

TD3 : variations, exponentielles et logarithmes

1. TRACÉS DE GRAPHES

Exercice 1. Après avoir dressé les tableaux de variations, déterminez les graphes des fonctions suivantes :

$$f_1(x) = x^2 - x + 2 ; f_2(x) = x^2 + 3x + 6 ; f_3(x) = x^3 - 3x.$$

On ne demande pas de déterminer les limites.

Exercice 2. Après avoir dressé les tableaux de variations, dessinez les graphes des fonctions suivantes et déterminez où elles sont croissantes ou décroissantes.

$$\begin{array}{ll} (b) x \mapsto \frac{1}{x^2+2x-3} & (c) x \mapsto \frac{x^2-6x+5}{x^2+2x-3} \\ (d) x \mapsto \sqrt{x^2-5x+6} & (e) x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x-1}-2} \end{array}$$

Les ensembles de définitions ont été déterminés au TD2. On ne demande pas de déterminer les limites.

2. VALEUR ABSOLUE

Exercice 3. Soit $f(x) = |x+2| + |x-1|$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

- Déterminez une formule simple pour $f(x)$ suivant que x est dans tel ou tel intervalle.
- Dressez alors le tableau de variation de f et tracez son graphe.

Exercice 4. Tracez le graphe de la fonction $x \mapsto f(x) = x^2 + |x|$.

Exercice 5. Tracez le graphe de la fonction $x \mapsto f(x) = x^2 + |x-1|$.

3. EXPONENTIELLE ET LOGARITHME

Exercice 6. Déterminez les ensembles de définition des fonctions suivantes :

- (1) $t \mapsto \ln(1+t^2)$.
- (2) $x \mapsto \ln(4x+7)$.
- (3) $x \mapsto \ln(-x^2+3x-7)$.
- (4) $x \mapsto \frac{\ln(-x^2+3x)}{\sqrt{x-1}-2}$

Exercice 7. Tableau de variation et graphes des fonctions suivantes :

- $x \mapsto e^{-x}$
- $x \mapsto 2e^{x-1}$
- $x \mapsto e^{x^2+2x+7}$
- Les trois premières fonctions de l'exercice précédent.

4. FONCTION DE HEAVISIDE

Exercice 8. Montrez que H est croissante. Est-elle strictement croissante ?

Exercice 9. Tracez le graphe de la fonction $x \mapsto f(x) = xH(x)$.

5. PUISSANCES

Exercice 10. Déterminez les ensembles de définition des fonctions suivantes :

$$\begin{array}{l} x \mapsto 2^x. \\ z \mapsto (-2)^y. \end{array}$$