



**TECHNIQUES
DE L'INGÉNIEUR**

Réf. : **E8250 V1**

Date de publication :
10 avril 2017

Date de dernière validation :
12 avril 2021

Optique matricielle pour l'analyse des systèmes centrés

Cet article est issu de : **Électronique - Photonique | Optique Photonique**

par **Christophe LABBÉ, Benoît PLANCOULAIN**

Mots-clés

optique matricielle | lentille |
achromatique | systèmes
optiques | asphérique

Résumé Trouver rapidement une image à travers un système optique et en connaître facilement ses propriétés peut s'avérer une approche efficace avant une étude approfondie. L'optique matricielle, outil mathématique de très grand confort, offre cette possibilité. Cet article expose la technique de calcul, à partir d'éléments optiques basiques (miroir, dioptré, lentille), puis s'oriente vers une méthode globale pour traiter des systèmes centrés plus complexes. Des exemples applicatifs concrets sont à chaque fois détaillés.

Keywords

optical matrix | lens |
achromatic | optical systems |
aspheric

Abstract The optical matrix offers a very efficient mathematical tool to find an image quickly through an optical system and discern its properties easily before further study is undertaken. This article describes how this approach is learnt from basic optical components (mirror, diopter, lens) and then gives more rapid methods using an equivalent matrix. Applied examples are given for each case to facilitate learning.

Pour toute question :

Service Relation clientèle
Techniques de l'Ingénieur
Immeuble Pleyad 1
39, boulevard Ornano
93288 Saint-Denis Cedex

Par mail :
infos.clients@teching.com
Par téléphone :
00 33 (0)1 53 35 20 20

Document téléchargé le : **05/09/2022**

Pour le compte : **7200043660 - centralesupelec // 193.54.24.132**

© Techniques de l'Ingénieur | tous droits réservés

Optique matricielle pour l'analyse des systèmes centrés

par **Christophe LABBÉ**

Maître de conférences à l'Université de Caen

Normandie Univ, UNICAEN, IUT de Caen, Département Mesures Physiques, Caen, France

Normandie Univ, ENSICAEN, UNICAEN, CEA, CNRS, CIMAP, Caen, France

et **Benoît PLANCOULAINE**

Maître de conférences à l'Université de Caen

Maîtres de conférences à l'Université Caen Normandie

Normandie Univ, UNICAEN, IUT de Caen, Département Mesures Physiques, Caen, France

Normandie Univ, UNICAEN, INSERM, BioTICLA, Caen, France

1. Contexte de l'optique matricielle	E 8 250 - 2
1.1 Onde lumineuse	— 2
1.2 Rayon lumineux	— 3
1.3 Systèmes centrés	— 4
1.4 Optique paraxiale et ses limites	— 4
1.5 Coordonnées d'un rayon dans un matériau	— 4
2. Principe de l'optique matricielle	— 5
2.1 Écriture de la matrice de transfert	— 5
2.2 Lecture de la matrice de transfert	— 5
3. Matrices élémentaires par rapport aux sommets	— 6
3.1 Matrice élémentaire de translation	— 6
3.2 Matrices élémentaires d'un dioptre	— 6
3.3 Matrices élémentaires d'un miroir	— 7
4. Applications pour la détermination des foyers d'un système optique	— 8
4.1 Introduction des foyers	— 9
4.2 Foyers d'un dioptre sphérique	— 9
4.3 Foyers d'un miroir sphérique	— 10
4.4 Exemples d'applications techniques déterminant les foyers	— 10
5. Matrices équivalentes	— 13
5.1 Généralisation du concept de système équivalent	— 13
5.2 Matrices équivalentes rapportées aux foyers	— 13
5.3 Matrices rapportées aux points conjugués	— 14
5.4 Matrices rapportées aux points principaux	— 15
5.5 Distance focale véritable	— 15
5.6 Retour sur les exemples techniques	— 16
6. Méthode de calcul pour les systèmes optiques complexes	— 16
6.1 Boîte à outils pour les systèmes dioptriques	— 16
6.2 Utilisation de la boîte à outils pour les systèmes dioptriques	— 17
6.3 Stratégie de conception d'un instrument optique	— 17
7. Exemples de systèmes optiques complexes	— 17
7.1 Agrandisseur de faisceau	— 17
7.2 Doublet achromatique de lentilles	— 18
7.3 Loupe	— 19
7.4 Microscopes optiques à transmission	— 20
7.5 Lunette astronomique	— 21
7.6 Télescope de type Cassegrain	— 22
7.7 Agrandissement, puissance et grossissement optique	— 23
8. Conclusion	— 23
9. Glossaire	— 23
10. Symboles	— 24
Pour en savoir plus	Doc. E 8 250

L'optique géométrique est la première approche d'un modèle décrivant la trajectoire de l'énergie lumineuse, appelée plus communément « rayon lumineux ». Ces rayons permettent de construire, à l'aide de dessins, l'image finale d'un objet à travers des systèmes optiques (dioptré, miroir, lentille). Quand le système optique intègre un grand nombre d'éléments optiques et devient plus complexe, la construction de rayons plus ou moins éloignés de l'axe optique peut être fastidieuse, voire impossible. Si ces rayons restent au voisinage du centre des systèmes optiques, l'utilisation des formules dites de « conjugaison » peut aider à calculer deux paramètres essentiels que sont la position et la taille de l'image par rapport à son objet. Mais là encore, les calculs peuvent être longs, mal aisés et susceptibles d'être la source d'erreurs. Ces deux approches sont donc inappropriées.

Le formalisme matriciel appliqué à l'optique géométrique, appelé plus communément **optique matricielle**, est beaucoup plus simple d'utilisation. Cet outil mathématique permet d'accéder aisément aux mêmes propriétés, d'autant plus qu'il est utilisable sur une simple calculatrice. Préalablement à une étude approfondie, il présente en effet l'avantage d'une première approche rapide et peu coûteuse par systèmes optiques équivalents. Bien que cette approche se déduise directement de la théorie de l'électromagnétisme, elle s'applique dans le cadre d'une approximation appelée **optique paraxiale**, basée sur la géométrie des rayons lumineux évoluant aux centres des systèmes optiques. Elle comporte ses propres limites, qui peuvent être levées grâce à des moyens de calcul plus sophistiqués utilisant des logiciels de tracé (ou « lancé ») de rayons par exemple. Ce formalisme matriciel reste néanmoins très efficace pour orienter les premières conceptions de systèmes optiques, puisqu'il s'intègre parfaitement dans la démarche de miniaturisation des dispositifs optiques.

Cet article présente tout d'abord le contexte de l'optique matricielle, ainsi que son principe de calcul basé sur des matrices à deux dimensions. Puis, ces matrices sont calculées et associées à chaque élément optique de base, telles la propagation d'un rayon, la traversée d'un dioptré ou la réflexion sur un miroir. À partir de l'inventaire de ces matrices associées, des exemples concrets sont exposés avec des systèmes composés de deux dioptrés (lentilles plan-convexe, biconvexe) pour déterminer, par exemple, la distance focale. Une autre partie indique ensuite la méthode de calcul à partir des matrices de systèmes équivalents (matrices rapportées aux points conjugués, principaux et foyers), facilitant une étude préliminaire de systèmes encore plus complexes et permettant d'exposer, dans une dernière partie, une méthode de calcul global sur des systèmes optiques centrés plus complexes.

Un glossaire et un tableau des symboles utilisés sont présentés en fin d'article.

1. Contexte de l'optique matricielle

1.1 Onde lumineuse

La lumière est un phénomène vibratoire électromagnétique, obéissant aux lois de l'électromagnétisme dans les matériaux, modélisées par les équations de Maxwell. Sa propagation est caractérisée par sa période spatiale $\lambda = c/\nu$, appelée longueur d'onde, ν étant la fréquence de la vibration et c sa célérité (vitesse de propagation) dans le matériau traversé.

Afin de rendre la solution donnée par les équations de Maxwell indépendante des matériaux dans lesquels se propage la lumière, le vide est pris comme milieu de référence. Ainsi, une onde de

fréquence ν est caractérisée par sa longueur d'onde λ_0 dans le vide :

$$\lambda_0 = \frac{c_0}{\nu},$$

avec $c_0 \approx 3 \times 10^8$ m.s⁻¹ la célérité dans le vide.

Les longueurs d'onde λ_0 du domaine dit « visible », sont comprises entre 400 nm pour la couleur violette, et 750 nm pour la couleur rouge [C3340]. L'œil humain, quant à lui, est plus sensible en plein jour à la lumière verte dont la longueur d'onde se situe vers $\lambda_0 \approx 550$ nm.

Pour tenir compte de ce milieu de référence qui est le vide, l'**indice optique** n est introduit comme le ratio de la vitesse dans le vide c_0 par rapport à la vitesse dans le matériau c , soit $n = c_0/c$. Il est généralement fonction des coordonnées spatiales. La moyenne de l'indice optique des matériaux transparents aux ondes lumineuses dans le domaine visible ne dépasse guère la valeur 2,70 en pratique. En particulier, celui de l'air dans les conditions normales de température et de pression est de l'ordre de

1,00, celui de l'eau est égal à 1,33, celui du verre s'échelonne entre 1,48 (FK51A) et 1,85 (LASF9) [1] et celui du diamant avoisine 2,42.

1.2 Rayon lumineux

Des approximations, liées principalement aux dimensions des systèmes optiques employés, permettent de réduire la complexité de la résolution des équations de Maxwell. En particulier, lorsque leurs dimensions sont très supérieures à la longueur d'onde λ_0 , la variation de l'amplitude du champ électrique est supposée négligeable sur une distance de l'ordre de grandeur de λ_0 . Pour cette approximation, appelée « optique géométrique », l'onde lumineuse est transverse (théorème de Malus) : le champ électromagnétique $(\vec{E}, \vec{H})$ évolue sur une surface quasi plane perpendiculaire à la direction donnée par le vecteur d'onde $\vec{k}$ (figure 1).

Le déplacement progressif des surfaces d'onde permet de définir une trajectoire tangente au vecteur $\vec{k}$, appelée **rayon lumineux**, dont le trajet est déduit des lois de Snell-Descartes (encadré 1). Plus précisément, l'une indique qu'un rayon lumineux reste toujours dans le même plan, nommé plan d'incidence, et l'autre définit le changement de direction d'un rayon lumineux dans le plan d'incidence suite à une variation d'indice. Un exemple d'application est celui du changement de direction par rapport à la normale de l'interface entre deux matériaux d'indice optique respectif n et n' (figure 2).

Remarque : tous les angles sont orientés positifs dans le sens trigonométrique pour tout le document.

Le **rayon incident** (1), orienté selon l'angle d'incidence i , se divise au point S en deux rayons avec un changement de direction :

- un **rayon réfléchi** (2) orienté selon l'angle de réflexion j vérifiant la relation $j = -i$;
- un **rayon réfracté** (3) orienté selon l'angle de réfraction r vérifiant la relation $n \cdot \sin i = n' \cdot \sin r$.

Les lois de Descartes sont utilisées pour interpréter de nombreux phénomènes en optique, tels que le guidage de la lumière dans les fibres optiques, les mirages et bien d'autres. Leur appli-

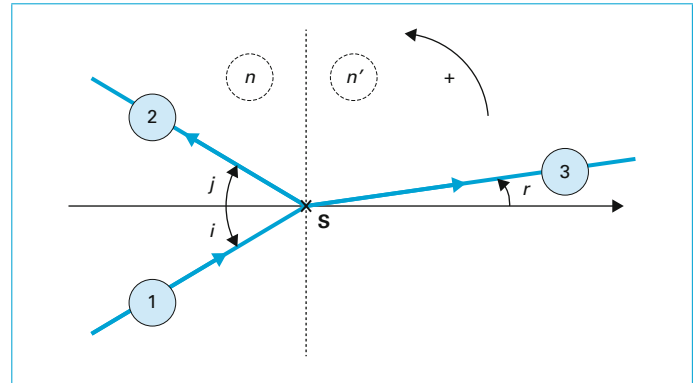


Figure 2 – Division d'un rayon à l'interface plane séparant deux matériaux

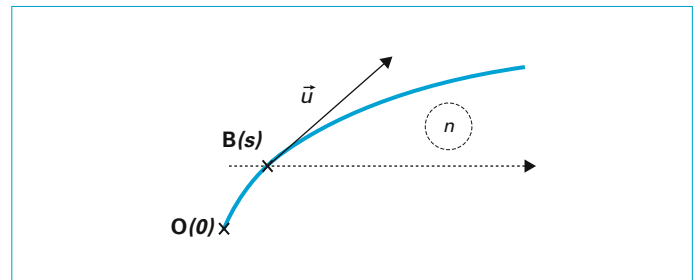


Figure 3 – Cheminement de la lumière dans un matériau non homogène

cation aux systèmes centrés dans les conditions de Gauss est utilisée pour établir le concept de l'optique matricielle.

Encadré 1 : En savoir plus sur les lois de Descartes

La notion de chemin optique L est définie comme étant le chemin équivalent parcouru par la lumière dans le vide lorsque la lumière traverse un matériau d'indice n . Ainsi, étant donnée l la longueur du chemin parcourue par la lumière dans un matériau, L se calcule selon le temps de propagation :

$$\frac{l}{c} = \frac{L}{c_0}, \text{ soit } L = n \cdot l.$$

En respectant l'approximation de l'optique géométrique, l'équation de propagation $(\text{grad } L)^2 = n^2$, appelée équation « eikonale » des opticiens, est déduite des équations de Maxwell, le symbole grad désignant le gradient d'une fonction. Le calcul du cheminement de la lumière s'effectue en prenant le gradient des deux membres de l'équation eikonale, pour établir les lois de Descartes données par :

$$\text{grad}(n) = \frac{d(n \cdot \vec{u})}{ds},$$

s étant l'abscisse curviligne et $\vec{u}$ la tangente au point B (figure 3).

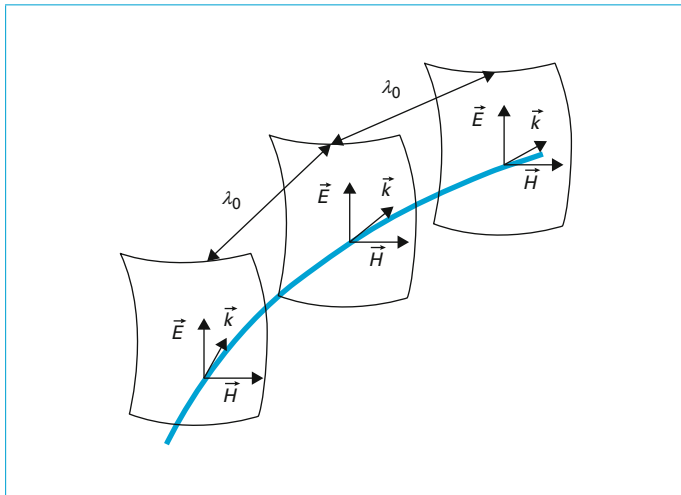


Figure 1 – Propagation d'onde quasi plane

1.3 Systèmes centrés

L'association d'interfaces séparant des matériaux d'indice optique différent permet de construire des systèmes optiques très variés. Lorsque ces derniers possèdent une symétrie cylindrique, la lumière se propage le long d'un axe de révolution, appelé **axe optique**. De tels systèmes optiques sont alors dits **systèmes centrés** (encadré 2).

Encadré 2 : En savoir plus sur les systèmes centrés

Pour les systèmes optiques à symétrie cylindrique, dits systèmes centrés, le repère de coordonnées cylindriques notées (r, θ, z) est le mieux adapté, l'axe optique étant représenté par l'axe Oz . Les lois de Descartes (encadré 1) exprimées dans ce repère donnent le système d'équations suivant :

$$\overrightarrow{\text{grad}}(n) = \frac{d(n \cdot \vec{u})}{ds} \Rightarrow \begin{cases} \frac{d}{ds} \left(n \cdot \frac{dr}{ds} \right) - n r \cdot \left(\frac{d\theta}{ds} \right)^2 = \frac{\partial n}{\partial r} \\ \frac{d}{ds} \left(n r^2 \cdot \frac{d\theta}{ds} \right) = 0 \\ \frac{d}{ds} \left(n \cdot \frac{dz}{ds} \right) = \frac{\partial n}{\partial z} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{d}{ds} \left(n \cdot \frac{dr}{ds} \right) = \frac{\partial n}{\partial r} \\ \theta = \theta_0 \\ \frac{d}{ds} \left(n \cdot \frac{dz}{ds} \right) = \frac{\partial n}{\partial z} \end{cases}$$

Comme les rayons lumineux sont susceptibles de couper l'axe optique ($r=0$), l'intégration suivant l'abscisse curviligne s de la deuxième équation démontre que l'angle θ reste constant ($\frac{d\theta}{ds} = 0$), simplifiant le système d'équations et prouvant ainsi que le rayon lumineux reste dans un plan méridien (figure 4).

Suivant la première équation du système simplifié, si l'indice optique varie uniquement le long de l'axe optique ($\frac{\partial n}{\partial r} = 0$) (figure 4), la relation classique de Descartes $n \sin \varphi = C$ apparaît, avec φ défini comme l'angle entre une parallèle à l'axe optique et la tangente du rayon lumineux au point B, sachant que $\sin \varphi = \frac{dr}{ds}$ et C , une constante.

1.4 Optique paraxiale et ses limites

Lorsque les rayons restent au voisinage de l'axe de symétrie du repère en coordonnées cylindriques, et respectent une faible inclinaison, les lois de l'optique géométrique se simplifient. Ces restrictions, appelées « conditions de Gauss », constituent l'**optique paraxiale**. Par conséquent, l'énoncé de la loi de Descartes pour la réfraction des rayons $n \cdot \sin i = n' \cdot \sin r$ (§ 1.2) est simplifié par $n \cdot i = n' \cdot r$. Les équations de l'optique géométrique se trouvent ainsi linéarisées permettant de mettre en place le **formalisme matriciel**. Ce cadre de travail est bien adapté aux systèmes optiques miniatures pour lesquels les rayons doivent rester confinés.

Les **limites** de l'optique paraxiale sont dues essentiellement à la valeur maximale de l'écartement et de l'inclinaison des rayons par rapport à l'axe optique. En effet, l'angle d'incidence maximal peut

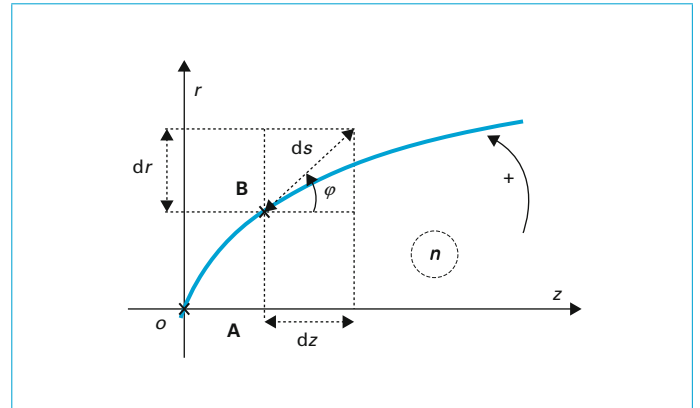


Figure 4 – Coordonnées cylindriques d'un rayon

s'apprécier avec la précision requise, en étudiant la fonction $\sin i \approx i$ (en radian). Ainsi, pour une précision relative de 1 %, i est égal à $14,3^\circ$; et pour 5 %, à $31,5^\circ$ (loi de Kepler).

Aujourd'hui, ces **limites** sont levées en partie grâce à l'usinage de surfaces asphériques (encadré 4 au § 3.2.2) qui autorise la conception de dispositifs plus précis avec moins d'éléments optiques, corrigeant les aberrations. Par exemple, les objectifs photographiques, constitués traditionnellement d'une dizaine de lentilles, sont conçus actuellement autour de quelques lentilles avec un accroissement de leurs performances. Pour indiquer les conditions d'application de l'optique paraxiale, le paramètre *f-number* est souvent mentionné comme paramètre technique (§ 4.4.2.2).

1.5 Coordonnées d'un rayon dans un matériau

Dans le cadre de cette optique paraxiale, les rayons lumineux cheminant dans les systèmes centrés sont donc décrits par deux paramètres : leur éloignement AB par rapport à l'axe optique (distance algébrique) et leur inclinaison φ par rapport à une parallèle à l'axe optique (figure 5).

En définissant un nouveau repère décrivant l'état lumineux en un point B (encadré 3), les coordonnées d'un rayon sont définies en tenant compte de ces deux paramètres, soit $\begin{bmatrix} AB \\ n \cdot \varphi \end{bmatrix}$, avec A la projection orthogonale de B sur l'axe optique, φ l'inclinaison par

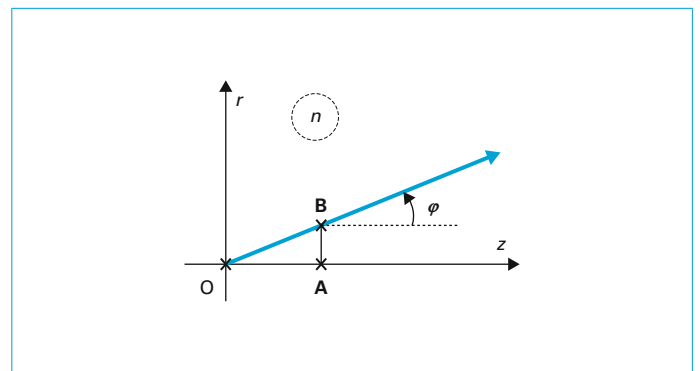


Figure 5 – Coordonnées d'un rayon lumineux

rapport à la parallèle à l'axe optique passant par B et n l'indice en B. Ces coordonnées s'utilisent pour trouver des relations matricielles du cheminement de la lumière dans les systèmes centrés.

Encadré 3 : En savoir plus sur les coordonnées d'un rayon

Pour les rayons restant au voisinage de l'axe optique et de faible inclinaison, la variation de l'abscisse curviligne ds est sensiblement égale à la variation dz sur l'axe optique (figure 4). La troisième équation simplifiée (encadré 2) permet de montrer $\frac{dn}{dz} = \frac{\partial n}{\partial z}$ le long de l'axe optique. Avec l'équation

$\tan(\varphi) = \frac{dr}{ds} \approx \frac{dr}{dz} \approx \varphi$, et la première équation du système simplifié, le nouveau système retenu :

$$\begin{cases} \frac{d(n \cdot \varphi)}{dz} = \frac{\partial n}{\partial r} \\ n \cdot \varphi = n \cdot \frac{dr}{dz} \end{cases}, \text{ est suffisant pour obtenir la trajectoire de la}$$

lumière, $n \cdot \varphi$ désignant la variable d'état en un point.

Son intégration permet de trouver des relations présentées sous forme matricielle entre les coordonnées d'un rayon lumineux $\begin{bmatrix} r \\ n \cdot \varphi \end{bmatrix}$, r étant l'éloignement et φ l'inclinaison du rayon par rapport à l'axe optique.

Les encadrés 1, 2 et 3 démontrent que les coordonnées d'un rayon lumineux sont déterminées à partir de l'équation de propagation (ou eikonale). Par conséquent, le **formalisme matriciel** provient de l'**extension des lois de Descartes** dans le **cadre de l'optique paraxiale**.

2. Principe de l'optique matricielle

2.1 Écriture de la matrice de transfert

Le nom de **matrice de transfert** est donné en optique à toutes matrices qui permettent de calculer les coordonnées d'un rayon lumineux lors de sa propagation. Le mot **transfert** est employé de façon générique en physique pour indiquer la transformation d'une grandeur physique, généralement linéaire, par un dispositif (ou par un matériau) qui peut être modélisée par une matrice (ou un tenseur). C'est donc une sorte de « boîte noire » dans laquelle se « transforment » les coordonnées d'un rayon lumineux.

Le principe de l'optique matricielle est relativement simple.

Un **système optique total** est composé de plusieurs **sous-systèmes optiques** comme par exemple une lentille épaisse suivie d'une lentille mince (figure 6a).

En **première étape**, une matrice (2×2) est associée à chacun de ces sous-systèmes optiques basiques. Au besoin, des matrices (2×2) de translation permettent de faire le lien avec chaque sous-système optique. Puis, un simple produit de l'ensemble de ces matrices, les unes à la suite des autres, est alors requis pour obtenir une **matrice M_Σ** modélisant le système optique total, réduit à ses propres caractéristiques (figures 6b et 6c).

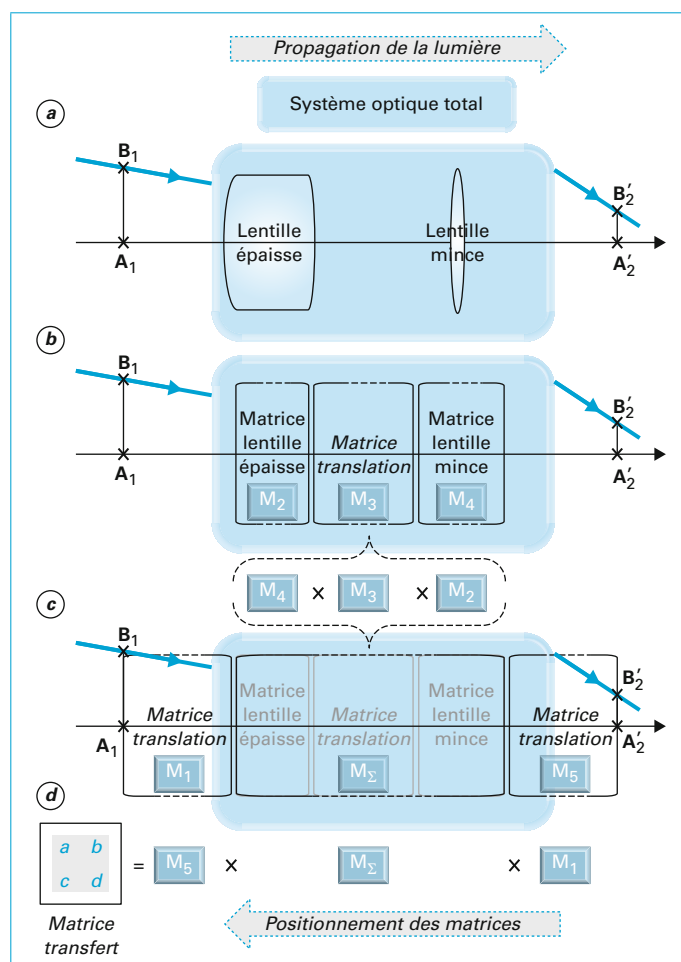


Figure 6 – Représentation schématique du principe de calcul de l'optique matricielle

En **deuxième étape**, la matrice M_Σ est étendue par une multiplication entre deux matrices de translation, permettant d'obtenir la **matrice de transfert** $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ associée au système optique total en deux points quelconques de l'espace de travail (figures 6c et 6d).

Le positionnement des matrices a toute son importance, car il doit respecter l'inverse du sens de propagation de la lumière comme schématisé figure 6d. Cette matrice de transfert permet, par l'utilisation de ses propres éléments de matrice $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, d'**accéder aux propriétés générales du système optique** comme par exemple la position, la taille de son image finale ou sa vergence (§ 3.2.2).

2.2 Lecture de la matrice de transfert

Dans le **cas général**, la matrice de transfert $[a, b, c, d]$ est obtenue à partir des deux points A et A' **ne possédant pas de positions particulières** (figure 7). Par conséquent, les éléments $[a, b, c, d]$ peuvent prendre des valeurs quelconques et n'ont pas de signification spécifique.

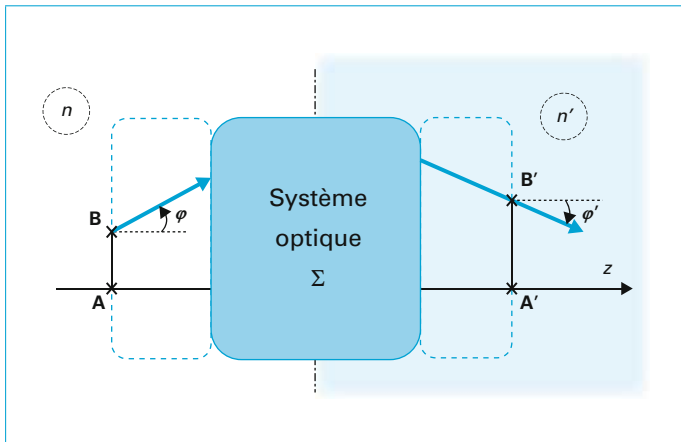


Figure 7 – Trajet d'un rayon lumineux passant par deux points B et B' quelconques à travers un système optique Σ

En revanche, des **points particuliers** comme les **foyers** (§ 4 et § 5.2), les **points conjugués** (§ 5.3) et les **points principaux** (§ 5.4) offrent l'accès aux propriétés générales du système optique. Les éléments $[a, b, c, d]$ peuvent être alors interprétés pour ces points particuliers.

3. Matrices élémentaires par rapport aux sommets

3.1 Matrice de translation

Lorsque la lumière traverse un milieu homogène et isotrope, l'indice optique n du milieu reste constant (pour toutes les positions et directions de l'espace, et pour tous les états de polarisation de la lumière). Selon la loi de Descartes ($n \sin \varphi = C$) (encadré 2), l'orientation du rayon par rapport à l'axe optique reste constante et le rayon lumineux chemine en ligne droite (figure 8).

La détermination des coordonnées du rayon lumineux au point B', en fonction de celles au point B, s'effectue en calculant la distance algébrique $\overline{A'B'}$, ainsi que son inclinaison φ' . La distance algébrique $\overline{A'B'}$ se détermine en introduisant le point J tel que $\overline{A'B'} = \overline{AJ} + \overline{JB'} = \overline{AB} + \overline{AA'} \cdot \varphi$, avec φ sensiblement égal à $\tan \varphi$, tandis que l'inclinaison reste constante ($\varphi' = \varphi$). La relation entre

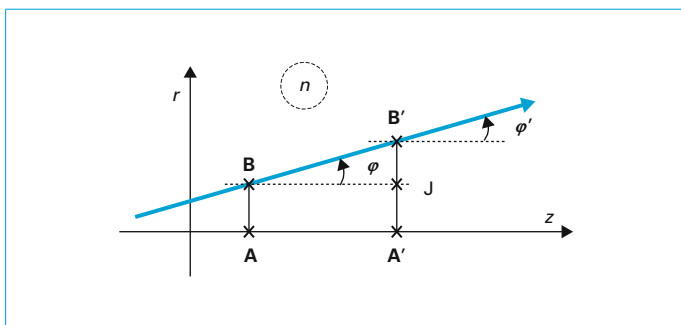


Figure 8 – Cheminement d'un rayon lumineux dans un matériau homogène isotrope

les coordonnées du rayon lumineux allant du point B au point B'

s'écrit sous forme matricielle $\begin{bmatrix} \overline{A'B'} \\ n \cdot \varphi' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \overline{AA'} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{AB} \\ n \cdot \varphi \end{bmatrix}$. Le déplacement sur l'axe z de B en B' est représenté par la matrice

$\begin{bmatrix} 1 & \overline{AA'} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ alors appelée **matrice de translation de A à A'**.

3.2 Matrices élémentaires d'un dioptre

Un dioptre matérialise une surface qui sépare deux matériaux d'indices optiques différents ayant pour valeur respective n et n' (figure 9). Les courbes générées par l'intersection de ces surfaces avec le plan d'incidence peuvent être, pour les plus simples d'entre elles, des droites (dioptre plan § 3.2.1) ou des arcs de cercles (dioptre sphérique § 3.2.2).

Cependant, les surfaces à symétrie cylindrique couramment utilisées pour la fabrication des dioptries, sont asphériques, souvent de forme conique (encadré 4), afin de corriger les aberrations sphériques (§ 4.4.2). Ainsi, des inclinaisons plus élevées de rayons lumineux par rapport à l'axe optique peuvent être retenues, permettant d'étendre le champ d'application de l'optique matricielle.

3.2.1 Matrice élémentaire d'un dioptre plan

Pour un dioptre plan, l'intersection avec le plan d'incidence, ici le plan de la feuille, est une droite (figure 9).

En premier lieu, l'utilisation de la loi de Descartes $n \cdot i = n' \cdot r$ permet d'obtenir la relation $\begin{cases} \overline{SK} = \overline{SK} \\ n' \cdot \varphi' = n \cdot \varphi \end{cases}$ au point K, entre les coordonnées du rayon lumineux avant et après la traversée du dioptre, soit $\begin{bmatrix} \overline{SK} \\ n' \cdot \varphi' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{SK} \\ n \cdot \varphi \end{bmatrix}$.

La matrice M_Σ du dioptre plan est donnée par $M_\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, qui n'est autre que la matrice identité.

En deuxième lieu, afin d'obtenir la matrice de transfert, les coordonnées au point B' d'un rayon, allant du point B au point B', s'obtiennent en considérant le déplacement du point B au point K (matrice de translation $\overline{AS}$), la traversée du dioptre au point K,

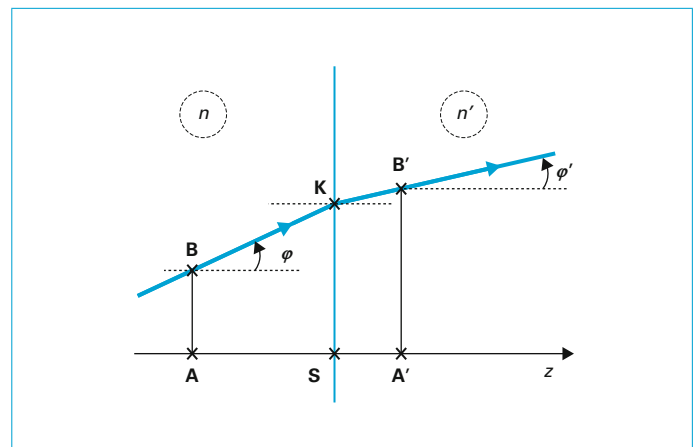
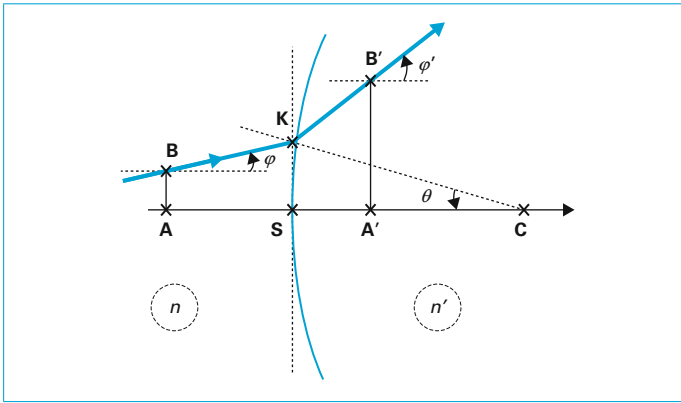


Figure 9 – Dioptre plan

Figure 10 – Dioptré sphérique (avec $n > n'$)

puis le déplacement du point K au point B' (matrice de translation $\overline{SA'}$), soit en effectuant le produit matriciel :

$$\begin{bmatrix} \overline{A'B'} \\ n' \cdot \phi' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \overline{SA'} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \overline{AS} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{AB} \\ n \cdot \phi \end{bmatrix}$$

$$\text{La matrice de transfert est donnée par } \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\overline{SA}}{n} + \frac{\overline{SA'}}{n'} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

3.2.2 Matrice élémentaire d'un dioptré sphérique

Pour le dioptré sphérique, l'intersection avec le plan d'incidence est un arc de cercle de rayon SC (figure 10).

La même démarche que pour le dioptré plan est appliquée. En premier lieu, l'utilisation de la loi de Descartes $n \cdot i = n' \cdot r$ avec $i = \phi + \theta$ et $r = \phi' + \theta$, permet de trouver la relation :

$$\begin{cases} \overline{SK} = \overline{SK} \\ n' \cdot \phi' = n \cdot \phi - \phi \cdot \overline{SK} \end{cases}$$

$$\text{avec } \theta = \frac{\overline{SK}}{SC} \text{ et } \phi = \frac{n' - n}{SC},$$

$$\text{soit la matrice } M_{\Sigma} \text{ du dioptré sphérique suivante : } M_{\Sigma} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\phi & 1 \end{bmatrix}.$$

La grandeur ϕ est appelée **vergence du dioptré** et s'exprime en dioptries (δ), unité homogène à l'inverse du mètre (m^{-1}). Lorsque ϕ est positive, tout rayon parallèle à l'axe optique s'en approche lors de la traversée du dioptré, le dioptré est dit **convergent**, et lorsque ϕ est négative, tout rayon parallèle à l'axe optique s'en éloigne lors de la traversée du dioptré, le dioptré est dit **divergent**.

En deuxième lieu, les coordonnées au point B' s'obtiennent, de la même manière que pour le dioptré plan, en calculant la matrice de transfert suivante :

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \phi \frac{\overline{SA'}}{n'} & -\frac{\overline{SA}}{n} + \frac{\overline{SA'}}{n'} \left(1 + \phi \frac{\overline{SA}}{n} \right) \\ -\phi & 1 + \phi \frac{\overline{SA}}{n} \end{bmatrix}$$

Encadré 4 : En savoir plus sur les dioptrés asphériques

Bien que la fabrication de surfaces asphériques soit techniquement plus délicate, ces dioptrés permettent de corriger les aberrations sphériques (§ 4.4.2) tout en obtenant des systèmes optiques de moindre encombrement [2].

L'indice optique étant supposé constant sur la surface conique, la différentielle de l'indice n est nulle ($dn = 0$) en tout point K du dioptré (figure 11). Ainsi, les dérivées partielles vérifient la relation : $\frac{\partial n}{\partial r} = -\frac{\partial n}{\partial z} \cdot \left[\frac{dz}{dr} \right]_K$.

Lorsque un rayon lumineux traverse un dioptré, les lois de Descartes (encadré 3) deviennent $\frac{d(n \cdot \phi)}{dz} = -\frac{\partial n}{\partial z} \cdot \left[\frac{dz}{dr} \right]_K$, soit $d(n \cdot \phi) = -\left[\frac{dz}{dr} \right]_K \cdot dn$ en considérant que $\frac{dn}{dz} = \frac{\partial n}{\partial z}$ le long de l'axe optique.

La relation $n' \cdot \phi' - n \cdot \phi = -\left[\frac{dz}{dr} \right]_K \cdot (n' - n)$ s'obtient donc par une simple intégration.

L'équation cartésienne de la conique permet de calculer le terme $\left[\frac{dz}{dr} \right]_K$. En prenant le sommet S comme origine du repère

(figure 11), elle est donnée par $r^2 + (1 - e^2) \cdot z^2 - 2 \cdot \rho \cdot z = 0$, e étant un réel positif appelé excentricité, ρ le rayon de courbure apical ou encore le rayon du cercle tangent au sommet de la section conique. Les ellipses sont obtenues pour $0 < e < 1$, les paraboles pour $e = 1$, les hyperboles pour $e > 1$ et les cercles pour le cas limite $e = 0$. L'équation de la conique s'écrit sous deux formes différentes :

$$z = \frac{-r^2}{(1 - e^2) \cdot z - 2\rho} \quad \text{et} \quad (1 - e^2) \cdot z - \rho = -\sqrt{\rho^2 - (1 - e^2) \cdot r^2}.$$

La combinaison de ces deux formes de l'équation amène à la relation $z(r) = \frac{r^2}{\rho \left(1 + \sqrt{1 - (1 - e^2) \cdot \frac{r^2}{\rho^2}} \right)}$. Dans le cas général

de surfaces asphériques plus élaborées, il est à noter que $z(r)$ se développe selon un polynôme en puissance paire de l'élévation r . Dans le cadre de l'approximation paraxiale, l'élévation de r est supposée faible devant le rayon apical ρ .

Ainsi, le calcul de la dérivée sur la surface du dioptré aboutit simplement à $\left[\frac{dz}{dr} \right]_K = \left[\frac{r}{\rho} \right]_K$ soit $\left[\frac{dz}{dr} \right]_K \approx \left[\frac{\overline{SK}}{\rho} \right]_K$. Finalement, la matrice donnant le changement de direction en fonction de l'éloignement de l'axe optique est toujours $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\phi & 1 \end{bmatrix}$, $\phi = \frac{n' - n}{SC}$ étant la vergence du dioptré asphérique.

3.3 Matrices élémentaires d'un miroir

Un miroir matérialise une surface réfléchissante qui limite un matériau d'indice n .

3.3.1 Matrice élémentaire d'un miroir plan

Pour un miroir plan, l'intersection avec le plan d'incidence est une droite (figure 12).

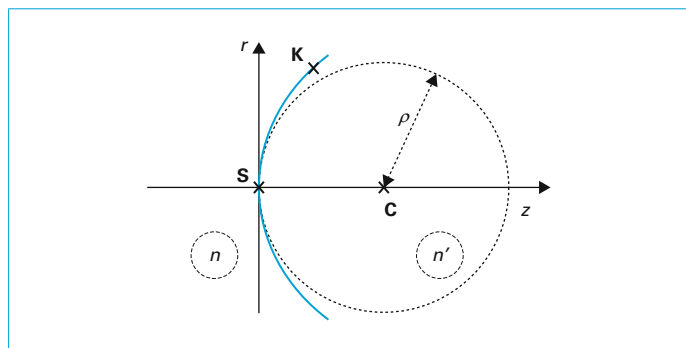


Figure 11 – Dioptre asphérique avec le centre C du cercle apical

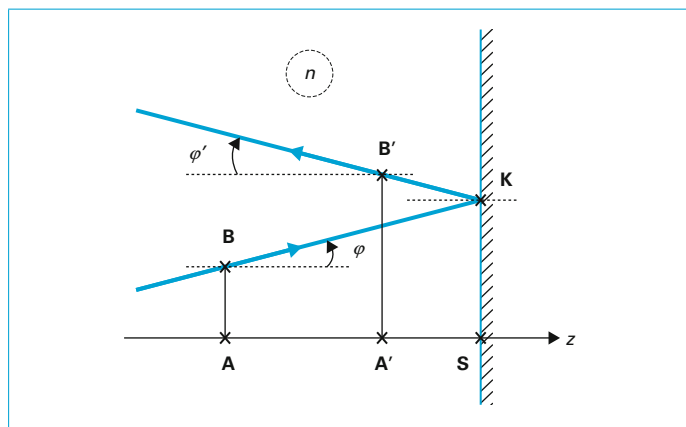


Figure 12 – Miroir plan

Les coordonnées du rayon lumineux avant et après la réflexion sur un miroir se calculent à l'aide de $(\varphi = -\varphi')$, pour trouver

$$M_{\Sigma} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ selon } \begin{bmatrix} \overline{SK} \\ n \cdot \varphi' \end{bmatrix} = M_{\Sigma} \cdot \begin{bmatrix} \overline{SK} \\ n \cdot \varphi \end{bmatrix}$$

Pour la matrice de transfert, les coordonnées au point B', d'un rayon allant du point B au point B', s'obtiennent en considérant le déplacement du point B au point K (matrice de translation $\overline{AS}$), la réflexion sur le miroir au point K, puis le déplacement du point K au point B' (matrice de translation $\overline{SA'}$), soit en effectuant le produit matriciel :

$$\begin{bmatrix} \overline{A'B'} \\ n \cdot \varphi' \end{bmatrix} = \begin{matrix} \text{Translation } SA' \\ \begin{bmatrix} 1 & \overline{SA'} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \cdot \begin{matrix} \text{Miroir plan} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix} \cdot \begin{matrix} \text{Translation } AS \\ \begin{bmatrix} 1 & \overline{AS} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{AB} \\ n \cdot \varphi \end{bmatrix}$$

La matrice de transfert $[a, b, c, d]$ est donnée alors par :

$$\begin{bmatrix} \overline{A'B'} \\ n \cdot \varphi' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\overline{SA}}{n} - \frac{\overline{SA'}}{n} \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{AB} \\ n \cdot \varphi \end{bmatrix}$$

3.3.2 Matrice élémentaire d'un miroir sphérique

Pour un miroir sphérique, l'intersection avec le plan d'incidence est un arc de cercle de rayon $\overline{SC}$ (figure 13).

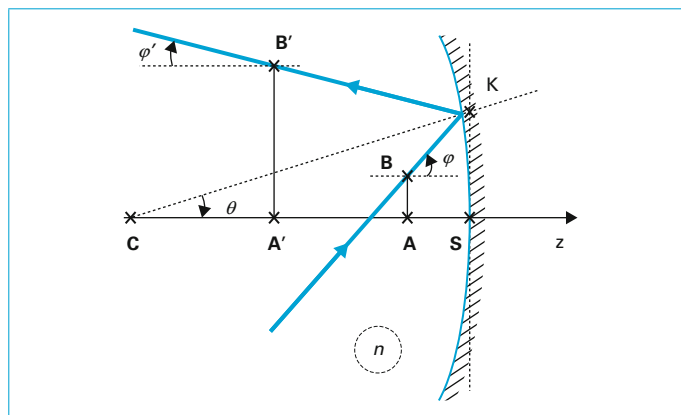


Figure 13 – Miroir sphérique

Les coordonnées du rayon lumineux avant et après la réflexion sur un miroir se calculent à l'aide de $\varphi + \theta = -(\varphi' + \theta)$ et $\varphi = \frac{-2n}{\overline{SC}}$

(≥ 0 sur la figure 13) pour trouver $M_{\Sigma} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \varphi & -1 \end{bmatrix}$ selon la relation :

$$\begin{bmatrix} \overline{SK} \\ n \cdot \varphi' \end{bmatrix} = M_{\Sigma} \cdot \begin{bmatrix} \overline{SK} \\ n \cdot \varphi \end{bmatrix}$$

Les coordonnées d'un rayon au point B' s'obtiennent de la même manière que pour le miroir plan, ce qui permet d'écrire :

$$\begin{bmatrix} \overline{A'B'} \\ n \cdot \varphi' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \varphi \frac{\overline{SA'}}{n} & -\frac{\overline{SA}}{n} - \frac{\overline{SA'}}{n} \left(1 + \varphi \frac{\overline{SA}}{n} \right) \\ \varphi & -1 - \varphi \frac{\overline{SA}}{n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{AB} \\ n \cdot \varphi \end{bmatrix}$$

Encadré 5 : En savoir plus sur les déterminants de matrices

Le déterminant d'une matrice s'écrit $\det \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = AD - BC$.

Le déterminant de la matrice de transfert est égal à 1 pour un *dioptr*e et -1 pour un miroir. Le signe du déterminant s'identifie par rapport au sens du dernier rayon émergent. Par conséquent, tous les systèmes composés uniquement de dioptres appelés encore **systèmes dioptriques**, ont un déterminant positif. Les systèmes composés d'un nombre pair ou impair de miroirs, appelés **systèmes catadioptriques**, ont respectivement un déterminant positif ou négatif.

4. Applications pour la détermination des foyers d'un système optique

Toutes les démonstrations présentées dans ce paragraphe sont valables pour des systèmes optiques de vergence quelconque (positive ou négative). En revanche, par souci de clarté les illustrations et exemples sont présentés pour des systèmes convergents (vergence positive).

4.1 Introduction des foyers

Le foyer est défini comme le point de convergence d'un faisceau de rayons parallèles traversant un système optique (Σ). Pour trouver le foyer image, un faisceau de rayons parallèles éclaire l'entrée du système Σ produisant alors un faisceau de rayons convergents (figure 14).

Le faisceau lumineux de rayons parallèles inclinés d'un angle φ par rapport à l'axe optique à l'entrée du système Σ , en ressort sous forme d'un faisceau de rayons convergents au point B' . Ainsi, quel que soit le rayon passant par un point B sur une ligne orthogonale à l'axe optique, il émerge en passant par le point B' . Pour que cette condition soit vérifiée, l'élément a de la matrice de transfert doit être nul, afin de marquer l'indépendance par rapport au choix de B . Le point B' est appelé **foyer secondaire image**, noté généralement F'_s .

Lorsque l'angle φ est nul, A' noté alors F' se situe sur l'axe optique. Il est nommé foyer principal image ou plus couramment **foyer image**.

Pour connaître le foyer objet, un faisceau de rayons convergents est positionné en un point, de façon que le système Σ produise en sortie un faisceau de rayons parallèles (figure 15).

Le faisceau lumineux de rayons convergents au point B à l'entrée de Σ en ressort sous forme d'un faisceau de rayons paral-

lèles inclinés d'un angle φ' par rapport à l'axe optique. Ainsi, quelle que soit la direction φ d'un rayon au point B , il émerge en effectuant un angle constant φ' par rapport à l'axe optique. Pour que cette condition soit vérifiée, l'élément d de la matrice de transfert doit être nul, pour marquer l'indépendance en φ . Le point B est appelé **foyer secondaire objet** noté F_s .

Lorsque l'angle φ' est nul, A noté alors F se situe sur l'axe optique. Il est nommé foyer principal objet ou plus couramment **foyer objet**.

4.2 Foyers d'un dioptre sphérique

Si le raisonnement du § 4.1 est suivi, la matrice de transfert du dioptre sphérique obtenue au paragraphe § 3.2.2 permet de trouver les foyers en annulant ses termes diagonaux a et d de sa

matrice de transfert. Ainsi, lorsque $1 - \varphi \cdot \frac{\overline{SA'}}{n'} = 0$, le point A'

prend la position du foyer image F' tel que $\overline{SF'} = \frac{n'}{\varphi}$, et lorsque

$1 + \varphi \cdot \frac{\overline{SA}}{n} = 0$, le point A prend la position du foyer objet F tel que $\overline{SF} = -\frac{n}{\varphi}$.

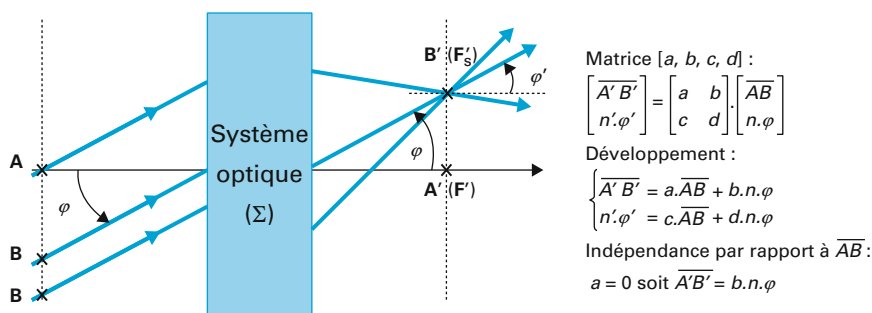


Figure 14 – Foyers images principal F' et secondaire F'_s d'un système optique convergent

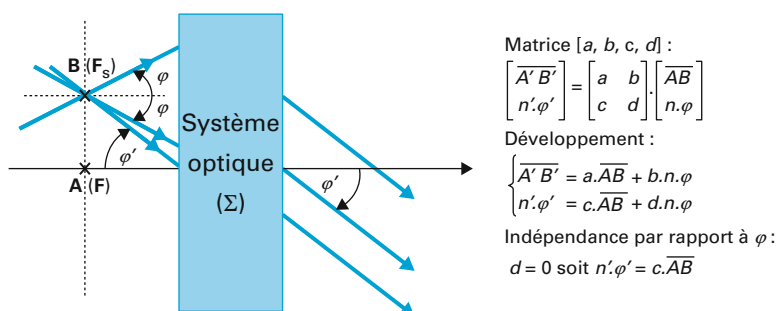


Figure 15 – Foyers objets principal F et secondaire F_s d'un système optique convergent

4.3 Foyers d'un miroir sphérique

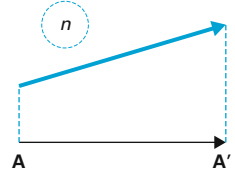
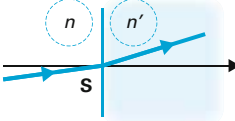
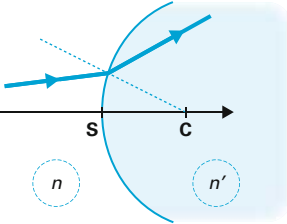
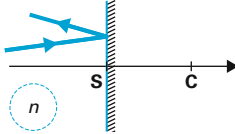
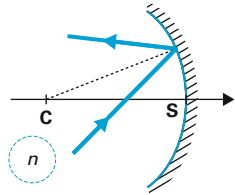
La matrice de transfert d'un miroir sphérique obtenue au § 3.3.2 permet de trouver les foyers en annulant ses termes diagonaux a et d . Ainsi, lorsque $1 + \phi \cdot \frac{\overline{SA'}}{n} = 0$, le point A' prend la position du foyer image F' tel que $\overline{SF'} = -\frac{n}{\phi}$ et lorsque $-1 - \phi \cdot \frac{\overline{SA}}{n} = 0$, le point A prend la position du foyer objet F tel que $\overline{SF} = -\frac{n}{\phi}$. Les deux foyers F et F' sont alors confondus.

4.4 Exemples d'applications techniques déterminant les foyers

4.4.1 Tableau synthétique des matrices élémentaires rapportées aux sommets

Le tableau 1 offre une synthèse des matrices associées aux systèmes élémentaires rapportées à leur sommet (§ 3). Elles sont les premières bases pour les calculs de l'optique matricielle.

Tableau 1 – Résumé des matrices associées aux systèmes élémentaires rapportées à leurs sommets

Élément Fonction	Représentation	Matrice élémentaire M_Σ rapportée aux sommets	Matrice de transfert $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\overline{SA'}}{n'} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot [M_\Sigma] \cdot \begin{bmatrix} 1 & \frac{\overline{AS}}{n} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
Translation d'une distance AA' dans un milieu d'indice n		–	$\begin{aligned} a &= 1 \\ b &= \frac{\overline{AA'}}{n} \\ c &= 0 \\ d &= 1 \end{aligned}$
Dioptré plan séparant deux milieux d'indice n et n'		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{aligned} a &= 1 \\ b &= -\frac{\overline{SA}}{n} + \frac{\overline{SA'}}{n'} \\ c &= 0 \\ d &= 1 \end{aligned}$
Dioptré sphérique séparant deux milieux d'indice n et n'		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\phi & 1 \end{bmatrix}$ avec la vergence $\phi = \frac{n' - n}{\overline{SC}}$	$\begin{aligned} a &= 1 - \phi \frac{\overline{SA'}}{n'} \\ b &= -\frac{\overline{SA}}{n} + \frac{\overline{SA'}}{n'} \left(1 + \phi \frac{\overline{SA}}{n} \right) \\ c &= -\phi \\ d &= 1 + \phi \frac{\overline{SA}}{n} \end{aligned}$
Miroir plan dans un milieu d'indice n		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{aligned} a &= 1 \\ b &= -\frac{\overline{SA}}{n} - \frac{\overline{SA'}}{n} \\ c &= 0 \\ d &= -1 \end{aligned}$
Miroir sphérique dans un milieu d'indice n		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \phi & -1 \end{bmatrix}$ avec la vergence $\phi = \frac{-2n}{\overline{SC}}$	$\begin{aligned} a &= 1 + \phi \frac{\overline{SA'}}{n} \\ b &= -\frac{\overline{SA}}{n} - \frac{\overline{SA'}}{n} \left(1 + \phi \frac{\overline{SA}}{n} \right) \\ c &= \phi \\ d &= -1 - \phi \frac{\overline{SA}}{n} \end{aligned}$

4.4.2 Foyers d'une lentille plan-convexe

Une lentille est un système optique constitué de deux dioptries délimitant un matériau d'indice optique n . Pour toutes les **lentilles** étudiées dans cet article, le milieu extérieur est constitué par de l'air sec, dont l'indice optique sera considéré comme égal à 1,0000.

Dans ce paragraphe, une première lentille plan-convexe sphérique est examinée dans le cadre de l'optique matricielle, puis hors de ce cadre, faisant apparaître les aberrations de sphéricité. Une deuxième lentille plan-convexe asphérique (encadré 4) de même diamètre est comparée à la précédente élargissant l'utilisation des outils de l'optique matricielle.

4.4.2.1 Cas de l'approximation paraxiale : conditions de Gauss

Cette première partie permet de calculer la position des foyers d'une lentille plan-convexe sphérique en optique paraxiale. La lentille plan-convexe de la société CVI-Melles Griot de référence LPX-35.0-44.1-C est prise comme exemple et schématisée sur la figure 16 d'après l'illustration du catalogue. Les points H et H', nommés points principaux, sont définis au § 5.4.

Comme vu précédemment, le positionnement des matrices, pour calculer M_Σ , doit respecter l'inverse du sens de propagation de la lumière telle que

$$M_\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \frac{S_1 S_2}{n} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\phi_1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \phi_1 \frac{S_1 S_2}{n} & \frac{S_1 S_2}{n} \\ -\phi_1 & 1 \end{bmatrix}$$

Puis la matrice $[a, b, c, d]$ est calculée :

$$\begin{bmatrix} A'_1 B'_1 \\ \phi'_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_1 B_1 \\ \phi_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & S_2 A'_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot [M_\Sigma] \cdot \begin{bmatrix} 1 & A_1 S_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_1 B_1 \\ \phi_1 \end{bmatrix}$$

$$\text{soit : } \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \phi_1 \frac{S_1 S_2}{n} - \phi_1 S_2 A'_1 & b \\ -\phi_1 & 1 + \phi_1 S_1 A_1 \end{bmatrix},$$

b étant calculé en considérant le déterminant (encadré 5) de la matrice égal à 1.

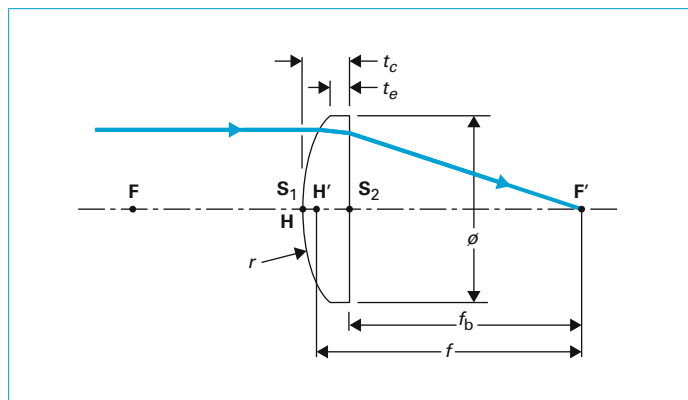


Figure 16 – Lentille plan-convexe sphérique (reproduction avec l'aimable autorisation de CVI Melles Griot).

L'annulation de l'élément diagonal a permet d'accéder à la distance f_b (back focal length) donnée par le constructeur avec

$$A'_1 \equiv F', \text{ soit : } f_b = S_2 F' = \frac{1}{\phi_1} - \frac{S_1 S_2}{n} = \frac{S_1 C_1}{n-1} - \frac{S_1 S_2}{n},$$

tandis que l'annulation de l'élément d ($A_1 \equiv F$) donne la distance focale f_Σ égale à $\overline{FS_1} = \frac{1}{\phi_1} = \frac{S_1 C_1}{n-1}$ (l'égalité $f_\Sigma = \overline{FS_1} = \overline{H'F'}$ est démontrée § 5.6.1).

Exemple 1 :

Lentille plan-convexe : CVI-Melles Griot LPX-35.0-44.1-C

Données constructeur : $f_b = 81,3$ mm ; $f_\Sigma = 85,0$ mm ; épaisseur maximale de la lentille $t_c = S_1 S_2 = 5,6$ mm ; rayon de courbure du dioptre sphérique $r = S_1 C_1 = 44,1$ mm et indice du verre N-BK7 $n = 1,5187 @ 546,1$ nm [1] (figure 16).

Calcul : le calcul matriciel donne ainsi une $f_b = \overline{S_2 F'} = \frac{S_1 C_1}{n-1} - \frac{S_1 S_2}{n} = 81,33$ mm et une distance focale $f_\Sigma = \overline{FS_1} = \frac{1}{\phi_1} = \frac{S_1 C_1}{n-1} = 85,02$ mm en accord avec les spécifications du constructeur.

4.4.2.2 Hors de l'approximation paraxiale : limite de l'optique matricielle

Cette approche permet d'apprécier la limite de l'utilisation de l'optique matricielle. En gardant l'exemple 1 de la lentille plan-convexe et en appliquant le principe du retour inverse de la lumière, la face plane est éclairée au moyen d'un faisceau de rayons parallèles à l'axe optique (figure 17a).

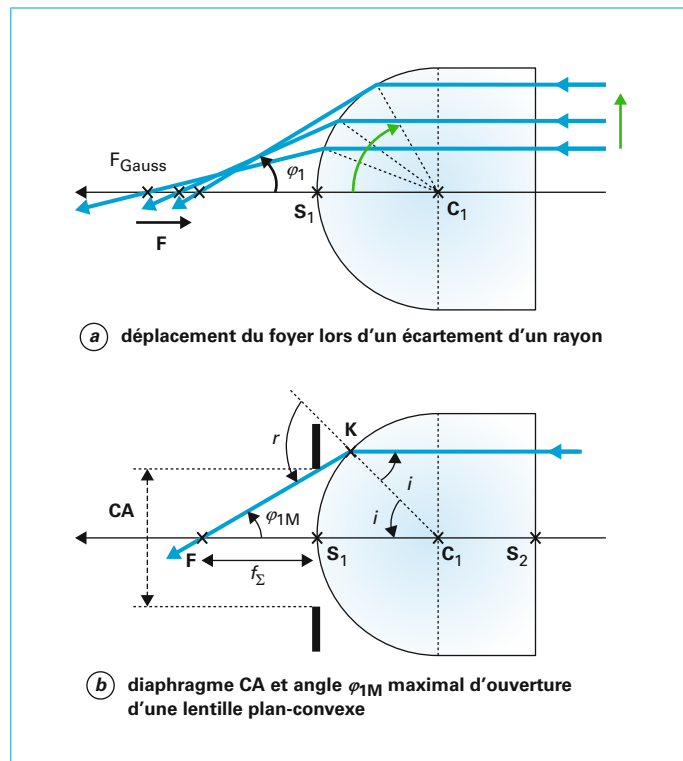


Figure 17 – Illustration de l'utilisation de l'optique matricielle

Plus les rayons parallèles s'écartent de l'axe optique, plus l'angle d'incidence i augmente, plus l'angle de réfraction r augmente suivant la loi de Descartes ($n \sin i = \sin r$), provoquant l'augmentation de l'angle ϕ_1 . Par conséquent, le rayon émergent de la lentille s'approche du sommet S_1 au fur et à mesure que le rayon parallèle incident s'éloigne de l'axe optique, raccourcissant d'autant plus la distance $\overline{FS_1}$ (figure 17a). Ce déplacement du foyer F est dû à la courbure de la lentille, qualifié d'**aberration sphérique**.

Afin que le foyer soit considéré comme « ponctuel », un angle maximal d'ouverture différenciant le domaine paraxial et non paraxial doit être estimé (figure 17b). Techniquement, cet angle maximal peut être évalué en consultant les caractéristiques indiquées pour les lentilles ou pour les associations de lentilles. Plus particulièrement, l'un des paramètres le plus couramment usité est le **nombre d'ouverture**, appelé aussi *f-number* ou $F/\#$ (§ 1.4). Ce dernier est défini comme le quotient de la distance focale (f_Σ)

sur le diamètre CA du diaphragme d'entrée ($F/\# = \frac{f_\Sigma}{CA}$). En reprenant l'exemple 1, le **calcul de l'angle ϕ_{1M} maximal** est défini selon la relation $\tan(\phi_{1M}) \approx \phi_{1M} = \frac{CA/2}{f_\Sigma} = \frac{1}{2 \cdot F/\#}$.

Exemple 2 :

Lentille plan-convexe : CVI-Melles Griot LPX-35.0-44.1-C

Données constructeur : $f_\Sigma = 85,0$ mm ; diamètre 35 mm et $F/\# = 2,7$

Calcul : soit un diaphragme de diamètre $CA = \frac{f_\Sigma}{F/\#} = \frac{85}{2,7} = 31,48$ mm correspondant à 90 % du diamètre de la lentille [3]. L'angle obtenu sur cet exemple $\phi_{1M} = \frac{1}{2 \cdot F/\#} = \frac{1}{2 \times 2,7} = 0,185$ rad = $10,610^\circ$ illustre l'angle maximal utilisable en optique paraxiale pour cette lentille.

Néanmoins, les techniques actuelles de fabrication permettent d'usiner des dioptries asphériques (encadré 4) qui corrigent les aberrations sphériques, illustrées par l'exemple 3.

Exemple 3 :

Lentille biconvexe asphérique : CVI-Melles Griot LAG-35.0-35.0-C

Données constructeur : $f_\Sigma = 35,0$ mm ; diamètre 35 mm ; $F/\# = 1,00$

Calcul : soit un diaphragme de diamètre $CA = \frac{f_\Sigma}{F/\#} = \frac{35}{1,0} = 35,00$ mm correspondant à 100 % du diamètre de la lentille. L'angle obtenu sur cet exemple $\phi_{1M} = \frac{1}{2 \cdot F/\#} = \frac{1}{2 \times 1} = 0,5$ rad = $28,648^\circ$ illustre l'augmentation de cet angle maximal.

La lentille plan-convexe asphérique permet ainsi d'accroître le diamètre du diaphragme, augmentant l'intensité du faisceau lumineux. Les limites de l'utilisation de l'outil matriciel sont alors repoussées puisque l'angle d'ouverture est accru.

4.4.3 Foyers d'une lentille biconvexe et ménisque

L'exemple étudié maintenant est la lentille biconvexe symétrique schématisée sur la figure 18 d'après le catalogue CVI-Melles Griot (référence LDX-50.0-75.8-C).

De la même manière que précédemment, le positionnement des matrices, pour calculer M_Σ , doit respecter l'inverse du sens de propagation de la lumière telle que :

$$M_\Sigma = \begin{matrix} \text{Dioptrie} \\ \text{sphérique} \end{matrix} \cdot \begin{matrix} \text{Translation} \\ S_1 S_2 \end{matrix} \cdot \begin{matrix} \text{Dioptrie} \\ \text{sphérique} \end{matrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\phi_2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \frac{\overline{S_1 S_2}}{n} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\phi_1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \phi_1 \frac{\overline{S_1 S_2}}{n} & \frac{\overline{S_1 S_2}}{n} \\ -\phi_\Sigma & 1 - \phi_2 \frac{\overline{S_1 S_2}}{n} \end{bmatrix}$$

avec $\phi_\Sigma = \phi_1 + \phi_2 - \phi_1 \cdot \phi_2 \cdot \frac{\overline{S_1 S_2}}{n}$, nommée **formule de Gullstrand**.

Les éléments de la matrice de transfert $[a, b, c, d]$ sont donnés par :

$$\begin{bmatrix} A_1' B_1' \\ \phi_1' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_1 B_1 \\ \phi_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \overline{S_2 A_1'} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{matrix} \text{Système} \\ \Sigma \end{matrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \overline{A_1 S_1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_1 B_1 \\ \phi_1 \end{bmatrix}$$

avec $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \phi_1 \frac{\overline{S_1 S_2}}{n} - \phi_\Sigma \overline{S_2 A_1'} & b \\ -\phi_\Sigma & 1 - \phi_2 \frac{\overline{S_1 S_2}}{n} + \phi_\Sigma \overline{S_1 A_1} \end{bmatrix}$.

L'annulation de l'élément diagonal a permet d'accéder à la distance f_b donnée par le constructeur avec $A_1' \equiv F'$, soit :

$$f_b = \overline{S_2 F'} = \frac{n - \phi_1 \overline{S_1 S_2}}{n \phi_\Sigma}$$

tandis que l'annulation de l'élément diagonal d (avec $A_1 \equiv F$) permet de montrer que $\overline{FS_1} = \overline{S_2 F'}$, due à la symétrie de la lentille, car $\overline{S_1 C_1} = -\overline{S_2 C_2}$ et donc $\phi_1 = \phi_2$.

Exemple 4 :

Lentille biconvexe : CVI-Melles Griot LPX-50.0-75.8-C

Données constructeur : $f_b = 71,1$ mm ; $t_c = \overline{S_1 S_2} = 11,5$ mm ; $r = \overline{S_1 C_1} = -\overline{S_2 C_2} = 75,8$ mm et indice du verre N-BK7 $n = 1,5187 @ 546,1$ nm [1] (figure 18).

Calcul : le calcul matriciel donne ainsi une $f_b = \overline{S_2 F'} = 71,12$ mm correspondant à la valeur attendue.

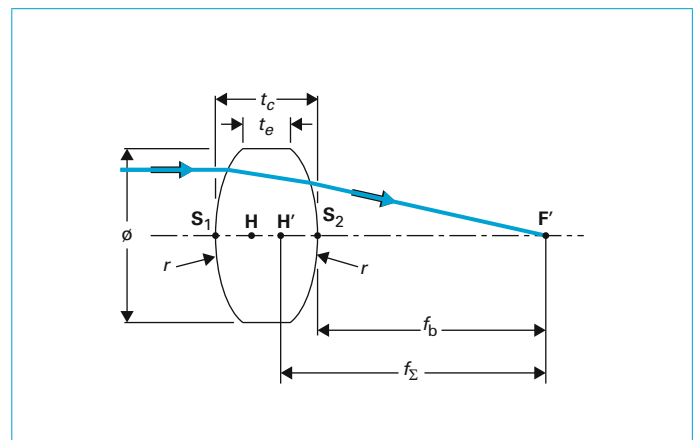


Figure 18 – Lentille biconvexe (reproduction avec l'aimable autorisation de CVI Melles Griot)

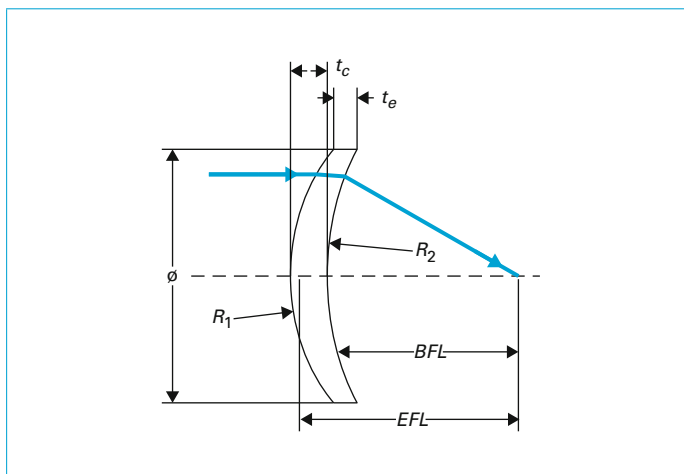


Figure 19 – Ménilque (autorisation d'usage accordée par Newport Corporation, tous droits réservés)

Exemple 5 :

Ménisque : MSCP010 – Newport pour manipulation de faisceaux lasers afin d'éviter l'injection de réflexions parasites (réflexions divergentes).

Données constructeur : distance focale véritable (effective focal length (EFL)) de 1 000 mm ; $t_c = \overline{S_1 S_2} = 3,708$ mm ; rayon de courbure $R_1 = \overline{S_1 C_1} = 400,000$ mm et $R_2 = \overline{S_2 C_2} = 3\,026,781$ mm ; indice de la silice UV $n = 1,46071@532$ nm [4] (figure 19)

Calcul : soit $\Phi_1 = \frac{n-1}{S_1 C_1} = 1,15177 \delta$ et $\Phi_2 = \frac{1-n}{S_2 C_2} = -0,15221 \delta$. Le calcul matriciel donne ainsi $\Phi_\Sigma = \Phi_1 + \Phi_2 - \frac{\Phi_1 \cdot \Phi_2}{n} \cdot \overline{S_1 S_2} = 1,00001 \delta$.

Soit une EFL de : $f_\Sigma = \frac{1}{\Phi_\Sigma} = 999,99118$ mm. Comme la précision donnée par le constructeur est 1 %, la valeur obtenue est en accord avec celle attendue.

5. Matrices équivalentes

5.1 Généralisation du concept de système équivalent

Un **système équivalent** est un **système unique regroupant plusieurs éléments**, qui fonctionne avec une même grandeur physique en **entrée** et génère une même grandeur physique en **sortie**.

Comme chaque élément est représenté par une matrice pour les modèles linéaires, le produit matriciel issu de leur **regroupement** permet d'obtenir une **unique matrice équivalente** avec les mêmes fonctionnalités.

Cette notion de système équivalent intervient couramment dans les domaines de la physique, comme les miroirs en électrostatique, ou les théorèmes de Thévenin et Norton en électrocinétique. Dans le cadre de l'optique géométrique et plus précisément en optique paraxiale, des systèmes optiques équivalents sont définis par rapport à des points particuliers sur l'axe optique. En effet,

au § 4, **les foyers** ont été abordés comme points particuliers, mais d'autres points particuliers comme **les points conjugués** et **les points principaux** offrent aussi l'accès aux caractéristiques générales du système.

La **matrice M_Σ** (§ 2.1) modélise un système total décrit par **ses propres caractéristiques**, tandis que la **matrice $[a,b,c,d]$** décrit un système total en **deux points quelconques** de l'espace de travail.

Afin de construire la nouvelle matrice **M_Σ équivalente** du système optique total, la **matrice $[a,b,c,d]$** est maintenant vue à travers **des points particuliers** de l'axe optique qui ne sont plus des points quelconques, ce qui définit le **typage** du système total.

5.2 Matrices équivalentes rapportées aux foyers

5.2.1 Définitions des matrices équivalentes rapportées aux foyers

Comme décrit au § 4.1, en prenant $a=0$ et $d=0$, la matrice $[a,b,c,d]$ vue à travers **les foyers** du système total génère :

– la matrice $M_\Sigma = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\Phi_\Sigma & 0 \end{bmatrix}$ **équivalente** pour un système **dioptrique** avec l'élément b se déduisant du $\det(M_\Sigma) = 1$;

– la matrice $M_\Sigma = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \Phi_\Sigma & 0 \end{bmatrix}$ **équivalente** pour un système **catadioptrique** avec l'élément b se déduisant du $\det(M_\Sigma) = -1$.

Cette matrice équivalente **M_Σ** est alors désignée par une matrice dite de **type [F]**, pour « **foyer** », Φ_Σ étant la vergence du système optique.

5.2.2 Tableau synthétique des matrices équivalentes élémentaires rapportées aux foyers

Le tableau 2 offre une synthèse de l'ensemble des matrices élémentaires établies au § 4 rapportées aux foyers, qui permettra d'établir par la suite (§ 6.1) les matrices M_Σ de type [F].

5.2.3 Exemple d'utilisation de matrices

Les matrices de **type [F]** de deux dioptries sphériques s'utilisent pour déterminer la matrice M_Σ d'une lentille. Cette dernière se calcule en considérant (figure 20) : (i) la traversée du premier dioptrique de B_1 à B'_1 décrite par sa matrice rapportée à ses foyers ; (ii) le cheminement dans le matériau de B'_1 à B_2 décrite par la matrice de translation d'une valeur $\Delta = \overline{F'_1 F_2}$ nommée « **intervalle optique** » et (iii) la traversée du deuxième dioptrique de B_2 à B'_2 décrite par sa matrice rapportée à ses foyers.

La relation entre les coordonnées du rayon lumineux passant en B_1 puis en B'_2 est donnée par le produit matriciel :

$$\begin{bmatrix} \overline{F'_2 B'_2} \\ \phi'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\Phi_2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \Delta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\Phi_1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{F_1 B_1} \\ \phi_1 \end{bmatrix}$$

Tableau 2 – Synthèse des matrices élémentaires rapportées aux foyers

Élément Fonction	Représentation	Matrice élémentaire M_Σ rapportée aux foyers de type [F]	Matrice de transfert $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\overline{FA'}}{n'} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot [M_\Sigma] \cdot \begin{bmatrix} 1 & \frac{\overline{AF}}{n} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
Dioptre sphérique séparant deux milieux d'indice n et n'		$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\Phi & 0 \end{bmatrix}$ avec la vergence $\Phi = \Phi_\Sigma = \frac{n' - n}{SC}$	$a = -\Phi_\Sigma \frac{\overline{FA'}}{n'}$ $b = \frac{1}{\Phi_\Sigma} + \Phi_\Sigma \frac{\overline{FA'}}{n'} \cdot \frac{\overline{FA}}{n}$ $c = -\Phi_\Sigma$ $d = \Phi_\Sigma \frac{\overline{FA}}{n}$
Lentille plan convexe ou plan concave		$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\Phi_\Sigma & 0 \end{bmatrix}$ $\Phi_\Sigma = \Phi_1 = \frac{n - 1}{S_1 C_1}$	$a = -\Phi_\Sigma \overline{FA'}$ $b = \frac{1}{\Phi_\Sigma} + \Phi_\Sigma \overline{FA'} \cdot \overline{FA}$ $c = -\Phi_\Sigma$ $d = \Phi_\Sigma \overline{FA}$
Lentille sans dioptre plan		$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\Phi_\Sigma & 0 \end{bmatrix}$ $\Phi_\Sigma = \Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_1 \cdot \Phi_2 \cdot \frac{\overline{S_1 S_2}}{n}$	$a = \Phi_\Sigma \frac{\overline{FA'}}{n}$ $b = \frac{1}{\Phi_\Sigma} - \Phi_\Sigma \frac{\overline{FA'}}{n} \cdot \frac{\overline{FA}}{n}$ $c = \Phi_\Sigma$ $d = -\Phi_\Sigma \frac{\overline{FA}}{n}$
Miroir sphérique dans un milieu d'indice n		$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \Phi & 0 \end{bmatrix}$ avec la vergence $\Phi = \Phi_\Sigma = \frac{-2n}{SC}$	$a = \Phi_\Sigma \frac{\overline{FA'}}{n}$ $b = \frac{1}{\Phi_\Sigma} - \Phi_\Sigma \frac{\overline{FA'}}{n} \cdot \frac{\overline{FA}}{n}$ $c = \Phi_\Sigma$ $d = -\Phi_\Sigma \frac{\overline{FA}}{n}$

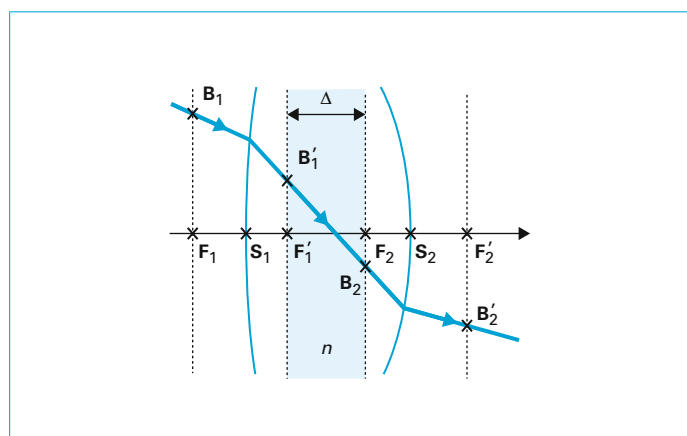


Figure 20 – Lentille caractérisée par les foyers et les plans focaux de ses dioptres

La matrice de la lentille M_Σ s'exprime alors par :

$$\begin{bmatrix} -\frac{\Phi_1}{\Phi_2} & 0 \\ \Phi_1 \cdot \Phi_2 \cdot \frac{\Delta}{n} & -\frac{\Phi_2}{\Phi_1} \end{bmatrix},$$

Φ_1 et Φ_2 étant la vergence respective des deux dioptres.

5.3 Matrices rapportées aux points conjugués

Un point constituant une image à travers un système Σ se définit par le point de convergence des rayons lumineux, de direction φ_1 quelconque, provenant d'un objet (figure 21).

La position relative de leur projection sur l'axe optique (A_1, A_1') est liée par la relation de conjugaison donnée par $b = 0$. En ces points, dits conjugués, l'agrandissement transversal γ_Σ du sys-

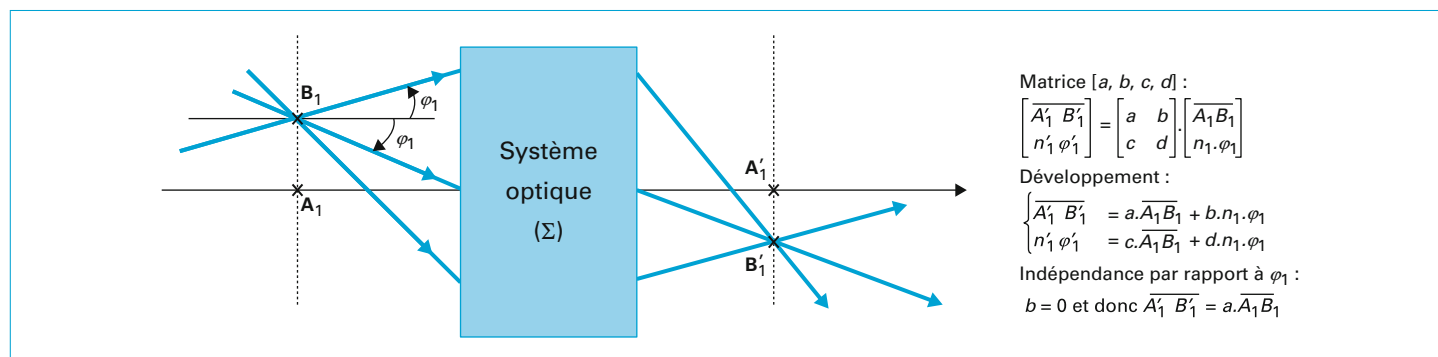


Figure 21 – Points conjugués d'un système optique total

tème optique total se définit alors par le rapport des distances algébriques $\gamma_\Sigma = a = \frac{A'_1 B'_1}{A_1 B_1}$.

Par conséquent, en prenant $a = \gamma_\Sigma$ et $b = 0$, la matrice $[a, b, c, d]$ vue à travers le couple de points conjugués du système total génère :

– la matrice $M_\Sigma = \begin{bmatrix} \gamma_\Sigma & 0 \\ -\phi_\Sigma & 1 \end{bmatrix}$ équivalente pour un système dioptrique avec l'élément d se déduisant du $\det(M_\Sigma) = 1$;

– la matrice $M_\Sigma = \begin{bmatrix} \gamma_\Sigma & 0 \\ \phi_\Sigma & -1 \end{bmatrix}$ équivalente pour un système catadioptrique avec l'élément d se déduisant du $\det(M_\Sigma) = -1$.

Cette matrice équivalente M_Σ est alors désignée par une matrice dite de **type [C]**, pour « **point conjugué** », ϕ_Σ étant la vergence du système optique.

Remarque : la matrice M_Σ de la lentille du § 5.2.3 montre que les foyers F_1 et F'_2 sont des points conjugués, avec l'agrandissement $\gamma_\Sigma = -\frac{\phi_1}{\phi_2}$. En effet, un rayon quelconque passant par F_1 traverse la lentille parallèlement à l'axe optique et ressort donc en passant par F'_2 .

5.4 Matrices rapportées aux points principaux

Des plans très particuliers de points conjugués utilisés en optique géométrique sont les plans principaux pour lesquels l'agrandissement de l'image par le système optique total (γ_Σ) est égal à +1. L'intersection des plans avec l'axe optique définit le point principal objet noté H et le point principal image noté H' (figure 22).

Par conséquent, en prenant $\gamma_\Sigma = a = 1$ et $b = 0$, la matrice $[a, b, c, d]$ vue à travers le couple de points principaux du système total génère :

– la matrice $M_\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\phi_\Sigma & 1 \end{bmatrix}$ équivalente pour un système dioptrique ;

– la matrice $M_\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \phi_\Sigma & -1 \end{bmatrix}$ équivalente pour un système catadioptrique.

Cette matrice équivalente M_Σ est alors désignée par une matrice dite de **type [H]**, pour « **point principal** », ϕ_Σ étant la vergence du système optique.

La matrice de transfert $[a, b, c, d]$ se détermine à l'aide d'un rayon lumineux passant par deux points quelconques (B_0, B_2) de part et d'autre du système dioptrique Σ (figure 22). Après avoir effectué le produit matriciel, cette dernière est donnée par :

$$\begin{bmatrix} 1 - \phi_\Sigma \overline{H'A_2} & -\overline{HA_0} + \overline{H'A_2} (1 + \phi_\Sigma \overline{HA_0}) \\ -\phi_\Sigma & 1 + \phi_\Sigma \overline{HA_0} \end{bmatrix}$$

Pour un couple de points conjugués, la formule de conjugaison se déduit en annulant le terme b , soit $\frac{1}{\overline{H'A_2}} - \frac{1}{\overline{HA_0}} = \phi_\Sigma$ et l'agrandissement se déduit en prenant le terme $a = \gamma_\Sigma$, soit $\gamma_\Sigma = 1 - \phi_\Sigma \overline{H'A_2} = \frac{\overline{H'A_2}}{\overline{HA_0}}$.

5.5 Distance focale véritable

Les points principaux (H, H') ainsi que les foyers (F, F') permettent de définir la distance « focale véritable » communément appelée *effective focal length EFL*. En reprenant la matrice de transfert vue à la fin du § 5.4 et annulant les éléments diagonaux ($a = 0$ et $d = 0$), la position des foyers est trouvée par rapport aux points principaux, soit respectivement par :

$$\overline{H'F'} = \frac{1}{\phi_\Sigma} \text{ et } \overline{HF} = -\frac{1}{\phi_\Sigma}$$

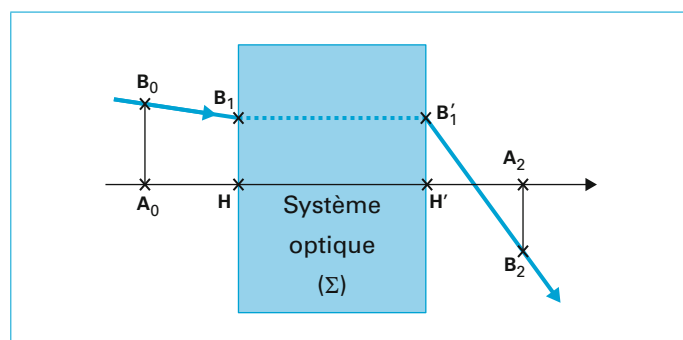


Figure 22 – Points principaux H et H'

Ainsi, la **distance focale effective** est définie par :

$$f_{\Sigma} = \overline{H'F'} = \frac{1}{\Phi_{\Sigma}}.$$

5.6 Retour sur les exemples techniques

5.6.1 Lentille plan-convexe rapportée à ses foyers

Pour connaître une propriété fondamentale de cette lentille, à savoir la distance focale effective f_{Σ} , la matrice de transfert :

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \phi_1 \frac{\overline{S_1 S_2}}{n} - \phi_1 \overline{S_2 A'_1} & b \\ -\phi_1 & 1 + \phi_1 \overline{S_1 A_1} \end{bmatrix}$$

de la lentille plan-convexe, calculée au § 4.4.2.1, doit être identifiée à une matrice de type [H], soit $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\Phi_{\Sigma} & 1 \end{bmatrix}$ vue au § 5.4.

La position du point principal image est déterminée en prenant $a = 1$ avec $A'_1 \equiv H'$, soit $\overline{S_2 H'} = -\frac{\overline{S_1 S_2}}{n}$ et la position du point principal objet en prenant $d = 1$ avec $A_1 \equiv H$, soit $\overline{S_1 H} = 0$. Les points S_1 et H sont confondus comme illustré sur la figure 16. En outre, la distance focale effective est donnée simplement par $f_{\Sigma} = \overline{H'F'} = \frac{1}{\Phi_{\Sigma}} = \frac{1}{\phi_1}$.

Exemple 6 :

Lentille plan-convexe : CVI-Melles Griot LPX-35.0-44.1-C

Données constructeur : $f_{\Sigma} = 85,0$ mm ; $\overline{S_2 H'} = f_b - f_{\Sigma} = 81,3 - 85,0 = -3,7$ mm ; $t_c = \overline{S_1 S_2} = 5,6$ mm ; $r = \overline{S_1 C_1} = 44,1$ mm et indice du verre N-BK7 $n = 1,5187@546,1$ nm [1] (figure 16).

Calcul : le calcul matriciel donne une distance focale, $f_{\Sigma} = \overline{H'F'} = \frac{\overline{S_1 C_1}}{n - 1} = \frac{1}{\phi_1} = 85,02$ mm et une position du point principal $\overline{S_2 H'} = -3,69$ mm. Ces deux résultats sont conformes aux caractéristiques données par le constructeur.

5.6.2 Lentille biconvexe rapportée aux foyers

La matrice de transfert $[a, b, c, d]$ de la lentille biconvexe rapportée aux sommets (§4.4.3) est identifiée à une matrice de type [H] comme déjà vu au § 5.4.

La position du point principal image est déterminée en prenant $a = 1$ et $A'_1 \equiv H'$, soit $\overline{S_2 H'} = \frac{-\phi_1}{\Phi_{\Sigma}} \cdot \frac{\overline{S_1 S_2}}{n}$ et la position du point principal objet en prenant $d = 1$ et $A_1 \equiv H$ soit $\overline{S_1 H} = \frac{\phi_2}{\Phi_{\Sigma}} \cdot \frac{\overline{S_1 S_2}}{n}$, avec $\Phi_{\Sigma} = \phi_1 + \phi_2 - \phi_1 \phi_2 \frac{\overline{S_1 S_2}}{n}$. En outre, la distance focale effective est donnée simplement par $f_{\Sigma} = \overline{H'F'} = \frac{1}{\Phi_{\Sigma}}$.

Exemple 7 :

Lentille biconvexe : CVI-Melles Griot LPX-50.0-75.8-C

Données constructeur : $f_{\Sigma} = 75,0$ mm ; $\overline{S_2 H'} = f_b - f_{\Sigma} = 71,1 - 75,0 = -3,9$ mm, $t_c = \overline{S_1 S_2} = 11,5$ mm ; $r = \overline{S_1 C_1} = -\overline{S_2 C_2} = 75,8$ mm et indice du verre N-BK7 $n = 1,5187@546,1$ nm [1] (figure 18).

Calcul : le calcul matriciel donne une distance focale, $f_{\Sigma} = \overline{H'F'} = \frac{1}{\Phi_{\Sigma}} = 75,01$ mm et une position du point principal $\overline{S_2 H'} = -3,88$ mm. Ces deux résultats sont conformes aux caractéristiques données par le constructeur.

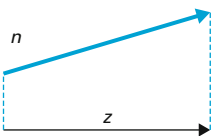
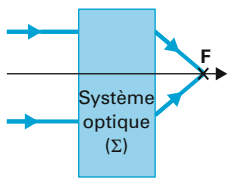
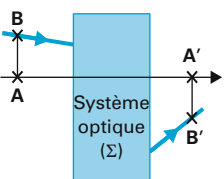
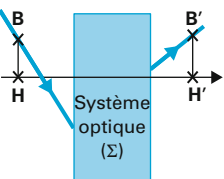
6. Méthode de calcul pour les systèmes optiques complexes

6.1 Boîte à outils pour les systèmes dioptriques

Le tableau 3 regroupe les **matrices M_{Σ} équivalentes** rapportées à des points particuliers pour les systèmes dioptriques :

- matrices de **type [F]** exploitant les deux plans focaux (§ 5.2) ;
- matrices de **type [C]** utilisant les plans objet et image conjugués (§ 5.3) ;
- matrices de **type [H]** intégrant les plans principaux (§ 5.4).

Tableau 3 – Synthèse des types de matrices équivalentes pour les systèmes dioptriques

Matrice de translation de type [T]	Matrices rapportées aux foyers de type [F]	Matrices rapportées aux points conjugués de type [C]	Matrices rapportées aux points principaux de type [H]
			
$[T] = \begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$[F] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\Phi_{\Sigma} & 0 \end{bmatrix}$	$[C] = \begin{bmatrix} \gamma_{\Sigma} & 0 \\ -\Phi_{\Sigma} & 1 \end{bmatrix}$	$[H] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\Phi_{\Sigma} & 1 \end{bmatrix}$

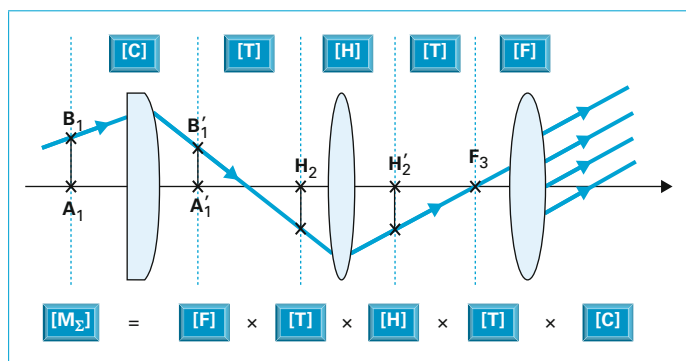


Figure 23 – Exemple de composition d'une matrice M_Σ équivalente au sein d'un système

Chacune de ces matrices exploite ces plans (focaux, objet et image, principaux) **comme interface d'entrée-sortie** pour les rayons lumineux.

Ce tableau constitue une **boîte à outils**, dans laquelle un utilisateur choisit les éléments en fonction de la complexité du système optique à étudier, qui peuvent s'interconnecter à l'aide d'une matrice de translation (§ 3.1) de type [T].

6.2 Utilisation de la boîte à outils pour les systèmes dioptriques

Les propriétés du système complexe peuvent être déterminées à la suite d'une simple multiplication matricielle.

Pour trouver les propriétés d'un système complexe, le principe reste le même que celui décrit au § 2. De simples multiplications entre les **matrices équivalentes** M_Σ de la boîte à outils (§ 6.1) permettent de calculer la **matrice de transfert** $[a, b, c, d]$ du système optique total.

En revanche, le **choix** de ces matrices dépend des **fonctionnalités** du système complexe étudié. Chaque matrice équivalente possède des **interfaces** bien particulières et le trajet de la lumière guide la façon de les disposer lors de la multiplication. Au « fil de la lumière », les choix s'effectuent selon la focalisation de la lumière sur **des foyers**, des **points conjugués** ou des **points principaux**. La matrice de **translation** sert uniquement de liaison entre ces interfaces.

Ce principe est illustré figure 23 et les matrices sont choisies en fonction des interfaces rencontrées.

6.3 Stratégie de conception d'un instrument optique

L'organigramme de la figure 24 schématise la conception progressive d'un instrument en utilisant la boîte à outils du § 6.1.

Un nouvel élément optique, modélisé selon les **étapes 1 et 2** (§ 2.1), est présenté. Il est ensuite typé selon [F], [C] ou [H] au cours de l'**étape 3** en considérant sa place et sa fonction dans l'instrument. Dans le cas où la construction a déjà débuté, l'**étape**

4 associe ce nouvel élément à la matrice M_Σ équivalente provenant de l'assemblage précédemment réalisé. Ce processus se poursuit tant que l'instrument n'est pas achevé. L'**étape 5** permet de déduire les propriétés de l'instrument global.

Afin de se familiariser avec cette technique de calcul, des exemples concrets sont proposés dans le § 7, en suivant l'organigramme.

7. Exemples de systèmes optiques complexes

7.1 Agrandisseur de faisceau

L'agrandisseur de faisceau (*beam expander*) est constitué de deux lentilles confocales (figure 25), permettant de réduire ou d'agrandir le diamètre d'un faisceau. L'agrandissement (*enlargement*) est donc la principale caractéristique recherchée.

D'après l'organigramme (figure 24), les matrices $M_{\Sigma 1}$ et $[a, b, c, d]$ de la première lentille ont été calculées respectivement lors de l'**étape 1** et de l'**étape 2** (§ 4.4.3). Un de ses foyers étant fonctionnel au sein du dispositif, l'équivalent de sa matrice $[a, b, c, d]$ est de type [F], ce qui constitue l'**étape 3**. Le dispositif n'étant pas achevé, il est mis en attente du typage (**étapes 1, 2 et 3**) de la deuxième lentille.

L'**étape 4** relie le foyer image de la première au foyer objet de la deuxième, sans l'emploi d'une matrice de translation. Ainsi, la matrice M_Σ équivalente est calculée selon $M_\Sigma = [F] \times [F]$:

$$M_\Sigma = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\Phi_{\Sigma 2} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\Phi_{\Sigma 1} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\Phi_{\Sigma 1}}{\Phi_{\Sigma 2}} & 0 \\ 0 & -\frac{\Phi_{\Sigma 2}}{\Phi_{\Sigma 1}} \end{bmatrix}$$

L'agrandisseur est maintenant construit. Dans l'**étape 5** finale, sa matrice de transfert $[a, b, c, d]$ est calculée, soit :

$$\begin{bmatrix} -\frac{\Phi_{\Sigma 1}}{\Phi_{\Sigma 2}} & \frac{\Phi_{\Sigma 1}}{\Phi_{\Sigma 2}} \cdot \overline{F_1 A_1} - \frac{\Phi_{\Sigma 2}}{\Phi_{\Sigma 1}} \cdot \overline{F_2 A_2'} \\ 0 & -\frac{\Phi_{\Sigma 2}}{\Phi_{\Sigma 1}} \end{bmatrix},$$

et son identification avec une matrice de type [C] permet de déduire alors l'agrandissement $\gamma_\Sigma = -\frac{\Phi_{\Sigma 1}}{\Phi_{\Sigma 2}}$ qui est indépendant de la position relative de l'objet et de l'image, ainsi que la formule de conjugaison $\overline{F_2 A_2'} = \gamma_\Sigma^2 \cdot \overline{F_1 A_1}$.

Exemple 8 :

Agrandisseur de faisceau de la figure 25 : Newport Corporation

Données constructeur : équipé d'une lentille biconvexe (KBX028) de distance focale $f_1 = 25,4$ mm et d'une lentille plan concave KPX181 de distance focale $f_2 = 75,6$ mm [5]

Calcul :

$$\gamma_\Sigma = -\frac{\Phi_{\Sigma 1}}{\Phi_{\Sigma 2}} = \frac{h_2}{h_1} = -\frac{f_2}{f_1} = -\frac{75,6}{25,4} = -3,0$$

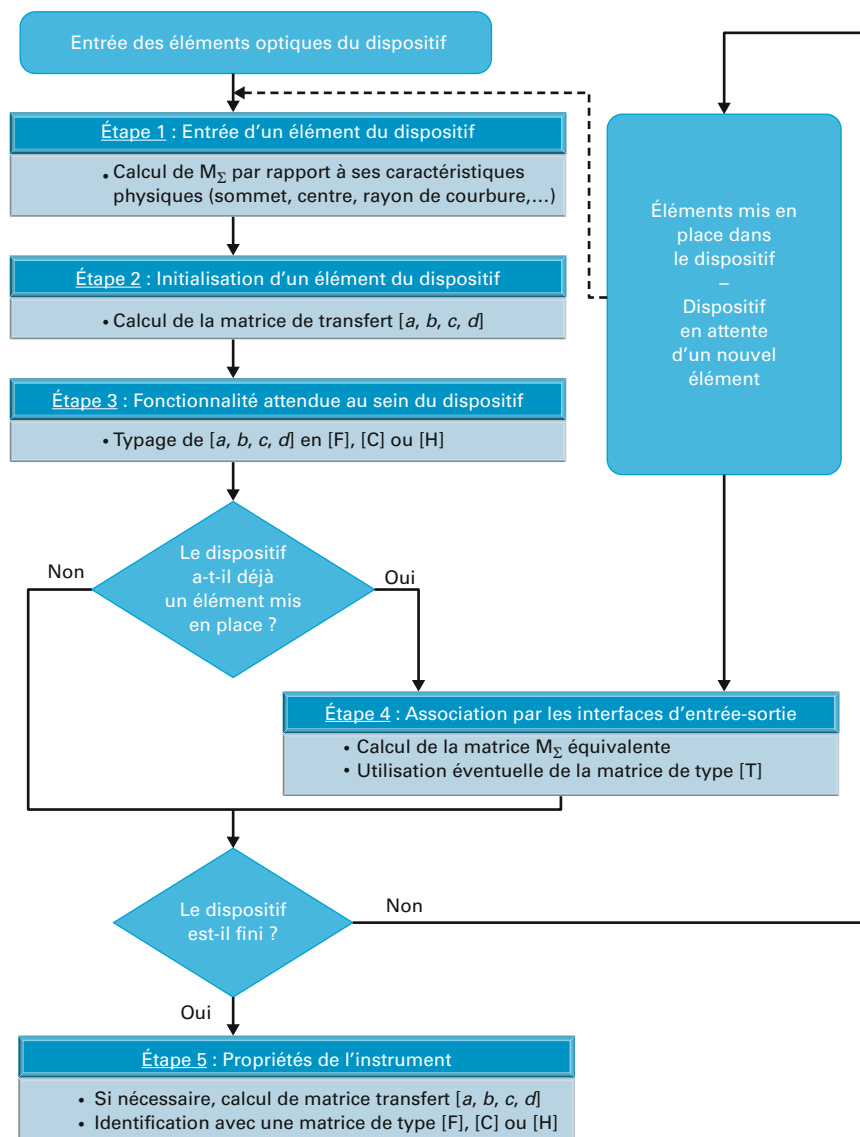


Figure 24 – Organigramme de conception pour la matrice d'un dispositif optique

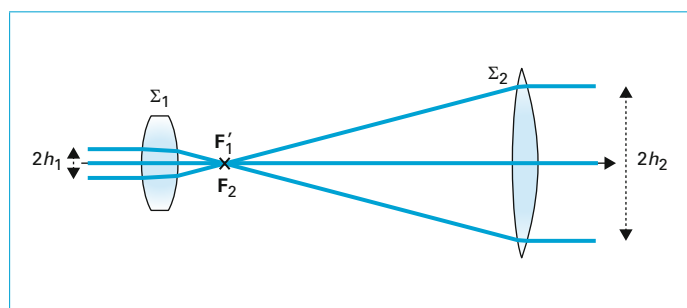


Figure 25 – Agrandisseur de faisceau keplérien (d'après une image de Newport Corporation : autorisation d'usage accordée par Newport Corporation – tous droits réservés)

7.2 Doublet achromatique de lentilles

Ce doublet sert à atténuer les aberrations chromatiques (figure 26). En suivant l'organigramme de la figure 24, les matrices M_{Σ_1} et $[a, b, c, d]$ de la première lentille biconvexe convergente (Σ_1) ont été calculées respectivement lors de l'étape 1 et de l'étape 2 (§ 4.4.3). Le plan principal image H_{Σ_1} de cette première lentille est utilisé pour fabriquer ce doublet. L'équivalent de sa matrice $[a, b, c, d]$ est de type [H]. En conséquence, sa matrice

M_{Σ_1} équivalente s'exprime par $M_{\Sigma_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\phi_{\Sigma_1} & 1 \end{bmatrix}$ et la position de ses points principaux est donnée respectivement par

$$\overline{S_2 H_{\Sigma_1}} = -\frac{\phi_1}{\phi_{\Sigma_1}} \cdot \frac{\overline{S_1 S_2}}{n_1} \text{ et } \overline{S_1 H_{\Sigma_1}} = \frac{\phi_2}{\phi_{\Sigma_1}} \cdot \frac{\overline{S_1 S_2}}{n_1} \quad (\S 5.6.2),$$

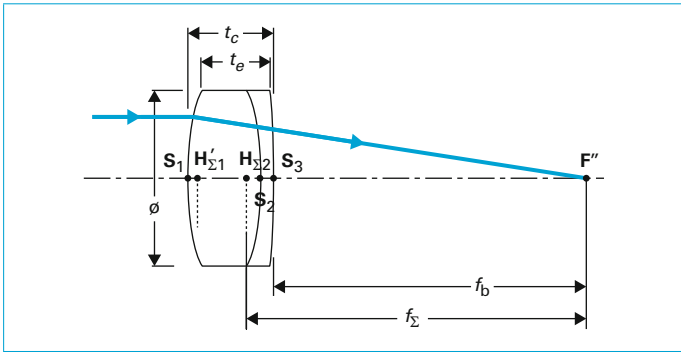


Figure 26 – Lentille achromatique (reproduction avec l'aimable autorisation de CVI Melles Griot)

ce qui réalise l'étape 3. Le dispositif n'étant pas terminé, il est mis en attente du typage (étapes 1, 2 et 3) de la deuxième lentille Σ_2 , qui est un ménisque divergent.

L'étape 4 relie les interfaces de chaque lentille (plan principal image $H'_{\Sigma 1}$ et plan principal objet $H_{\Sigma 2}$ par l'intermédiaire d'une matrice de type [T], permettant aux rayons lumineux au sein de la lentille Σ_1 , d'indice n_1 , d'aller du point $H'_{\Sigma 1}$ au point $H_{\Sigma 2}$ (figure 26). La matrice M_{Σ} du doublet est calculée à l'aide des multiplications suivantes :

$$M_{\Sigma} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\Phi_{\Sigma 2} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \frac{H'_{\Sigma 1} H_{\Sigma 2}}{n_1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\Phi_{\Sigma 1} & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 - \Phi_{\Sigma 1} \cdot \frac{H'_{\Sigma 1} H_{\Sigma 2}}{n_1} & \frac{H'_{\Sigma 1} H_{\Sigma 2}}{n_1} \\ -\Phi_{\Sigma} & 1 - \Phi_{\Sigma 2} \cdot \frac{H'_{\Sigma 1} H_{\Sigma 2}}{n_1} \end{bmatrix}$$

Le doublet achromatique est construit. Pour l'étape 5, il n'est pas nécessaire de calculer la matrice $[a, b, c, d]$. La dernière matrice permet d'identifier sa vergence par la formule :

$$\Phi_{\Sigma} = \Phi_{\Sigma 1} + \Phi_{\Sigma 2} - \Phi_{\Sigma 1} \cdot \Phi_{\Sigma 2} \cdot \frac{H'_{\Sigma 1} H_{\Sigma 2}}{n_1}$$

Exemple 9 :

Doublet standard grade : CVI-Melles Griot LAO-150.0-50.0

Données constructeur : EFL de $f_{\Sigma} = 150$ mm ; épaisseur de la lentille biconvexe $t_{c1} = 9,5$ mm, du ménisque $t_{c2} = 3,0$ mm (avec $t_c = t_{c1} + t_{c2}$) ; rayons de courbure de la lentille biconvexe $R_1 = 88,664$ mm et $R_2 = -80,518$ mm, du ménisque $R_2 = -80,518$ mm et $R_3 = -322,521$ mm ; indice du verre de la lentille biconvexe N-BAK4 $n_1 = 1,57879@458$ nm, $1,57346@515$ nm, $1,56870@590$ nm, $1,56524@670$ nm, du ménisque N-SF10 $n_2 = 1,75428@458$ nm, $1,73996@515$ nm, $1,72797@590$ nm, $1,71971@670$ nm [6]

Calcul : le calcul matriciel donne $f_{\Sigma} = \frac{1}{\Phi_{\Sigma}}$ comprise entre 151,89 mm@458 nm et 151,93 mm@670 nm. Comme la précision donnée par le constructeur égale 2 %, l'EFL peut être comprise entre 147 et 153 mm. Ainsi, la propriété d'achromaticité de ce doublet est donc vérifiée pour les longueurs d'onde comprises entre 458 et 670 nm.

7.3 Loupe

La loupe est constituée d'une **lentille convergente unique** permettant de grossir l'image de l'objet observé. La loupe n'est pas en soi un système optique complexe, mais elle permet d'aborder

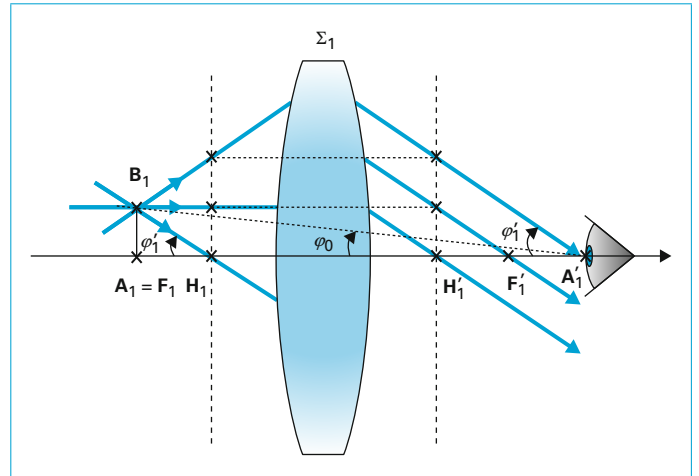


Figure 27 – Loupe

la notion de grossissement et de puissance dans les exemples suivants (§ 7.4 et 7.5).

Dans son mode de fonctionnement normal, l'objet est placé à son foyer objet facilitant son observation par l'œil, **sans besoin d'accommodation** (figure 27).

En suivant l'organigramme de la figure 24, les étapes 1 et 2 (§ 4.4.3) permettent de trouver les matrices $M_{\Sigma 1}$ et $[a, b, c, d]$ de la lentille biconvexe sphérique. Au cours de l'étape 3, l'utilisation de la

loupe définit un type équivalent [F], soit $M_{\Sigma 1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\Phi_{\Sigma 1} & 0 \end{bmatrix}$.

Le système optique ne comportant qu'un seul élément, l'étape 5 peut être directement réalisée en multipliant $M_{\Sigma 1}$ par la matrice de

translation $\begin{bmatrix} 1 & \overline{F_1 A'_1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ assurant la mobilité de la loupe, afin de cal-

culer la matrice $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\Phi_{\Sigma 1} \cdot \overline{F_1 A'_1} & 1 \\ -\Phi_{\Sigma 1} & 0 \end{bmatrix}$.

L'identification de l'élément c de cette matrice $[a, b, c, d]$ permet [7] :

– d'obtenir la **puissance P** , employée surtout pour caractériser un système destiné à la **vision d'objet rapproché**, comme étant le

quotient de l'angle de vue de l'image $\left(\phi'_1 = \frac{\overline{A_1 B_1}}{H_1 F_1} \right)$ à travers l'instrument par la dimension de l'objet, soit :

$$P = \frac{\phi'_1}{\overline{A_1 B_1}} = \frac{1}{H_1 F_1} = -\Phi_{\Sigma 1} = c ;$$

– de déduire de P , son **grossissement G** , qui a plutôt un sens **lorsque les objets sont éloignés**, comme étant le quotient de l'angle de vue de l'image ϕ'_1 à travers l'instrument par l'angle de

vue de l'objet $\left(\phi_0 = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{A'_1 F_1}} \right)$ sans l'instrument, soit :

$$G = \frac{\phi'_1}{\phi_0} = \frac{\overline{A_1 B_1}}{H_1 F_1} \cdot \frac{\overline{A'_1 F_1}}{\overline{A_1 B_1}} = \Phi_{\Sigma 1} \cdot \overline{F_1 A'_1} = -P \cdot \overline{F_1 A'_1}.$$

La caractéristique technique, généralement indiquée sur la loupe, est son **grossissement commercial G_c** . Le grossissement G

est égal à G_c lorsque $\overline{F_1 A'_1} = \frac{1}{4}$ m. En effet, $0,25 \text{ m} = \frac{1}{4} \text{ m}$ est la distance de recul minimale à laquelle un œil normal perçoit distinctement un objet par accommodation (nommée *punctum proximum*), soit : $G_c = -P \cdot \overline{F_1 A'_1} = -\frac{P}{4}$. Les valeurs maximales du G_c d'une loupe sont comprises en général entre 25 et 50. Pour des valeurs plus importantes, il faut employer un microscope (§ 7.4).

Remarque : Afin de comparer les différents instruments entre eux, la définition du grossissement et de la puissance doivent obéir à une convention précise indépendante des conditions d'observation (objet ou œil respectivement aux foyers objet ou image) [7]. Par conséquent, les grandeurs puissance et grossissement intrinsèques sont utilisées dans tout ce document.

7.4 Microscopes optiques à transmission

Les microscopes à transmission servent à grossir l'image d'un objet posé sur une lame de verre et permettent d'adapter l'image obtenue à la vision humaine. Ils possèdent un **objectif**, un **tube** muni ou non d'une lentille, et un **oculaire** (figure 28).

7.4.1 Microscope à objectif corrigé pour une image à distance finie

Pour obtenir une image nette, l'utilisateur du microscope actionne une vis micrométrique qui déplace le tube **sans lentille**, amenant l'image produite par l'objectif dans le plan focal objet de l'oculaire (figure 29).

En suivant l'organigramme de la figure 24, l'étape 1 consiste à déterminer une matrice $M_{\Sigma 1}$ équivalente pour l'objectif en fonction des caractéristiques des éléments optiques qui le composent (lentilles et diaphragmes). Pour l'étape 2, l'agrandissement $\gamma_{\Sigma 1}$ et

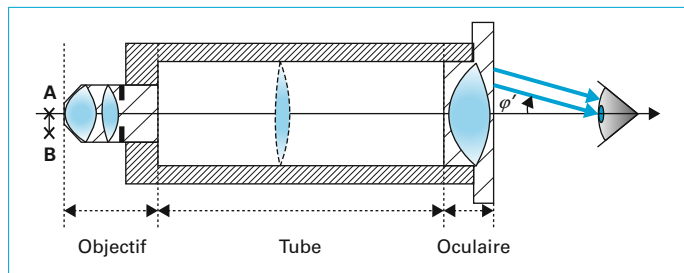


Figure 28 – Principe du microscope optique à transmission

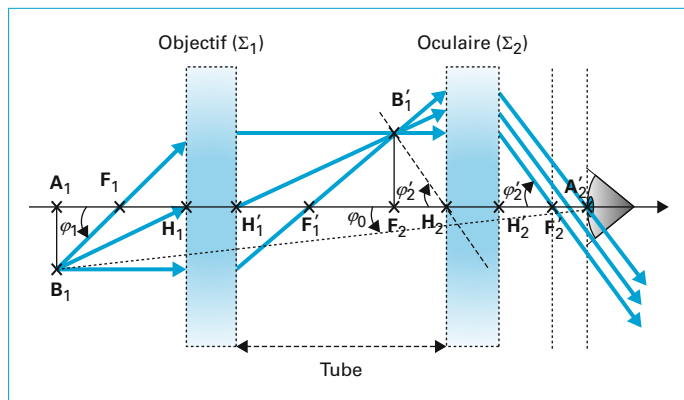


Figure 29 – Principe du microscope à transmission sans lentille de tube

la vergence $\Phi_{\Sigma 1}$ de l'objectif sont fournis par le constructeur, ce qui évite le calcul de sa matrice de transfert $[a, b, c, d]$. L'étape 3

guide un typage $[C] = \begin{bmatrix} \gamma_{\Sigma 1} & 0 \\ -\Phi_{\Sigma 1} & \frac{1}{\gamma_{\Sigma 1}} \end{bmatrix}$ pour l'objectif en analysant le

fonctionnement de l'appareil (de l'objet à l'image). Le microscope n'étant pas terminé, l'objectif est mis en attente du typage (étapes 1, 2 et 3) de l'oculaire.

L'étape 1 consiste de nouveau à déterminer une matrice $M_{\Sigma 2}$ équivalente pour l'oculaire. Comme $\Phi_{\Sigma 2}$ est indiquée par le constructeur, l'étape 2 est également occultée. L'étape 3, permet

un typage $[F] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\Phi_{\Sigma 2} & 0 \end{bmatrix}$ pour l'oculaire selon la fonctionnalité

attendue pour le microscope (vision à l'infini).

Au cours de l'étape 4, l'association est effectuée directement par l'intermédiaire du plan image de l'objectif et du plan focal objet de l'oculaire, ne nécessitant pas l'utilisation d'une matrice de translation. Après avoir effectué le produit des deux matrices types, la matrice M_{Σ} équivalente du microscope est donnée par :

$$[M_{\Sigma}] = \begin{matrix} \text{Oculaire} & \text{Objectif} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\Phi_{\Sigma 2} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \gamma_{\Sigma 1} & 0 \\ -\Phi_{\Sigma 1} & \frac{1}{\gamma_{\Sigma 1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\Phi_{\Sigma 1}}{\Phi_{\Sigma 2}} & \frac{1}{\Phi_{\Sigma 2} \cdot \gamma_{\Sigma 1}} \\ -\Phi_{\Sigma 2} \cdot \gamma_{\Sigma 1} & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Le microscope est maintenant terminé. Lors de l'étape 5, le calcul de la matrice $[a, b, c, d]$ est nécessaire pour assurer la mobilité de l'œil par rapport à l'oculaire. En multipliant à gauche par une matrice $[T]$ de translation $\overline{F_2 A'_2}$, les coordonnées des rayons lumineux parallèles à la sortie du microscope s'expriment par la relation :

$$\begin{bmatrix} A'_2 B'_2 \\ \varphi'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\Phi_{\Sigma 1}}{\Phi_{\Sigma 2}} - \Phi_{\Sigma 2} \cdot \gamma_{\Sigma 1} \cdot \overline{F_2 A'_2} & \frac{1}{\Phi_{\Sigma 2} \cdot \gamma_{\Sigma 1}} \\ -\Phi_{\Sigma 2} \cdot \gamma_{\Sigma 1} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_1 B_1 \\ \varphi_1 \end{bmatrix}$$

L'identification de l'élément c de cette matrice $[a, b, c, d]$ permet :

– d'obtenir la **puissance P** de ce système optique, comme étant

le quotient de l'angle de vue $\left(\varphi'_2 = \frac{A'_1 B'_1}{H_2 F_2}\right)$ à travers l'instrument par la dimension de l'objet, soit :

$$P = \frac{\varphi'_2}{A_1 B_1} = -\Phi_{\Sigma 2} \cdot \gamma_{\Sigma 1} = c \quad \text{avec} \quad \Phi_{\Sigma 2} = -\frac{1}{H_2 F_2}.$$

Par identification avec les matrices dioptriques, $P = -\Phi_{\Sigma}$, avec la vergence du microscope $\Phi_{\Sigma} = \Phi_{\Sigma 2} \cdot \gamma_{\Sigma 1}$;

– de déduire de P , son **grossissement G** , comme étant le quotient de l'angle de vue φ'_2 à travers l'instrument par l'angle de vue

$\left(\varphi_0 = \frac{A_1 B_1}{A'_2 A_2}\right)$ sans l'instrument, soit :

$$G = \frac{\varphi'_2}{\varphi_0} = \frac{\varphi'_2}{A'_2 A_1} \cdot \overline{A'_2 A_1} = P \cdot \overline{A'_2 A_1} = \Phi_{\Sigma 2} \cdot \gamma_{\Sigma 1} \cdot \overline{A'_1 A'_2} = \Phi_{\Sigma} \cdot \overline{A'_1 A'_2}.$$

Pour ce microscope, lorsque la distance $\overline{A'_1 A'_2}$ représente le *punctum proximum* $\left(\overline{A'_1 A'_2} = \frac{1}{4} \text{ m}\right)$, son grossissement commercial

(§ 7.3) est $G_c = -\frac{P}{4} = \frac{\Phi_{\Sigma}}{4} = \gamma_{\Sigma 1} \cdot \frac{\Phi_{\Sigma 2}}{4} = \gamma_{\Sigma 1} \cdot G_{c\Sigma 2}$, avec $G_{c\Sigma 2}$ le grossissement commercial de l'oculaire.

Exemple 10 :**Microscope classique** [R6712]

Données constructeur 1 : un premier exemple d'association d'un objectif $\gamma_{\Sigma 1} = -10$ ($f_{\Sigma 1} = 15$ mm) et d'un oculaire $G_{c\Sigma 2} = 25$ ($f_{\Sigma 2} = 10$ mm)

Calcul 1 : le calcul donne un grossissement commercial égal à $G_c = -250$ et une puissance égale à $P = 1\,000$ δ.

Données constructeur 2 : un deuxième exemple d'association d'un objectif $\gamma_{\Sigma 1} = -100$ ($f_{\Sigma 1} = 1,8$ mm) et d'un oculaire $G_{c\Sigma 2} = 12,5$ ($f_{\Sigma 2} = 20$ mm)

Calcul 2 : le calcul donne un grossissement commercial égal à $G_c = 1\,250$ et une puissance égale à $P = 5\,000$ δ.

7.4.2 Microscope à objectif corrigé pour une image à distance infinie

Les microscopes possèdent maintenant une **lentille de tube** permettant une correction des aberrations géométriques des objectifs à l'infini [8]. Ces objectifs sont nettement plus performants pour le grossissement et la résolution (figure 30).

Comme vu au § 7.4.1, les différents éléments sont introduits lors des **étapes 1, 2 et 3** (figure 24). Les 3 éléments composant ce microscope génèrent des faisceaux de rayons parallèles, ainsi

seule la matrice typée $[F] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\Phi & 0 \end{bmatrix}$ est utilisée. Ils sont mis en

attente au fur et à mesure de leur introduction dans l'instrument lors de sa construction.

Au cours de l'**étape 4**, l'association est effectuée directement par l'intermédiaire du plan focal image de l'objectif et du plan focal objet de la lentille de tube. La matrice $[T]$ n'est pas nécessaire, car il a été choisi de confondre F'_1 à F_2 . L'instrument n'étant pas terminé, l'oculaire est introduit au cours d'une nouvelle **étape 4**. Une nouvelle association est réalisée à l'aide du plan focal image de la lentille de tube et du plan focal objet de l'oculaire. Comme les points F_2 à F_3 sont confondus à la suite du réglage de l'utilisateur, la matrice $[T]$ n'est toujours pas nécessaire.

Après avoir effectué le produit des trois matrices types, la matrice M_Σ équivalente du microscope est donnée par :

$$M_\Sigma = \begin{bmatrix} \text{Oculaire} & \text{Lentille de tube} & \text{Objectif} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\Phi_{\Sigma 3} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\Phi_{\Sigma 2} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\Phi_{\Sigma 1} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\Phi_{\Sigma 2} \\ \Phi_{\Sigma 1} \cdot \Phi_{\Sigma 3} & 0 \end{bmatrix}$$

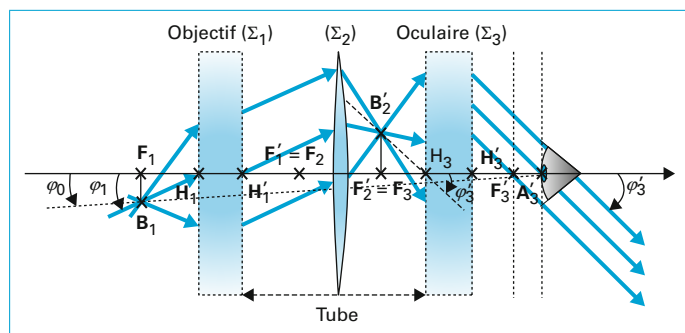


Figure 30 – Principe du microscope à transmission avec lentille de tube

Le microscope est maintenant terminé. Lors de l'**étape 5**, le calcul de la matrice $[a, b, c, d]$ est nécessaire pour assurer la mobilité de l'œil par rapport à l'oculaire. En multipliant à gauche par une matrice $[T]$ de translation $F'_3 A'_3$, les coordonnées des rayons lumineux parallèles à la sortie du microscope s'expriment par la relation :

$$\begin{bmatrix} A'_3 B'_3 \\ \phi'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Phi_{\Sigma 1} \cdot \Phi_{\Sigma 3}}{\Phi_{\Sigma 2}} \cdot \overline{F'_3 A'_3} & -\frac{\Phi_{\Sigma 2}}{\Phi_{\Sigma 1} \cdot \Phi_{\Sigma 3}} \\ \frac{\Phi_{\Sigma 1} \cdot \Phi_{\Sigma 3}}{\Phi_{\Sigma 2}} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_1 B_1 \\ \phi_1 \end{bmatrix}$$

L'identification de l'élément c de cette matrice $[a, b, c, d]$ permet d'obtenir la **puissance** $P = \frac{\Phi_{\Sigma 1} \cdot \Phi_{\Sigma 3}}{\Phi_{\Sigma 2}}$ et d'en déduire le **grossisse-**

ment $G = -\frac{\Phi_{\Sigma 1} \cdot \Phi_{\Sigma 3}}{\Phi_{\Sigma 2}} \cdot \overline{A_1 A'_3} = -P \cdot \overline{A_1 A'_3}$.

Lorsque les indications sur les différents éléments optiques sont utilisées [R6712], la vergence de l'objectif $\Phi_{\Sigma 1}$ du microscope est déduite du grossissement commercial de l'objectif $G_{c\Sigma 1}$ selon $\Phi_{\Sigma 1} = 4 \cdot G_{c\Sigma 1}$. De même, la distance focale effective de la lentille de tube $f_{\Sigma 2} = \frac{1}{\Phi_{\Sigma 2}}$ et la vergence de l'oculaire $\Phi_{\Sigma 3}$ du microscope est déduite du grossissement commercial de l'oculaire $G_{c\Sigma 3}$ par $\Phi_{\Sigma 3} = 4 \cdot G_{c\Sigma 3}$. Ainsi le grossissement commercial de ce microscope $\left(\overline{A_1 A'_3} = \frac{1}{4} \text{ m}\right)$ est donné par $G_c = -\frac{P}{4} = k \cdot G_{c\Sigma 1} \cdot G_{c\Sigma 3}$ avec $k = 4 \cdot f_{\Sigma 2}$, la **constante de tube**.

7.5 Lunette astronomique

La lunette astronomique permet l'observation d'objets très éloignés repérés par leur rayon apparent, en assurant un bon confort visuel. Elle est constituée d'un **objectif**, d'un **oculaire** et d'un **réti-**

cule placé à l'intérieur de l'appareil dans le plan focal image de l'objectif (qui est le plan objet de l'oculaire) (figure 31).

L'étude de cet instrument est réalisée à partir de l'organigramme de la figure 24 associant l'objectif (Σ_1) et l'oculaire (Σ_2). Les caractéristiques de l'objectif sont déterminées par le constructeur au cours des **étapes 1 et 2**. L'**étape 3** le définit comme un type équivalent $[F]$ pour tenir compte du faisceau de rayons parallèles

à son entrée, soit $M_{\Sigma 1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\Phi_{\Sigma 1} & 0 \end{bmatrix}$, puis il est mis en attente du

choix de l'oculaire. Un raisonnement similaire pour l'oculaire au cours des **étapes 1, 2 et 3** aboutit à un type équivalent $[F]$, soit

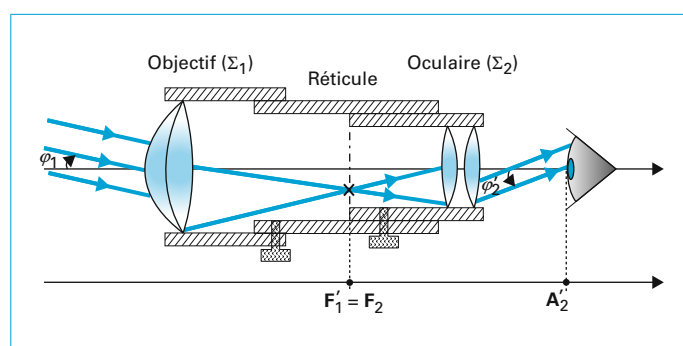


Figure 31 – Lunette astronomique

$M_{\Sigma 2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\Phi_{\Sigma 2} & 0 \end{bmatrix}$. L'étape 4 associe le plan focal image de l'objectif avec le plan focal objet de l'oculaire sans l'utilisation

d'une matrice de translation, soit $M_{\Sigma} = \begin{bmatrix} -\frac{\Phi_{\Sigma 1}}{\Phi_{\Sigma 2}} & 0 \\ 0 & -\frac{\Phi_{\Sigma 2}}{\Phi_{\Sigma 1}} \end{bmatrix}$.

Finalement, au cours de l'étape 5, la matrice $[a, b, c, d]$ est calculée en considérant la mobilité de l'objectif par rapport à l'objet (translation de $\overline{A_1 F_1}$) et la mobilité de l'oculaire par rapport à l'œil (translation de $\overline{F_2 A_2'}$), soit :

$$\begin{bmatrix} A_2' B_2' \\ \varphi_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\Phi_{\Sigma 1}}{\Phi_{\Sigma 2}} & \frac{\Phi_{\Sigma 1}}{\Phi_{\Sigma 2}} \cdot \overline{F_1 A_1} - \frac{\Phi_{\Sigma 2}}{\Phi_{\Sigma 1}} \cdot \overline{F_2' A_2'} \\ 0 & -\frac{\Phi_{\Sigma 2}}{\Phi_{\Sigma 1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 B_1 \\ \varphi_1 \end{bmatrix}$$

Comme vu précédemment (§ 7.3), le **grossissement** est donné par $G = \frac{\varphi_2'}{\varphi_0}$. Comme l'objet est à l'infini, les angles φ_0 et φ_1 sont équivalents. La multiplication de la deuxième ligne de la matrice $[a, b, c, d]$ par le vecteur $\begin{bmatrix} A_1 B_1 \\ \varphi_1 \end{bmatrix}$ permet d'obtenir directement le grossissement

de la lunette astronomique, soit $G = \frac{\varphi_2'}{\varphi_1} = -\frac{\Phi_{\Sigma 2}}{\Phi_{\Sigma 1}}$, qui n'est autre que l'élément d de la matrice $[a, b, c, d]$.

Exemple 11 :

Lunette Skywatcher AC 70/700 Mercury AZ-2

Données constructeur : tube optique de diamètre d'ouverture 70 mm et de longueur focale 700 mm pour l'objectif ; distance focale de l'oculaire de 10 mm ou de 25 mm.

Calcul : avec les oculaires de 10 mm ou de 25 mm, le grossissement de la lunette astronomique est respectivement de $G = -70$ et de $G = -28$. Il est à noter que la qualité de la lunette astronomique dépend du nombre d'ouverture $F/\# = 10$ qui permet d'apprécier sa résolution (plus faible est le nombre d'ouverture, meilleure est la résolution) (§ 4.4.2.2).

7.6 Télescope de type Cassegrain

Le télescope est un instrument permettant l'**observation d'objets très éloignés** vus selon leur rayon apparent et offrant également un bon confort visuel. Dans cet exemple, il est composé d'un **objectif** constitué de **miroirs**, d'un **tube** et d'un **oculaire** (figure 32).

L'étude de cet instrument est réalisée à partir de l'organigramme de la figure 24, associant l'objectif composé de deux miroirs, un primaire parabolique concave et un secondaire hyperbolique convexe, et d'un oculaire. Trois composants sont pris successivement en compte, les deux miroirs pour fabriquer l'objectif, puis l'oculaire dont les caractéristiques sont connues.

Au cours des **étapes 1 et 2**, la matrice $[a, b, c, d]$ du premier miroir est calculée selon le § 3.3.2, puis typée [F] au cours de l'**étape 3**, car le faisceau de rayons en entrée de l'instrument est

parallèle, soit $M_{\Sigma 1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \Phi_{\Sigma 1} & 0 \end{bmatrix}$.

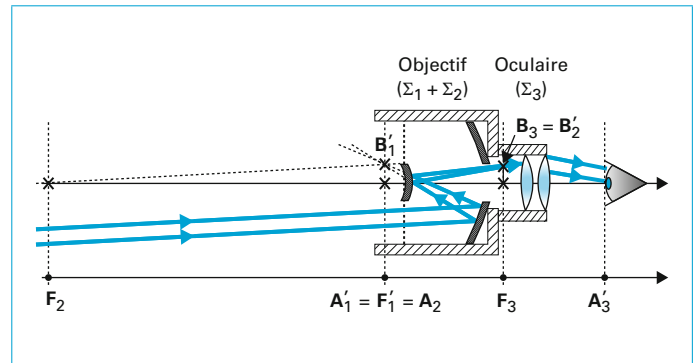


Figure 32 - Télescope de type Cassegrain

L'instrument n'étant pas achevé, ce premier élément est mis en attente de l'examen du deuxième miroir. De la même façon, les **étapes 1 et 2** donnent la matrice $[a, b, c, d]$ du deuxième miroir et l'**étape 3** le définit comme un type équivalent [C], car l'image A_1' formée par le premier miroir est l'objet A_2 du deuxième miroir

(figure 32), soit $M_{\Sigma 2} = \begin{bmatrix} \gamma_{\Sigma 2} & 0 \\ \Phi_{\Sigma 2} & -\frac{1}{\gamma_{\Sigma 2}} \end{bmatrix}$.

L'instrument comportant déjà un élément, l'**étape 4** associe les deux miroirs pour fabriquer l'objectif sans la nécessité d'une matrice de translation. La matrice de l'objectif est donnée par :

$$M_{\Sigma} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\gamma_{\Sigma 2}}{\Phi_{\Sigma 1}} \\ -\frac{\Phi_{\Sigma 1}}{\gamma_{\Sigma 2}} & \frac{\Phi_{\Sigma 2}}{\Phi_{\Sigma 1}} \end{bmatrix}$$

L'agrandissement $\gamma_{\Sigma 2}$ du deuxième miroir se calcule en considérant l'équivalence de type [C] du § 5.3, avec la matrice d'un système catadioptrique (§ 3.3.2) afin de trouver $-\frac{1}{\gamma_{\Sigma 2}} = -1 - \Phi_{\Sigma 2} \cdot \overline{S_2 A_2}$. L'introduction de la distance $\overline{S_2 S_1}$, l'équiva-

lence des points $A_2 \equiv F_1'$ et l'égalité $\overline{S_1 F_1'} = -\frac{1}{\Phi_{\Sigma 1}}$ (§ 4.3) permettent d'obtenir :

$$\gamma_{\Sigma 2} = \frac{\Phi_{\Sigma 1}}{\Phi_{\Sigma 1} - \Phi_{\Sigma 2} + \Phi_{\Sigma 1} \cdot \Phi_{\Sigma 2} \cdot \overline{S_2 S_1}} = \frac{\Phi_{\Sigma 1}}{\Phi_{\Sigma}},$$

avec $\Phi_{\Sigma} = \Phi_{\Sigma 1} - \Phi_{\Sigma 2} + \Phi_{\Sigma 1} \cdot \Phi_{\Sigma 2} \cdot \overline{S_2 S_1}$, la vergence de l'objectif.

La matrice M_{Σ} s'exprime alors par :

$$M_{\Sigma} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\Phi_{\Sigma}} \\ -\Phi_{\Sigma} & \frac{\Phi_{\Sigma 2}}{\Phi_{\Sigma 1}} \end{bmatrix}$$

L'objectif est alors mis en attente du choix de l'oculaire.

La construction de l'instrument se termine par l'ajout de l'oculaire en prenant la précaution que le point B_2 (ou B_3) reste à l'arrière du premier miroir (figure 32). Les **étapes 1 et 2** sont réalisées par le constructeur de l'oculaire, puis l'**étape 3** lui attribue le type équivalent [F] sachant que l'observation doit être adaptée à

la vision au repos, soit : $M_{\Sigma 3} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\Phi_{\Sigma 3} & 0 \end{bmatrix}$.

L'association de l'objectif et de l'oculaire est réalisée lors de l'étape 4 donnant la matrice du système total exprimée selon :

$$\begin{bmatrix} -\frac{\Phi_{\Sigma}}{\Phi_{\Sigma 3}} & \frac{\Phi_{\Sigma 2}}{\Phi_{\Sigma 1} \cdot \Phi_{\Sigma 3}} \\ 0 & -\frac{\Phi_{\Sigma 3}}{\Phi_{\Sigma}} \end{bmatrix}$$

L'instrument est maintenant achevé et lors de l'étape 5, la matrice $[a, b, c, d]$ est calculée en considérant la mobilité de l'objectif par rapport à l'objet (translation de $\overline{A_1 F_1}$) et la mobilité de l'oculaire par rapport à l'œil (translation de $\overline{F_3 A_3}$), soit :

$$\begin{bmatrix} A_3 B_3 \\ \varphi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\Phi_{\Sigma}}{\Phi_{\Sigma 3}} & \frac{\Phi_{\Sigma 2}}{\Phi_{\Sigma 1} \cdot \Phi_{\Sigma 3}} + \overline{F_1 A_1} \cdot \frac{\Phi_{\Sigma}}{\Phi_{\Sigma 3}} - \overline{F_3 A_3} \cdot \frac{\Phi_{\Sigma 3}}{\Phi_{\Sigma}} \\ 0 & -\frac{\Phi_{\Sigma 3}}{\Phi_{\Sigma}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 B_1 \\ \varphi_1 \end{bmatrix}$$

La multiplication de la matrice $[a, b, c, d]$ par le vecteur $\begin{bmatrix} A_1 B_1 \\ \varphi_1 \end{bmatrix}$ permet d'obtenir le **grossissement** donné tout simplement par $G = \frac{\varphi_3}{\varphi_1} = -\frac{\Phi_{\Sigma 3}}{\Phi_{\Sigma}} = -\gamma_{\Sigma 2} \cdot \frac{\Phi_{\Sigma 3}}{\Phi_{\Sigma 1}}$ soit l'élément d de la matrice $[a, b, c, d]$.

Exemple 12 :

Télescope Skywatcher 200/1000 NEQ-5

Données constructeur : tube optique de diamètre d'ouverture 200 mm et de longueur focale 1 000 mm pour l'objectif, oculaires de distance focale de 10 et de 25 mm.

Calcul : avec les oculaires de 10 ou de 25 mm, le grossissement du télescope est respectivement de $G = -100$ et de $G = -40$. Il est à noter que la qualité du télescope dépend du nombre d'ouverture $F/\# = 5$ qui est, pour cet instrument, très satisfaisant.

7.7 Agrandissement, puissance et grossissement optique

Au cours des exemples précédents, des instruments d'optique ont été étudiés dans des contextes différents amenant à introduire des propriétés comme la puissance et le grossissement intrinsèques. Lors de l'étape 5 de l'organigramme (figure 24), la matrice $[a, b, c, d]$ est généralement calculée selon :

$$\begin{bmatrix} A'B' \\ \varphi' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} AB \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{cases} a \cdot \overline{AB} + b \cdot \varphi \\ c \cdot \overline{AB} + d \cdot \varphi \end{cases}$$

Les termes de cette matrice $[a, b, c, d]$ permettent ainsi de trouver ces dites propriétés par rapport au contexte d'utilisation du système optique. Le tableau 4 en donne un aperçu synthétique.

8. Conclusion

Après avoir énoncé le principe et les limites de l'optique matricielle, cet article résume, sous forme de tableaux synthétiques, les différentes matrices décrivant des systèmes optiques élémentaires nécessaires à l'étude de dispositifs plus complexes. Au final, il offre une méthode de calcul, dont la mise en œuvre est résumée par un organigramme, afin de connaître les propriétés d'instruments optiques, telles que la distance focale effective, la position de l'image finale ou intermédiaire, ainsi que son agrandissement.

Tableau 4 – Synthèse de quelques grandeurs de systèmes optiques

Propriétés optiques	Définition	$[a, b, c, d]$	Contexte d'utilisation
Agrandissement	$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$	$a = \gamma$ et $b = 0$	Objet et image à distance finie
Puissance	$P = \frac{\varphi'}{\overline{AB}}$	$c = P$ et $d = 0$	Objet proche – image à l'infini
Grossissement	$G = \frac{\varphi'}{\varphi}$	$c = 0$ et $d = G$	Objet à l'infini – image à l'infini

Même si cette méthode permet d'accéder rapidement aux propriétés d'un instrument, le calcul matriciel se limite à l'approximation de l'optique paraxiale pour des systèmes centrés autour de l'axe optique. Néanmoins, une théorie plus précise existe qui n'est pas traitée dans cet article : une extension basée sur les matrices 2×2 à des matrices 3×3 a été développée, introduisant un angle supplémentaire dû aux phénomènes de diffraction des surfaces planes ou des réseaux (ouvrage présenté en partie documentation de cet article).

Bien que l'obtention de résultats puisse être rapide, la méthode présentée dans cet article ne peut pas prétendre l'accès à toutes les propriétés d'un système optique par de simples multiplications. L'étude des aberrations et des matériaux anisotropes sort du cadre paraxial et n'est pas prise en compte par l'optique matricielle à l'aide de matrices 2×2 , mais avec des matrices de plus grande dimension [9]. La résolution numérique de l'équation eikonale (encadrés 1 et 2) est utilisée pour déduire le chemin exact des rayons. Cette méthode, communément appelée tracé de rayons ou *ray tracing*, est mise en œuvre dans des logiciels professionnels ou semi-professionnels permettant de « dessiner » les instruments optiques. Suivant leur niveau de sophistication, ces logiciels prennent en compte la polarisation, les aberrations ou l'intensité du rayon tracé, par exemple.

9. Glossaire

agrandissement ; enlargement

Ratio entre la taille transversale de l'image et la taille transversale de l'objet, se nomme aussi « grandissement » ; il est toujours transversal dans cet article.

aberrations chromatiques ; chromatic aberration

Défaut optique généré par le fait que l'indice optique varie en fonction de la longueur d'onde. Ainsi, le point de focalisation d'un faisceau traversant une lentille par exemple ne se situe pas à la même position suivant les longueurs d'onde utilisées.

accommodation ; accommodation

Adaptation par l'œil de la vision, de près ou de loin, par modification de la vergence de son cristallin à l'aide de muscles ciliaires. Pour que ces muscles, et donc l'œil, soient au repos, le faisceau de rayons lumineux pénétrant dans cet œil doit être parallèle afin que l'image d'un objet se forme directement sur la rétine.

grossissement ; magnification

Quotient de l'angle de vue à travers l'instrument par l'angle de vue sans l'instrument.

indice@longueur d'onde ; index@wavelength

Notation indiquant l'indice à la longueur d'onde donnée.

matrice équivalente ; equivalent matrix

Matrice unique ayant les mêmes caractéristiques que le produit de matrices de plusieurs systèmes physiques.

nombre d'ouverture ; f-number ou $F/\#$.

Quotient de la distance focale sur un diamètre réduit de la lentille dont la réduction est exprimée en pourcentage.

réticule ; crosshairs

Disque percé d'une ouverture circulaire coupée par deux fils très fins qui se croisent à angle droit et servent à la visée dans une lunette (définition Larousse).

typage ; typing

Classification de différents éléments par type (définition Larousse).

rayon apparent ; whose radius

Mesure du demi-angle au sommet de l'angle solide sous lequel l'observateur regarde un objet.

Symbole	Description	Unité
f	distance focale	m
P	puissance optique	$\text{m}^{-1} \Rightarrow \delta$ (dioptrie)
γ	agrandissement	–
G	grossissement	–
r, R	rayon de courbure du dioptre sphérique	m
CA	diamètre du diaphragme	m
f_b	<i>back focal length</i>	m
φ	inclinaison du rayon par rapport à la parallèle à l'axe optique	rad
t_c	épaisseur maximale de la lentille	m
t_{c1}	épaisseur de la lentille biconvexe	m
t_{c2}	épaisseur du ménisque	m
EFL	<i>effective local length</i> distance focale véritable	m

10.Symboles

Symbole	Description	Unité
n	indice optique	–
λ_0	longueur d'onde	m
Φ	vergence	$\text{m}^{-1} \Rightarrow \delta$ (dioptrie)

Optique matricielle pour l'analyse des systèmes centrés

par **Christophe LABBÉ**

Maître de conférences à l'Université de Caen
Normandie Univ, UNICAEN, IUT de Caen, Département Mesures Physiques, Caen, France
Normandie Univ, ENSICAEN, UNICAEN, CEA, CNRS, CIMAP, Caen, France

et **Benoît PLANCOULAIN**

Maître de conférences à l'Université de Caen
Maîtres de conférences à l'Université Caen Normandie
Normandie Univ, UNICAEN, IUT de Caen, Département Mesures Physiques, Caen, France
Normandie Univ, UNICAEN, INSERM, BioTICLA, Caen, France

Sources bibliographiques

- [1] *Base de données des indices de réfraction : Mikhail Polyanskiy*, 2008-2016, <http://refractiveindex.info/>.
- [2] *Tout Savoir sur les Lentilles Asphériques*, Edmund Optics, <http://www.edmundoptics.fr/resources/application-notes/optics/all-about-aspheric-lenses/>.
- [3] *Fundamental Optics – CVI-Melles Griot*, Technical Guide, Vol 2, Issue 1, Page 1.3: 2009 https://www.google.fr/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0ahUKEwiYia_aHMAhVGcBoKHYQtAv4QFggkMAA&url=http%3A%2F%2Fwww.astro.caltech.edu%2F~lah%2Fay105%2Fpdf%2FFundamentalOptics.pdf&usg=AFQjCNGBTpQasfWlQnabL25MukMlslGQ1g&cad=rja.
- [4] *Matériaux optiques-Newport*, <http://www.newport.com/Mat%C3%83%C2%A9riauxoptiques/144943/1036/content.aspx>.
- [5] *Technical Notes – Newport*, http://assets.newport.com/webdocumentsen/images/how_to_build_a_beam_expander_5.pdf.
- [6] *Optics & Lasers Catalog – CVI-Melles Griot*, vol. 1, A242 (2014).
- [7] *Cours de physique : Optique J.-P. Parisot, P. Segonds, S. Le Boiteux*, Collection : Sciences Sup, Dunod- 2^e édition, 368 pp (2003).
- [8] *Comprendre l'Objectif Corrigé à l'Infini, le Pouvoir de Résolution et le Grossissement, Référence Edmund*, <http://www.edmundoptics.fr/resources/application-notes/microscopy/understanding-infinity-corrected-objective-resolving-power-and-magnification>.
- [9] *Optique – fondements et applications, 250 exercices et problèmes résolus, 6^e édition*, Ed. Dunod, J.-P. Pérez, page 103, ISBN : 9782100048908 (2000).

À lire également dans nos bases

- HENRY (M.). – *Optique géométrique*. [A190] (1981).
- HENRY (M.). – *Optique ondulatoire-Interférences. Diffraction. Polarisation*. [A191] (1982).
- PERRAUDEAU (M.). – *Lumière et couleur*. [C3340] (2004).
- ROBLIN (G.). – *Microscopie optique*. [R6712] (1999).
- RUNCIMAN (H.). – *Éléments de conception optique*. [E4040] (1995).
- VÉRET (C.). – *Instruments optiques d'observation et de mesure*. [R6500] (1993).

Ouvrages

- Optics Learning by Computing, with Examples Using Mathcad, MATLAB, Mathematica, and Maple, second edition, Karl Dieter Moller, ISBN: 9780387261683, 454 pp, (2007)
- Eugene Hecht, *Optique*, 5^e édition, Adelphi University (Traduit en français), pages 261-266, 2015
- *Cours, avec des extensions sur le télescope/microscope en optique matricielle, la théorie matricielle 3x3 pour l'optique diffractive ou le « ray tracing »* : Geometrical and Technical Optics – Lecture about the principles of geometrical and technical optics de Norbert Lindlein – Institute of Optics, Information and Photonics – (2007)
- https://www.google.fr/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0ahUKEwig29jSsKLMahUFIrKHf0ICEsQFggeMAA&url=http%3A%2F%2Fwww.optik.uni-erlangen.de%2Fodem%2Fvorlesung%2Fws1314%2Fgeom_optics_vorlesung.pdf&usg=AFQjCNFNp5bxJfqzFuJTTLNrSPUBkmR_g&bvm=bv.119745492,d.2s&cad=rja

Articles scientifiques

- Joseph (S.) Choi and John (C.) Howell, « Paraxial ray optics cloaking », Opt. Express 22, 29465-29478 (2014)
- Gatinel (D.), Haouat (M.), Hoang-Xuan (T.), « Étude des paramètres permettant la description mathématique de l'asphéricité cornéenne », J. Fr. Ophtalmol.; 25, 1, 81-90 (2002)
- Halbach (K.) « Matrix representation of Gaussian optics » Am. J. Phys. 32(2), 90 (1964).

Cours universitaires

– Cours d'optique géométrique matricielle, introduction aux phénomènes d'interférences et diffraction : Yann Vaills, université d'Orléans (2011)

<https://www.google.fr/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwjh0pKCULMAhUBOhoKHZtkCFUQFggcMAA&url=>

http://3A%2F%2Fwww.cemhti.cnrs-orleans.fr%2FPeople%2Ftextes%2FDocuments%2520Yann%2520Vaills%2FOptique%2520geometrique%2520matricielle_interferences_diffraction.pdf&usg=AFQjCNEE5lXGtFbJMoAh9zrJqkv7CKyP4g

Outils logiciels (liste non exhaustive)

Logiciels de tracé de rayons (*ray tracing*) :

Le principe de calcul de ces logiciels est basé sur l'intersection entre le rayon (caractérisé par les 2 composantes de son vecteur d'onde) et la surface la plus proche. un calcul est alors effectué pour trouver le nouveau vecteur d'onde à l'aide des lois de Descartes après réflexion et/ou réfraction sur la surface, jusqu'à la prochaine surface la plus proche rencontrée. En voici quelques exemples :

– logiciel optgeo de jean-marie biansan : <http://jeanmarie.biansan.free.fr/optgeo.html>
– logiciel « ray optics module » de comsol : <https://www.comsol.fr/ray-optics-module>
– logiciel d'optique industriel : zemax-opticstudio : <http://www.zemax.com/os/opticstudio>

Sites Internet

– Optique des lasers et faisceaux Gaussiens – Cours, exercice et exemple d'applications, S. Forget (2015)

<https://www.hitpages.com/doc/6676188600729600/1/>

– Choisir le bon télescope, comment commencer l'astronomie

<http://www.astrofiles.net/astronomie-choisir-le-bon-telescope-43.html>

GAGNEZ DU TEMPS ET SÉCURISEZ VOS PROJETS EN UTILISANT UNE SOURCE ACTUALISÉE ET FIABLE

Techniques de l'Ingénieur propose la plus importante collection documentaire technique et scientifique en français !

Grâce à vos droits d'accès, retrouvez l'ensemble des **articles et fiches pratiques de votre offre**, **leurs compléments et mises à jour**, et bénéficiez des **services inclus**.



RÉDIGÉE ET VALIDÉE
PAR DES EXPERTS



MISE À JOUR
PERMANENTE



100 % COMPATIBLE
SUR TOUS SUPPORTS
NUMÉRIQUES



SERVICES INCLUS
DANS CHAQUE OFFRE

- + de 350 000 utilisateurs
- + de 10 000 articles de référence
- + de 80 offres
- 15 domaines d'expertise

- | | |
|---|---|
| ☐ Automatique - Robotique | ☐ Innovation |
| ☐ Biomédical - Pharma | ☐ Matériaux |
| ☐ Construction et travaux publics | ☐ Mécanique |
| ☐ Électronique - Photonique | ☐ Mesures - Analyses |
| ☐ Énergies | ☐ Procédés chimie - Bio - Agro |
| ☐ Environnement - Sécurité | ☐ Sciences fondamentales |
| ☐ Génie industriel | ☐ Technologies de l'information |
| ☐ Ingénierie des transports | |

**Pour des offres toujours plus adaptées à votre métier,
découvrez les offres dédiées à votre secteur d'activité**

Depuis plus de 70 ans, Techniques de l'Ingénieur est la source d'informations de référence des bureaux d'études, de la R&D et de l'innovation.

www.techniques-ingenieur.fr

CONTACT : Tél. : + 33 (0)1 53 35 20 20 - Fax : +33 (0)1 53 26 79 18 - E-mail : infos.clients@teching.com

LES AVANTAGES ET SERVICES compris dans les offres Techniques de l'Ingénieur

ACCÈS



Accès illimité aux articles en HTML

Enrichis et mis à jour pendant
toute la durée de la souscription



Téléchargement des articles au format PDF

Pour un usage en toute liberté



Consultation sur tous les supports numériques

Des contenus optimisés
pour ordinateurs, tablettes et mobiles

SERVICES ET OUTILS PRATIQUES



Questions aux experts*

Les meilleurs experts techniques
et scientifiques vous répondent



Articles Découverte

La possibilité de consulter des articles
en dehors de votre offre



Dictionnaire technique multilingue

45 000 termes en français, anglais,
espagnol et allemand



Archives

Technologies anciennes et versions
antérieures des articles



Impression à la demande

Commandez les éditions papier
de vos ressources documentaires



Alertes actualisations

Recevez par email toutes les nouveautés
de vos ressources documentaires

*Questions aux experts est un service réservé aux entreprises, non proposé dans les offres écoles, universités ou pour tout autre organisme de formation.

ILS NOUS FONT CONFIANCE



www.techniques-ingenieur.fr

CONTACT : Tél. : + 33 (0)1 53 35 20 20 - Fax : +33 (0)1 53 26 79 18 - E-mail : infos.clients@teching.com