 \left(\frac{\lambda_0}{d} \right) \right] m$$

$$R_m = f' \sqrt{\frac{m \lambda_0}{d}}$$

44) Voir tableau excell + graph page suivante

On trace le graphique $(R_m)^2 = g(m)$ avec m l'index de l'anneau.

$$R_m^2 = \left[\frac{(f')^2 \lambda_0}{d} \right] m$$

de la forme $y = ax + b$

perce a (obtenue à l'aide d'un graphique) est :

$$a = 1196,2 \text{ mm}^2$$

et

$$a = \frac{(f')^2 \lambda_0}{d}$$

$$\text{d'où} \quad \lambda_0 = \frac{a d}{(f')^2}$$

anneaux

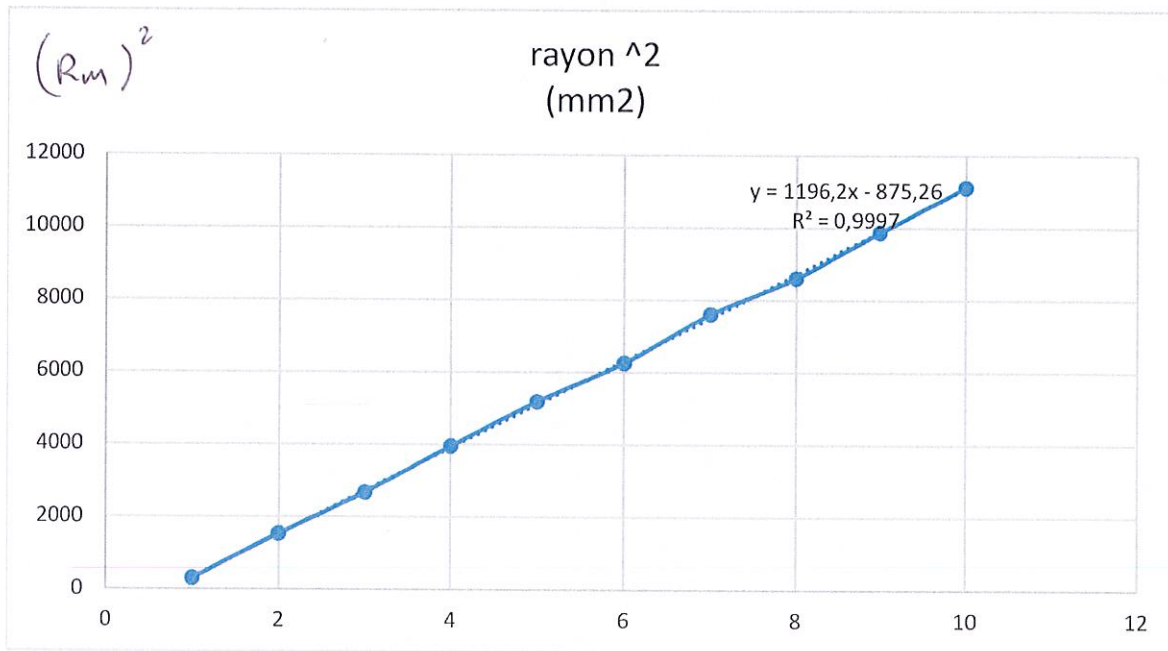


Index

Index	Anneaux sombres		
	diamètre mesuré (cm)	Diamètre réel (cm)	rayon $\wedge 2$ (mm 2)
1	1,7	3,45	296,86
2	3,85	7,80	1522,58
3	5,1	10,34	2671,77
4	6,2	12,57	3948,59
5	7,1	14,39	5178,16
6	7,8	15,81	6249,54
7	8,6	17,43	7597,24
8	9,15	18,55	8600,06
9	9,8	19,86	9865,32
10	10,4	21,08	11110,3

échelle :

7,4 cm $\rightarrow$ 15 cm
(photo) (réel)



index
de l'anneau

$$a = 1136,2 \text{ mm}^2$$

$$a = \left[\left(\frac{f'}{f} \right)^2 \frac{\lambda_0}{d} \right]$$

$$\Rightarrow \lambda_0 = a \frac{d}{(f')^2}$$

$$f' = 1 \text{ m} = 10^3 \text{ mm}$$

$$d = 1,75 \text{ mm.}$$

$$d = 1,75 \text{ mm}$$

$$f' = 1000 \text{ mm}$$

$$a = 1186,2 \text{ mm}^2$$

$$\lambda_0 = 2,09 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

$$\lambda_0 \approx 2,09 \text{ } \mu\text{m} \text{ (! ?)}$$

Remarque : est ce un problème d'échelle? si on prend une échelle 1:1

$$a = 291,14 \text{ mm}^2$$

$$\lambda_0 = 0,51 \text{ } \mu\text{m} \rightarrow \text{vert.}$$

- 44)c) On espère du vert! (Pour mémoire $\lambda_{\text{Hg}}^{\text{vert}} = 546 \text{ nm} = 0,546 \text{ } \mu\text{m}$.)
 45) si $d \neq$ avec $2d \cos i = p \lambda_0$ $\cos i = p \lambda_0 / 2d$ $d \neq \Rightarrow 1/d$ $\Rightarrow$ donc $\cos i$ $\neq$ et $i \neq$ ($\Rightarrow$ les anneaux "soubert")
 46) le contraste de la figure diminue quand d augmente en raison de la (faible) longueur de cohérence de la source de lumière - (longueur de cohérence $\propto$ LC $\propto$ longueur d'au "trains d'onde")

II 2.2. Détermination de la largeur spectrale.

Interférogramme $\rightarrow I(t) = g[d(t)]$

Modèle de la source : Lorentzienne t.q. $\frac{dI}{d\nu} = I_0 \frac{1}{1 + \left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu}\right)^2}$
 avec ν , le nb d'onde ; $\nu = 1/\lambda$

$d\nu$, l'intensité mesurée sur une bande spectrale $d\nu$

$$\nu_0 = 1/\lambda_0$$

47) $\frac{dI}{d\nu}$: fonction Lorentzienne $\begin{cases} \text{centré en } \nu_0 \\ \text{largeur } \Delta\nu \text{ (à } 1/2 \text{ hauteur)} \end{cases}$

$$\Delta\nu / \nu_0 \ll 1 \text{ (voir question 52 ! :))}$$

$\Delta\nu \rightarrow$ durée de vie de l'excitation / largeur "naturelle" de la raie.

2.2 (suite)

48) Si 2 longueurs d'ondes $\neq$, λ_1 et λ_2 , chaque λ se comporte comme 1 source indépendante (= incohérente).
On ne peut pas "sommer" les amplitudes mais seulement les intensités $\Rightarrow$ pas de ph. d'interférence possible.

49) $I(t) = \int_0^{+\infty} f(\sigma) d\sigma$ (?) $\rightarrow$ éclairement / réception / capteur

On a vu [Q.41-b] que l'éclairement en (M) était donné par la relation $E(M) = 2 E_0 \left[1 + \cos \left(\frac{4\pi}{\lambda_0} d \cos i \right) \right]$ mono λ

Au centre (F) de l'écran, $i=0$, $\cos i = 1$

$$E(F,t) = 2 E_0 \left[1 + \cos \left(\frac{4\pi}{\lambda_0} d(t) \right) \right]$$

On peut écrire cette relation pour 1 distribution de

longueur d'onde λ ou de nb d'onde $\sigma = \frac{1}{\lambda}$ -

$d(E(F,t)) = 2 dE_0 \left[1 + \cos \left(4\pi \sigma d(t) \right) \right]$

avec $dE_0 = dI = B_0 \frac{1}{1 + \left(\frac{\sigma - \sigma_0}{\Delta \sigma} \right)^2} d\sigma$ $\rightarrow$ épaisseur de la lame d'air - [5]

d'où $I(t) = \int_0^{\infty} d(E(F,t))$

$$I(t) = \int_0^{\infty} 2 B_0 \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{\sigma - \sigma_0}{\Delta \sigma} \right)^2} \cdot \left[1 + \cos \left(4\pi \sigma d(t) \right) \right] d\sigma \quad [6]$$

$$f(\sigma) = 2 B_0 \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{\sigma - \sigma_0}{\Delta \sigma} \right)^2} \cdot \left[1 + \cos \left(4\pi \sigma d(t) \right) \right]$$

[7]

§ II 2.2. (suite)

L'intégrale [6] se décompose en 2 intégrales I_c et I_t

$$I(x) = 2B_0(I_c + I_t) = 2B_0 \left\{ \underbrace{\int_0^\infty \frac{1}{1 + \left(\frac{\Gamma - \Gamma_0}{\Delta\Gamma}\right)^2} d\Gamma}_{I_c} + \underbrace{\int_0^\infty \frac{\cos[4\pi\Gamma d(t)]}{1 + \left(\frac{\Gamma - \Gamma_0}{\Delta\Gamma}\right)^2} d\Gamma}_{I_t} \right\}$$

$I_c = \pi \Delta\Gamma$ c'est 1 constante

On pose $x = 2 d(t) \Rightarrow \cos[4\pi\Gamma d(t)] = \cos[2\pi\Gamma_0 x]$

$I_t = \pi \Delta\Gamma e^{-2\pi \Delta\Gamma |x|} \cos(2\pi\Gamma_0 x)$

L'éclairement au centre de l'écran va présenter 3 caractéristiques:

- 1) une modulation de I en $\cos(2\pi\Gamma_0 x)$
- 2) une décroissance de l'amplitude modulée et l'intensité en $e^{-2\pi \Delta\Gamma |x|}$

3) une valeur moyenne I_c autour de laquelle on observera la modulation $[\cos]$ et la décroissance de l'intensité $[\exp]$

51) Exploitation de l'interférogramme. Fig 16 et 17.

- a) $\rightarrow$ On observe bien une décroissance exponentielle (verte) de $I(x)$ (Fig 16)
- $\rightarrow$ On observe une modulation (rapide) de $I(x)$, associée au terme $\cos(2\pi\Gamma_0 x)$
- $\rightarrow$ le déplacement du miroir M_2 (motorisé) est donné : $v = 50 \mu\text{m} \cdot \text{min}^{-1}$
soit $v = 5/6 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
- $\rightarrow$ on mesure sur la figure 17 la période T :
franges sombres $\Delta p = 12$ $\Delta t = 3,98 \Rightarrow T = \frac{\Delta t}{\Delta p} = 0,325 \text{ s}$
- $\rightarrow$ la variation de l'épaisseur $\Delta d = v * T = \frac{5}{6} * 0,325 = 0,271 \mu\text{m}$
(de la lame d'air)

§ 2.2. (suite)

Q 51 (suite) a) (suite) mesure de λ_0

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \delta = 2\Delta d \quad \text{avec } \Delta d = 0,271 \mu\text{m} \\ \Delta \delta = \Delta p \lambda \quad \text{avec } \Delta p = 1 \end{array} \right\} \quad \underline{\lambda = 0,542 \mu\text{m}}$$

on est tout proche de la "raie verte" du mercure (546 nm) -

b) On utilise la croissance/décroissance exponentielle - Fig 16

$$\frac{I(0)}{I_0} = 0,56 \quad \frac{I(t=50)}{I_0} = 1 \quad \text{et} \quad \frac{I(t)}{I_0} = e^{-2\pi \Delta \nu |x| \cos \Gamma}$$

$$\ln(0,56) = -0,58$$

$$\ln\left(\frac{I(t)}{I_0}\right) \approx -2\pi \Delta \nu |x|$$

$$x = 2 d(t) \quad t = 50 \text{ s.} \quad v = \frac{5}{6} \mu\text{m s}^{-1} \quad \Rightarrow \Delta d(50 \text{ s}) = \frac{250}{6} \mu\text{m}$$

$$\Delta \nu = \frac{\ln(I(t)/I_0)}{2\pi * 2 d(t)} = \frac{0,58 * \frac{6}{250}}{2\pi * 2 * 250 * 10^{-6}} = 1,07 * 10^{+3} \text{ m}^{-1}$$

$$\underline{\Delta \nu \approx 1 * 10^{+3} \text{ m}^{-1}}$$

c) $\nu = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow$ différentielle $\Delta \nu = d\left(\frac{1}{\lambda}\right) = \frac{d\lambda}{\lambda^2}$

largeur $\rightarrow$ $\Delta \nu = \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0^2}$

$$\Delta \lambda = \lambda_0^2 \Delta \nu$$

$$\lambda_0 = 542 * 10^{-9} \text{ m}$$

$$\Delta \nu = 1,07 * 10^{+3} \text{ m}^{-1}$$

$$\Delta \lambda = 3,34 * 10^{-9} \text{ m}$$

$$\underline{\Delta \lambda \approx 3 * 10^{-9} \text{ m}}$$

ou $\Delta \lambda = 3 \text{ nm}$

Q 52 : remarques : $\rightarrow$ largeur "naturelle" d'une raie $\rightarrow$ Lorentzienne

donc on suppose que ce modèle s'applique à la diode laser

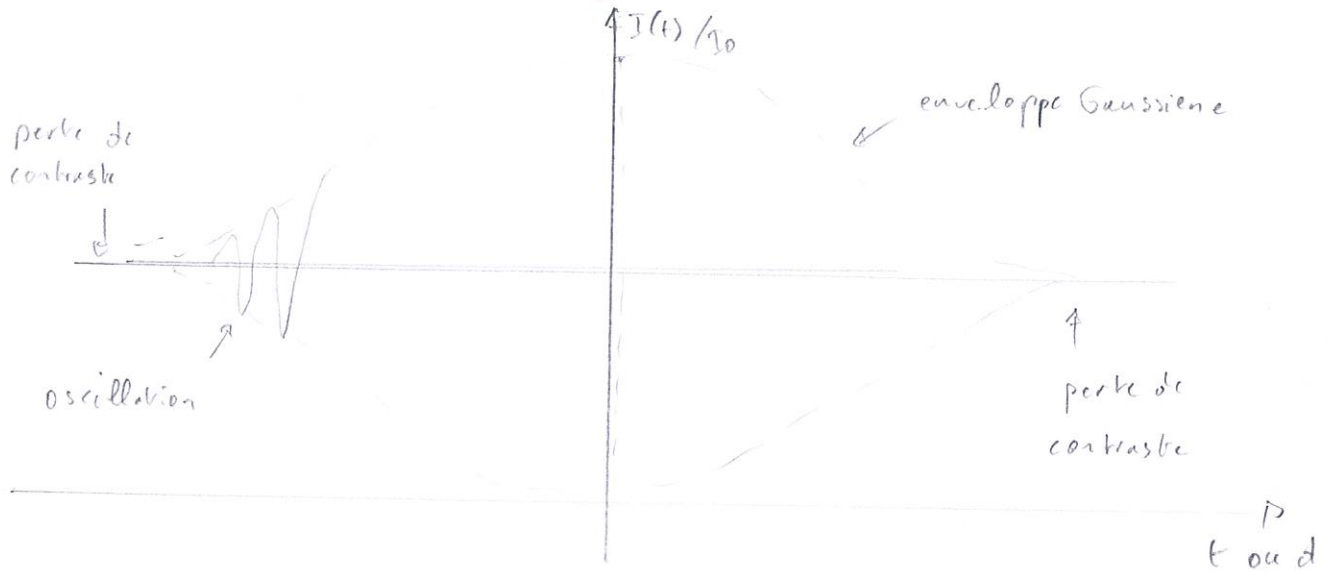
$\rightarrow$ Elargissement Doppler (distribution de vitesses)

d'une raie(lui)donne une forme Gaussienne.

§ 2.2,

compo ψ

Q 52 (suite) : l'interférogramme d'un raie spectrale d'une source "classique" (lampe à décharge ?) monoch est une gaussienne (car la T.F. d'une gaussienne est une gaussienne 😊).



A priori les largeurs spectrales $\Delta \lambda$ sont plus étroites pour diode laser versus raie monoch d'une lampe spectrale (Basse Pression)

Mais... $\Delta \lambda$ doublet jaune Na = 0,6 nm $\Rightarrow$ largeur d'une raie $\sim$ qdq pm. (10^{-12} m)

si lampe spectrale H⁺ pression $\Rightarrow$ largeur $\sim$ dizaine à centaine de pm

Q 53) ?