

## TD2 : Ensembles de définitions et valeur absolue

**Exercice 1.** Déterminez les ensembles de définition des fonctions suivantes :

$$\begin{array}{llll}
 (a) \ x \mapsto x^3 - 5x + \frac{1}{x} & (b) \ x \mapsto \frac{1}{x^2+2x-3} & (c) \ x \mapsto \frac{x^2-6x+5}{x^2+2x-3} & (d) \ x \mapsto \sqrt{x^2-5x+6} \\
 (e) \ x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x-1}-2} & (f) \ x \mapsto \frac{x^3-2x^2+x-2}{x^2-5x+6} & (g) \ x \mapsto \sqrt{\frac{x-1}{x-3}} & (h) \ x \mapsto \sqrt{x(x-1)(x-2)} \\
 (i) \ x \mapsto x - \frac{x}{\sqrt{x+1}} & (j) \ x \mapsto \frac{x-3}{(x-1)\sqrt{x-2}} & (k) \ x \mapsto \sqrt{1 - \frac{x+1}{x^2+2x+2}} & (l) \ x \mapsto \sqrt{1-x^2} \\
 (m) \ s \mapsto \sqrt{-2s^2-s+1} & & & 
 \end{array}$$

**Exercice 2.** Idem pour :

$$\begin{array}{l}
 (1) \ t \mapsto \ln(1+t^2). \\
 (2) \ x \mapsto \ln(4x+7). \\
 (3) \ x \mapsto \ln(-x^2+3x-7). \\
 (4) \ x \mapsto \frac{\ln(-x^2+3x)}{\sqrt{x-1}-2}
 \end{array}$$

### 1. VALEUR ABSOLUE

**Exercice 3.** Montrez les formules suivantes pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

$$x_+ - x_- = x ; \quad x_+ + x_- = |x| ; \quad x_+ = \frac{x + |x|}{2}.$$

**Exercice 4.** Pour  $x, y \in \mathbb{R}$ , que vaut

$$\frac{x + y + |x - y|}{2}?$$

**Exercice 5.** Pour chacune des fonctions suivantes, déterminez une formule simple suivant la valeur de  $x$  :

- $x \mapsto 2x + |x|$  ;
- $x \mapsto x + |x - 1|$  ;
- $x \mapsto |x| - |x - 1|$  ;
- $x \mapsto |x + 2| - 2|x - 1|$ .

### 2. FONCTION DE HEAVISIDE

**Exercice 6.** Pour chacune des fonctions suivantes, déterminez une formule simple suivant la valeur de  $x$  :

- $x \mapsto H(x - 1)$  ;
- $x \mapsto H(-x)$ .