

TD4 : Nombres complexes

1. CALCULS SUR LES NOMBRES COMPLEXES

Exercice 1. Ecrivez les nombres complexes suivants sous la forme $a + ib$ avec $a, b \in \mathbb{R}$:

$$(1 - i)(3 + 4i), (1 + 2i)^3, (3 - i)(2 + i) + i - 7.$$

Exercice 2. Déterminez le module des complexes suivants :

$$2, 2i, 3 + 4i, (1 + i)(2 + i).$$

Exercice 3. Pour $z, z' \in \mathbb{C}$, montrez que $|zz'| = |z| \cdot |z'|$.

Exercice 4. Soient $a, b \in \mathbb{R}$ et soit $z = a + ib \in \mathbb{C}$. Montrez que $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \geq 0$ et que $\{|z| = 0\} \Leftrightarrow \{z = 0\}$.

Exercice 5. Mettez les nombres complexes suivants sous la forme $a + ib$ avec $a, b \in \mathbb{R}$:

$$\frac{1}{1+i}, \frac{1}{i}, \frac{i+1}{i}, \frac{2+3i}{3+5i}(1-i).$$

Exercice 6. Pour $z \in \mathbb{C}$, $z \neq 0$, montrez que $\left|\frac{1}{z}\right| = \frac{1}{|z|}$.

2. EQUATIONS DU SECOND DEGRÉ

Exercice 7. Déterminez les solutions complexes des équations suivantes :

$$z^2 + 2 = 0, z^2 + 2z + 2 = 0; z^2 + 6z + 13 = 0.$$