

Devoir 1 à rendre le mardi 19 septembre

Exercice 1. Soit (X, d) un espace métrique et soit $A \subset X$. Montrez que

- $Int(A) \subset A$
- $Int(A)$ est un ouvert de X
- $\{A \text{ ouvert}\} \Leftrightarrow \{Int(A) = A\}$
-

$$Int(A) = \bigcup_{O \subset A \text{ ouvert}} O.$$

- $Int(A)$ est le plus grand ouvert contenu dans A

Exercice 2. Soit $(u_n)_n$ une suite à valeurs réelles. On suppose que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (u_{n+1} - u_n) = 0.$$

En utilisant les indications données en cours, montrez que l'ensemble des valeurs d'adhérence de (u_n) est un intervalle (éventuellement vide) de $\mathbb{R}$.

On rappelle que $l \in \mathbb{R}$ est une valeur d'adhérence de (u_n) si

$$\forall \epsilon > 0, \forall N \in \mathbb{N}, \exists n \geq N \text{ tel que } |u_n - l| < \epsilon.$$