



Techniques numériques pour l'optique : Cours Magistral 2

Victor COLAS

Master PAIP-POM

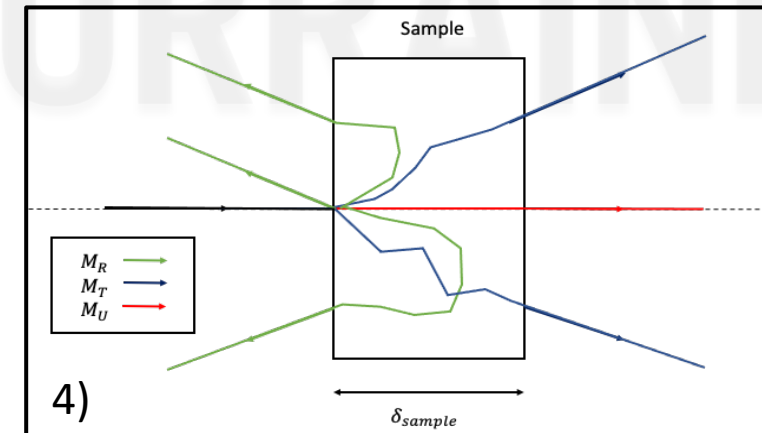
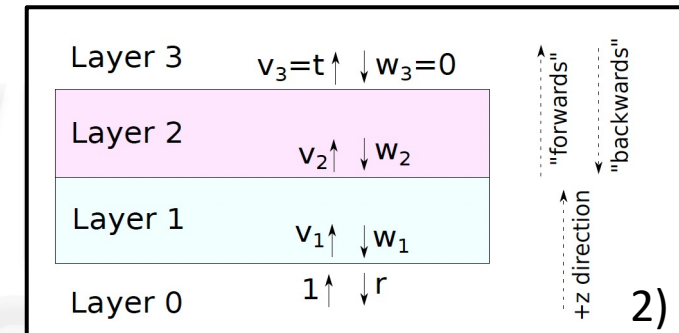
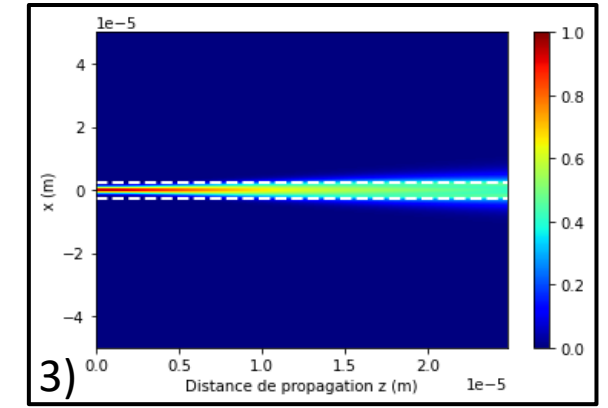
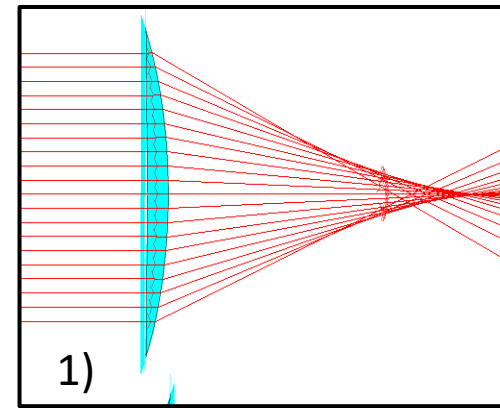


Présentation de l'UE

- **Descriptif :**

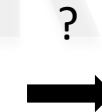
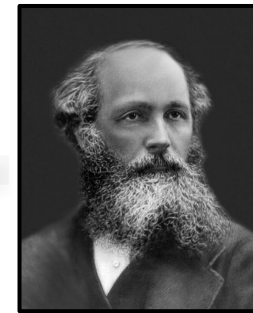
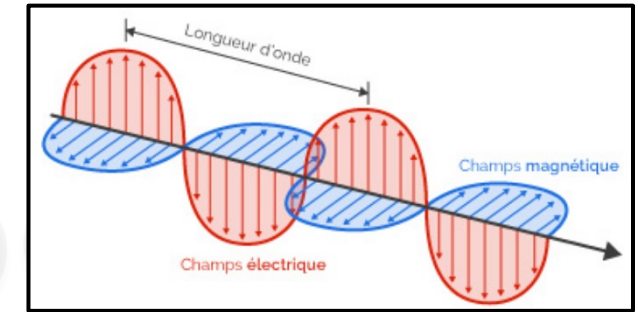
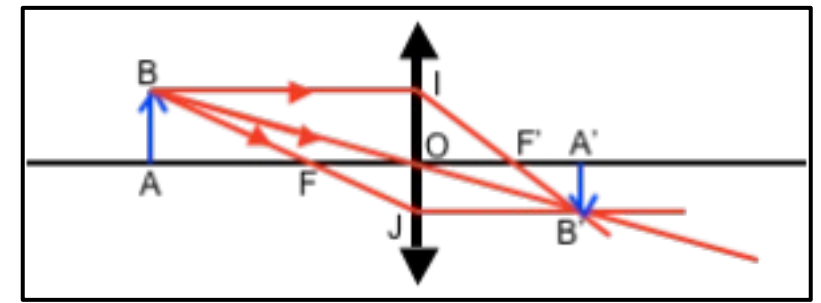
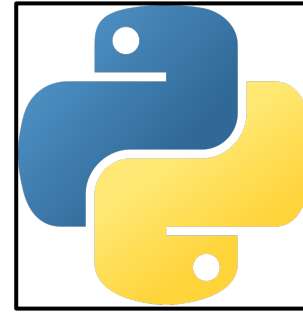
Utilisation de l'outil numérique pour étudier la propagation de la lumière au travers 4 exemples :

1. le lancer de rayons
2. la propagation de lumière dans des milieux multicouches
3. la propagation de faisceau dans l'espace de Fourier
4. les approches Monte Carlo pour la propagation en milieux diffusants



Présentation de l'UE

- **Prérequis :**
 - Algorithmie (Python)
 - Optique géométrique
 - Optique physique (électromagnétisme)
- **Acquis d'apprentissage :**
 - Utiliser l'outil numérique pour la propagation de la lumière
- **Compétence visée :**
 - « Passage » de la théorie au numérique
 - Démarche de recherche (autonomie + article scientifique)



$$\overrightarrow{\text{rot}}(E) = - \frac{\partial B}{\partial t}$$

Maxwell - Faraday

Composition de l'UE

- **14 h de CM :**

1. CM1 (4h) : Ray-Tracing pour le design de systèmes optiques
2. CM2 (4h) : Propagation d'onde optique dans les milieux multicouches
3. CM3 (4h) : Propagation libre ou guidée de faisceau laser
4. CM4 (2h) : Approche de Monte Carlo pour les milieux diffusants

- **16 h de TP (3x4 h de projet + 4h de soutenance) qui constituent l'évaluation de l'UE :**

1. Définir un projet à traiter (livrable descriptif à rendre ~2 pages) (~15% note)
2. Faire les travaux nécessaires puis rédiger un article scientifique en guise de rapport (~50% note)
3. Faire une présentation orale (15 min) au reste de la promo (~35% note)

CM2 (4h) : Calculs optiques en milieu multicouches – The Transfert Matrix Method

1. Théorie : Positionnement du problème et calcul des coefficients de Fresnel
 2. Pratique : Mon code python de calcul de coefficient de Fresnel
 3. Théorie : De Fresnel au calcul multicouche
4. Pratique : Utilisation de la librairie TMM de python pour le calcul multicouche

Présentation des sources :

Multilayer optical calculations – The transfer Matrix Method

par Prof. Nicolas Fressengeas, LMOPS

Multilayer optical calculations

par Prof. Steven J. Byrnes

→ Disponible sur Arche

Electromagnétisme

Prof. François Marquier, LCF IOGS

Calcul des Coefficients de Fresnel

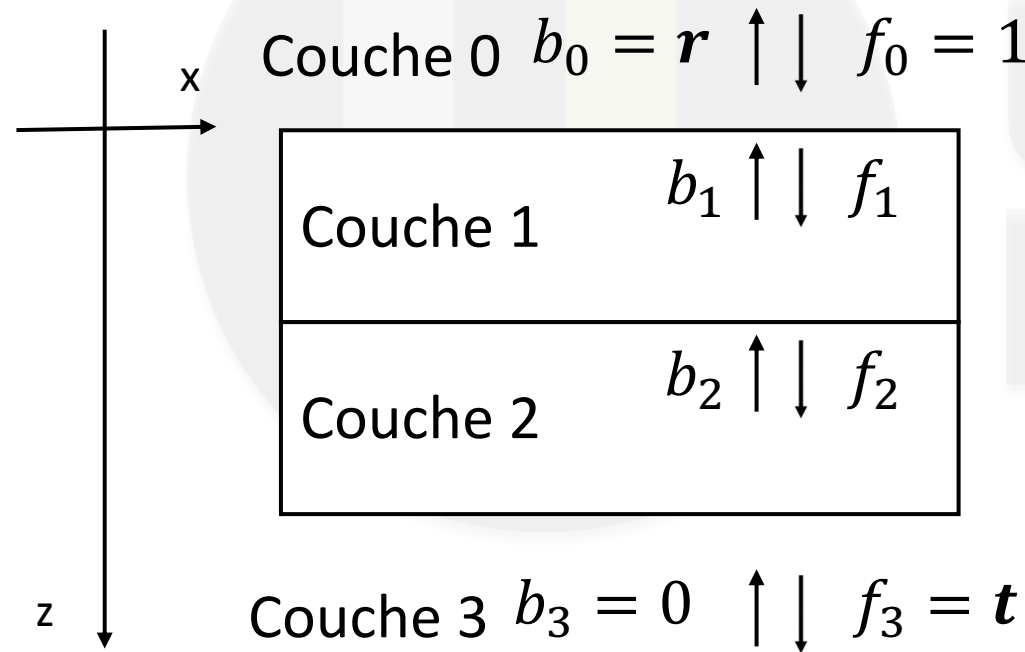
Par Dr. Christophe Finot

→ Disponible sur YouTube [lien](#)

Théorie de la propagation des ondes

Présentation du problème

f « forward » b « backward »



Quelques hypothèses :

- Onde incidente avec un angle θ
 - Largeur infinie en x
 - Largeur infinie en y

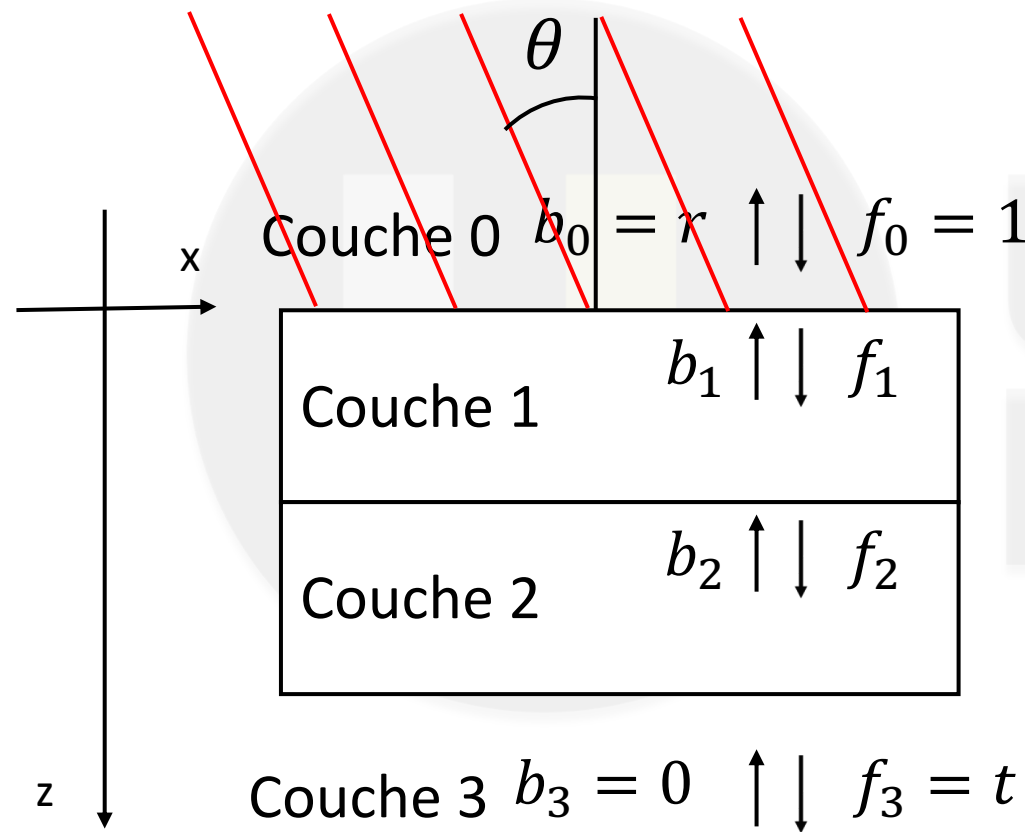
→ Raisonnement dans le plan xz

- $(\vec{E}, \vec{H}, \vec{k})$ trièdre directe
- position $\vec{r} = x \vec{u}_x + z \vec{u}_z$
- Champ électrique complexe

$$\vec{E}(\vec{r}) = \underbrace{\vec{E}_f^0 e^{i\vec{k}_f \cdot \vec{r}}}_{\text{Forward}} + \underbrace{\vec{E}_b^0 e^{i\vec{k}_b \cdot \vec{r}}}_{\text{Backward}}$$

Théorie de la propagation des ondes

Présentation du problème



$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_f^0 e^{i\vec{k}_f \cdot \vec{r}} + \vec{E}_b^0 e^{i\vec{k}_b \cdot \vec{r}}$$

Avec :

$$\begin{cases} \vec{k}_f = \frac{2\pi n}{\lambda} (\cos(\theta) \vec{u}_z + \sin(\theta) \vec{u}_x) \\ \vec{k}_b = \frac{2\pi n}{\lambda} (-\cos(\theta) \vec{u}_z + \sin(\theta) \vec{u}_x) \end{cases}$$

Indice optique complexe

Prise en compte de l'absorption $n = n' + in''$

- $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_f^0 e^{i\vec{k}_f \cdot \vec{r}} + \vec{E}_b^0 e^{i\vec{k}_b \cdot \vec{r}}$
- $\vec{k}_f = \frac{2\pi n}{\lambda} (\cos(\theta) \vec{u}_z + \sin(\theta) \vec{u}_x)$

Développons $i\vec{k}_f \cdot \vec{r}$

$$i\vec{k}_f \cdot \vec{r} = i \underbrace{\frac{2\pi n'}{\lambda} (\cos(\theta) \vec{u}_z + \sin(\theta) \vec{u}_x)}_{n' = \text{Re}(n) \text{ indice optique habituel}} - \underbrace{\frac{2\pi n''}{\lambda} (\cos(\theta) \vec{u}_z + \sin(\theta) \vec{u}_x)}_{n'' = \text{Im}(n) \text{ agit sur l'absorption}}$$

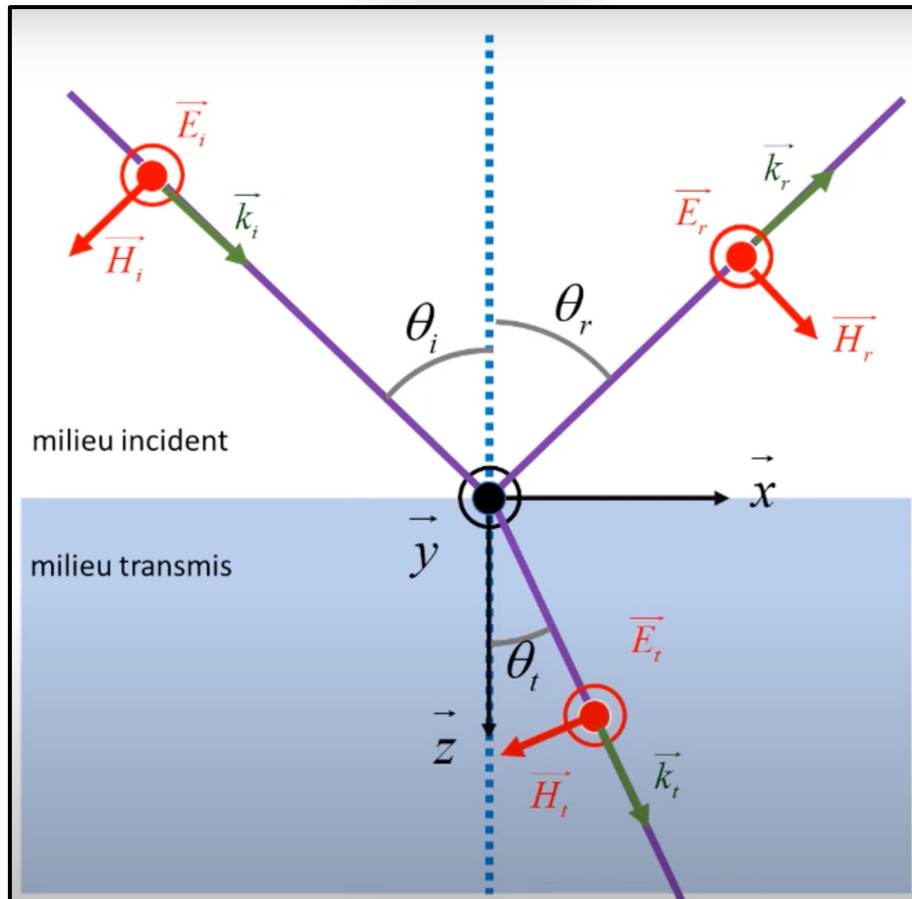
$n' = \text{Re}(n)$ indice optique habituel

$n'' = \text{Im}(n)$ agit sur l'absorption
Exponentielle décroissante

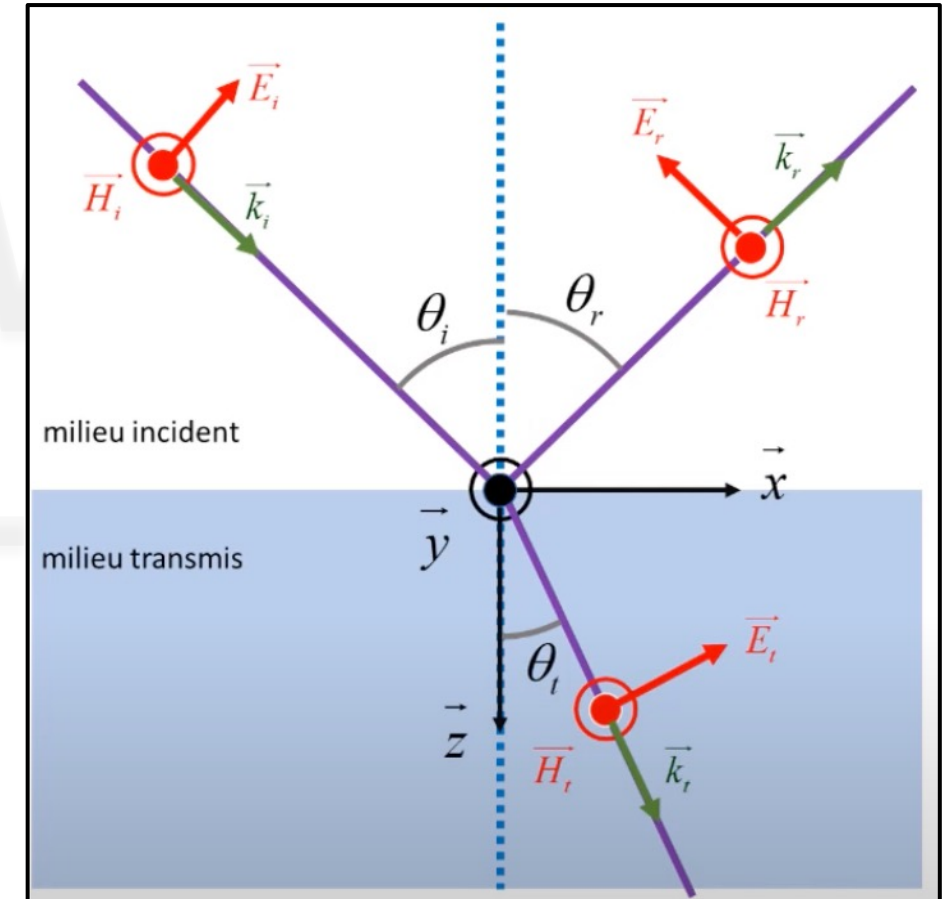
Polarisation des champs

La polarisation TE ou s

$$\vec{H} = \frac{\vec{k} \times \vec{E}}{\mu_0 \omega}$$

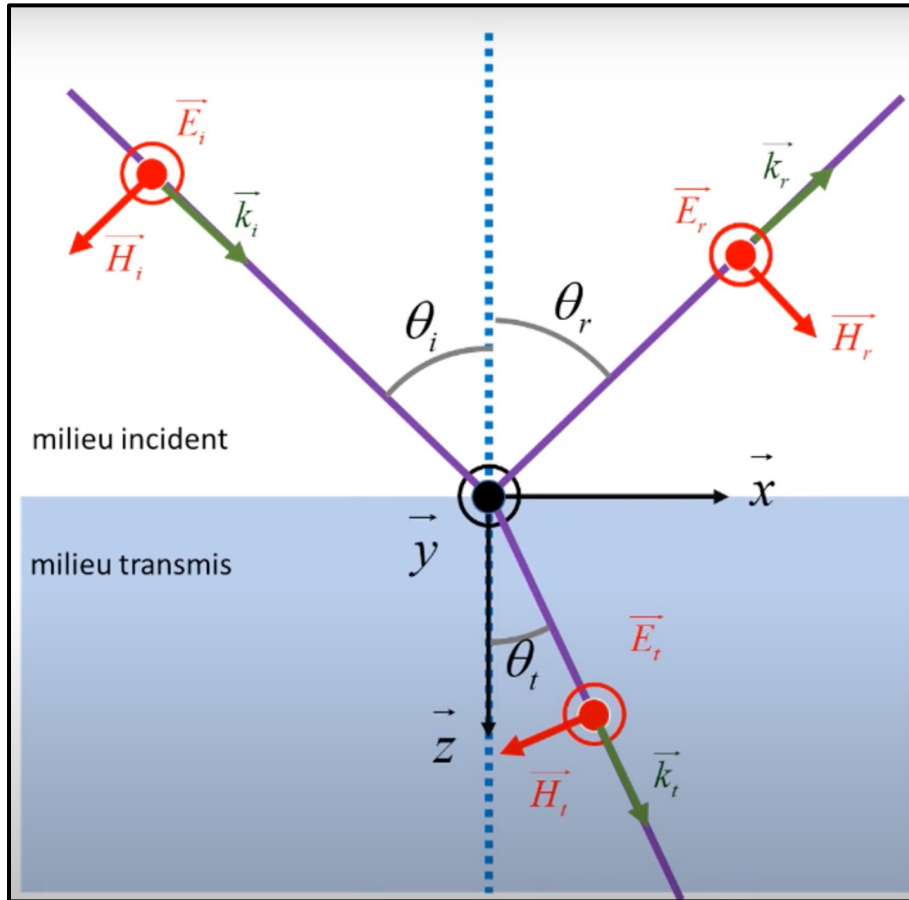


La polarisation TM ou p



Calcul des coefficients de Fresnel en amplitude

En configuration TE ou s



Conservations des composantes tangentielles à l'interface (projection sur $\vec{u}_x$)

- Champ électrique

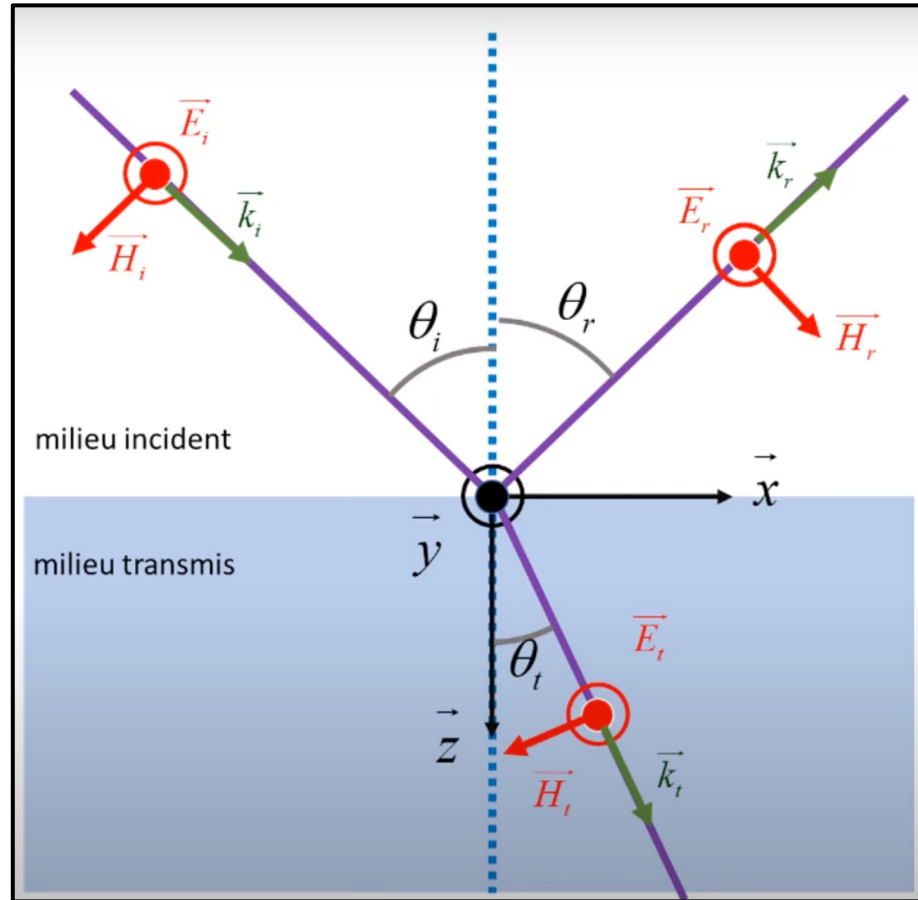
$$\vec{E}_i + \vec{E}_r = \vec{E}_t$$

$$\vec{E}_i + r\vec{E}_i = t\vec{E}_i$$

$$\boxed{1 + r = t}$$

Calcul des coefficients de Fresnel en amplitude

En configuration TE ou s



Conservations des composantes tangentielles à l'interface (projection sur $\vec{u}_x$)

- Champ magnétique

$$\vec{H}_i \cdot \vec{u}_x + \vec{H}_r \cdot \vec{u}_x = \vec{H}_t \cdot \vec{u}_x$$

$$-|\vec{H}_i| \cos(\theta_i) + r |\vec{H}_i| \cos(\theta_r) = -t |\vec{H}_i| \cos(\theta_t)$$

Sachant :

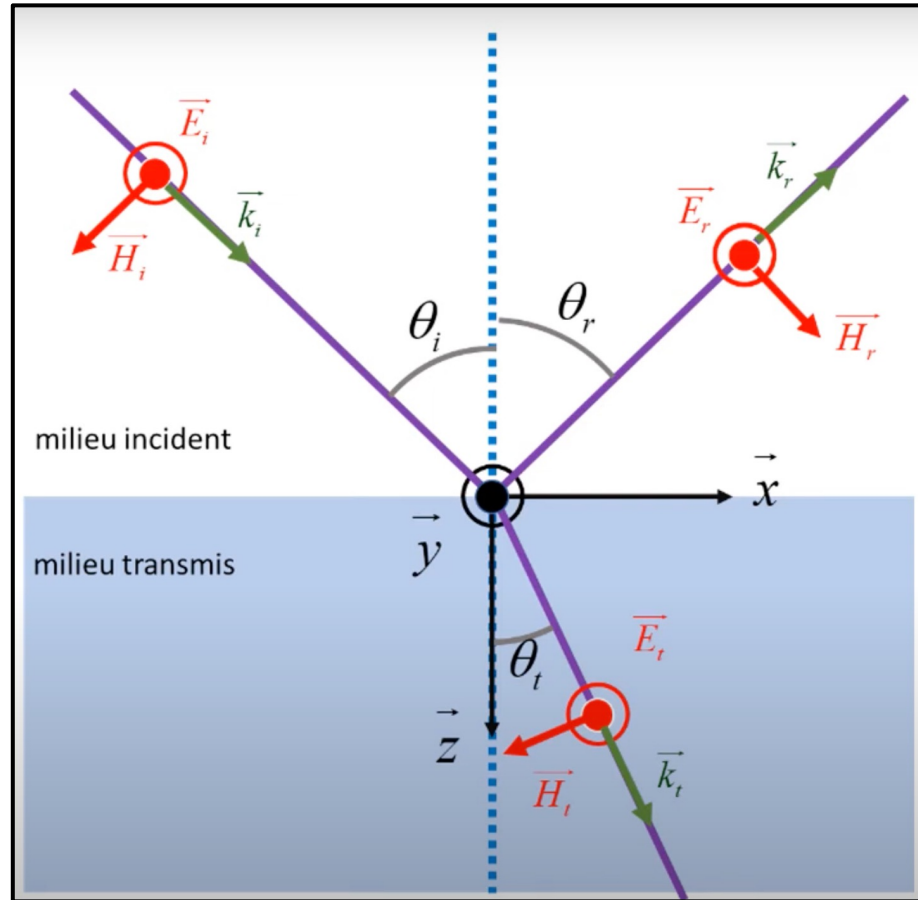
- $\vec{H} = \frac{\vec{k} \times \vec{E}}{\mu_0 \omega} \Rightarrow |\vec{H}_i| = \frac{n}{\mu_0 c} |\vec{E}_i|$

- $\theta_t = -\theta_i$

$$\Rightarrow \boxed{n_i \cos(\theta_i) - r n_i \cos(\theta_i) = t n_t \cos(\theta_t)}$$

Calcul des coefficients de Fresnel en amplitude

En configuration TE ou s



Système 2 équations à 2 inconnues

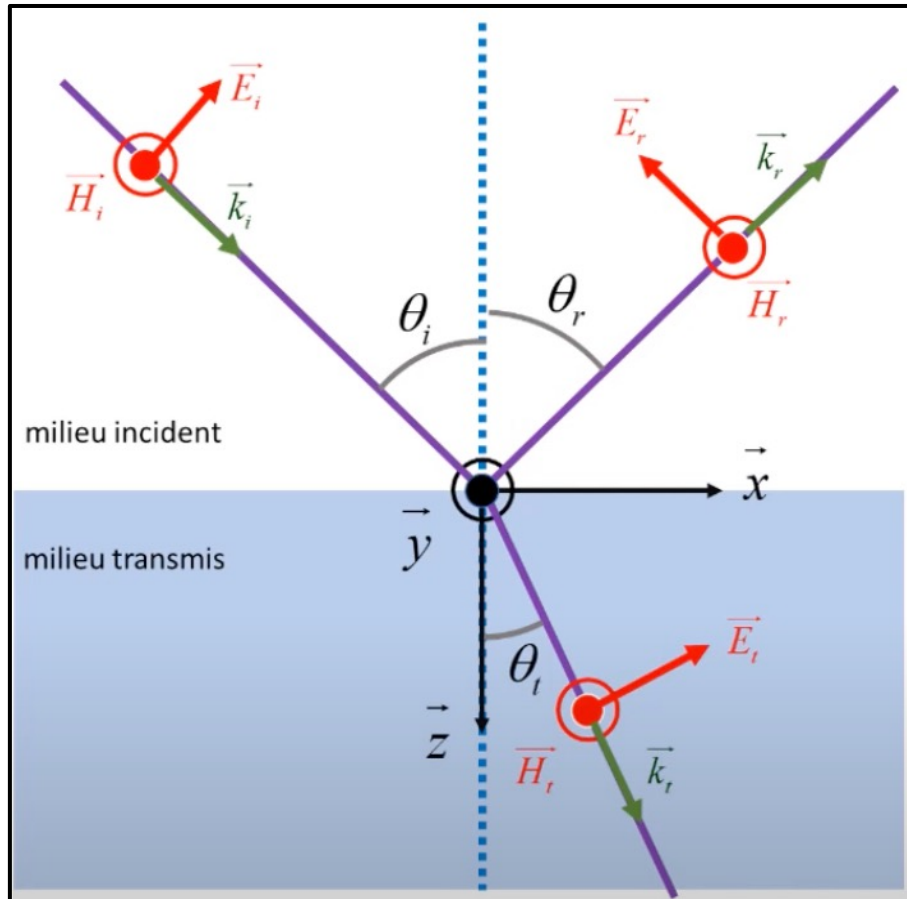
$$\begin{cases} 1 + r = t \\ n_i \cos(\theta_i) - r n_i \cos(\theta_i) = t n_t \cos(\theta_t) \end{cases}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{cases} r_{TE} = \frac{n_i \cos(\theta_i) - n_t \cos(\theta_t)}{n_i \cos(\theta_i) + n_t \cos(\theta_t)} \\ t_{TE} = \frac{2 n_i \cos(\theta_i)}{n_i \cos(\theta_i) + n_t \cos(\theta_t)} \end{cases}$$

Calcul des coefficients de Fresnel en amplitude

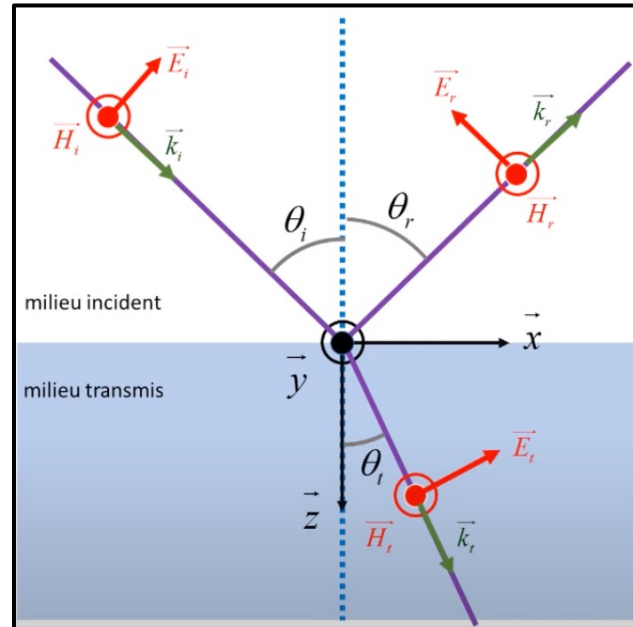
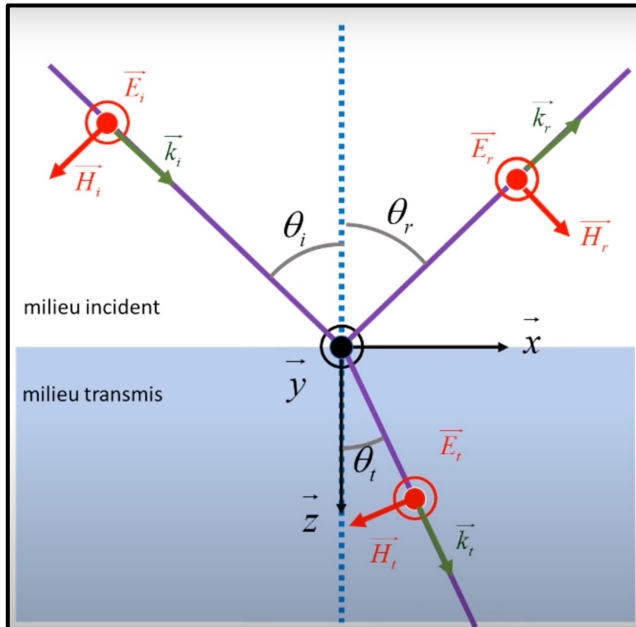
En configuration TM ou p



Raisonnement similaire

$$\begin{cases} r_{TM} = \frac{n_t \cos(\theta_i) - n_i \cos(\theta_t)}{n_t \cos(\theta_i) + n_i \cos(\theta_t)} \\ t_{TM} = \frac{2n_i \cos(\theta_i)}{n_i \cos(\theta_t) + n_t \cos(\theta_i)} \end{cases}$$

Calcul des coefficients de Fresnel en intensité



En intensité :

$$\begin{cases} R = r^2 \\ T = \frac{n_t \cos(\theta_t)}{n_i \cos(\theta_i)} t^2 \\ 1 = R + T \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_{TE} = \frac{n_i \cos(\theta_i) - n_t \cos(\theta_t)}{n_i \cos(\theta_i) + n_t \cos(\theta_t)} \\ t_{TE} = \frac{2n_i \cos(\theta_i)}{n_i \cos(\theta_i) + n_t \cos(\theta_t)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_{TM} = \frac{n_t \cos(\theta_i) - n_i \cos(\theta_t)}{n_t \cos(\theta_i) + n_i \cos(\theta_t)} \\ t_{TM} = \frac{2n_i \cos(\theta_i)}{n_i \cos(\theta_t) + n_t \cos(\theta_i)} \end{cases}$$

A vous de jouer

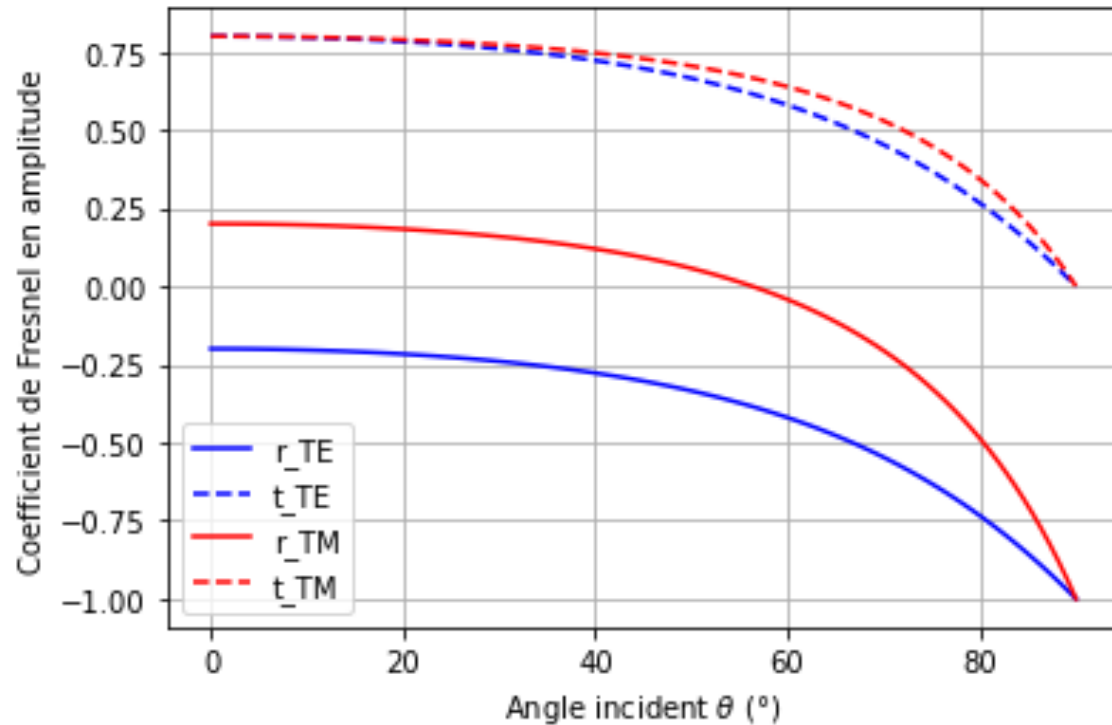
~ 1h pour coder votre propre algo de calcul de coeff de Fresnel en Python

Quelques pistes pour démarrer :

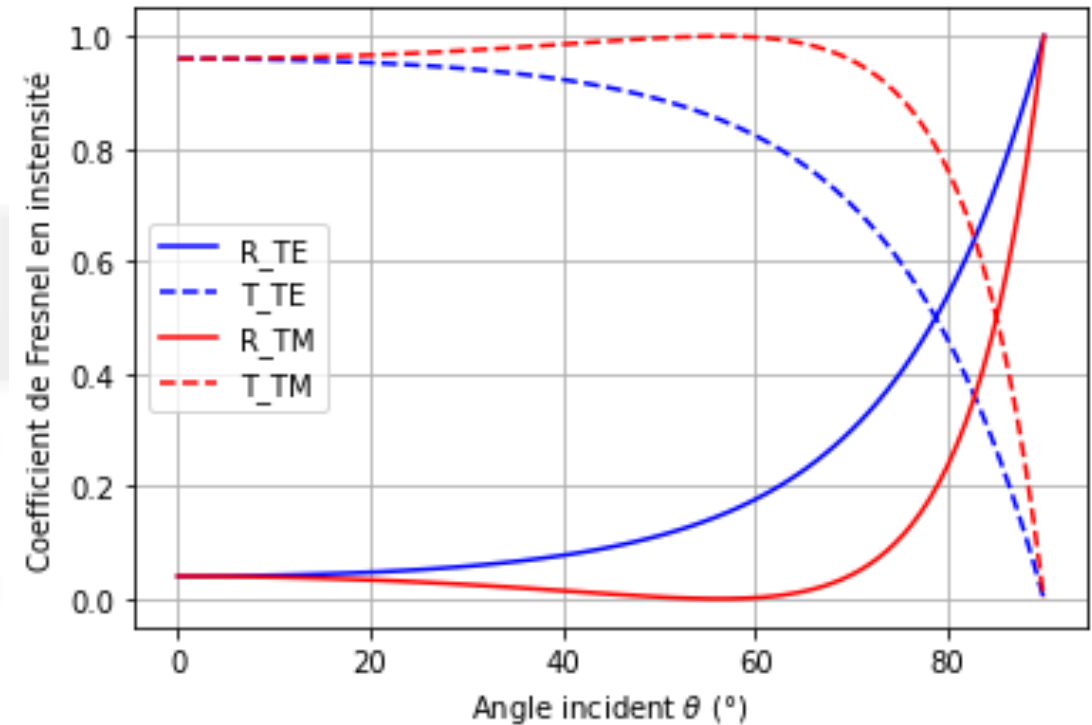
- Fonction de calcul de coeff de Fresnel en amplitude
- Pour les modes TE et TM
- Importance de l'angle d'incidence → figure

Objectif

En amplitude

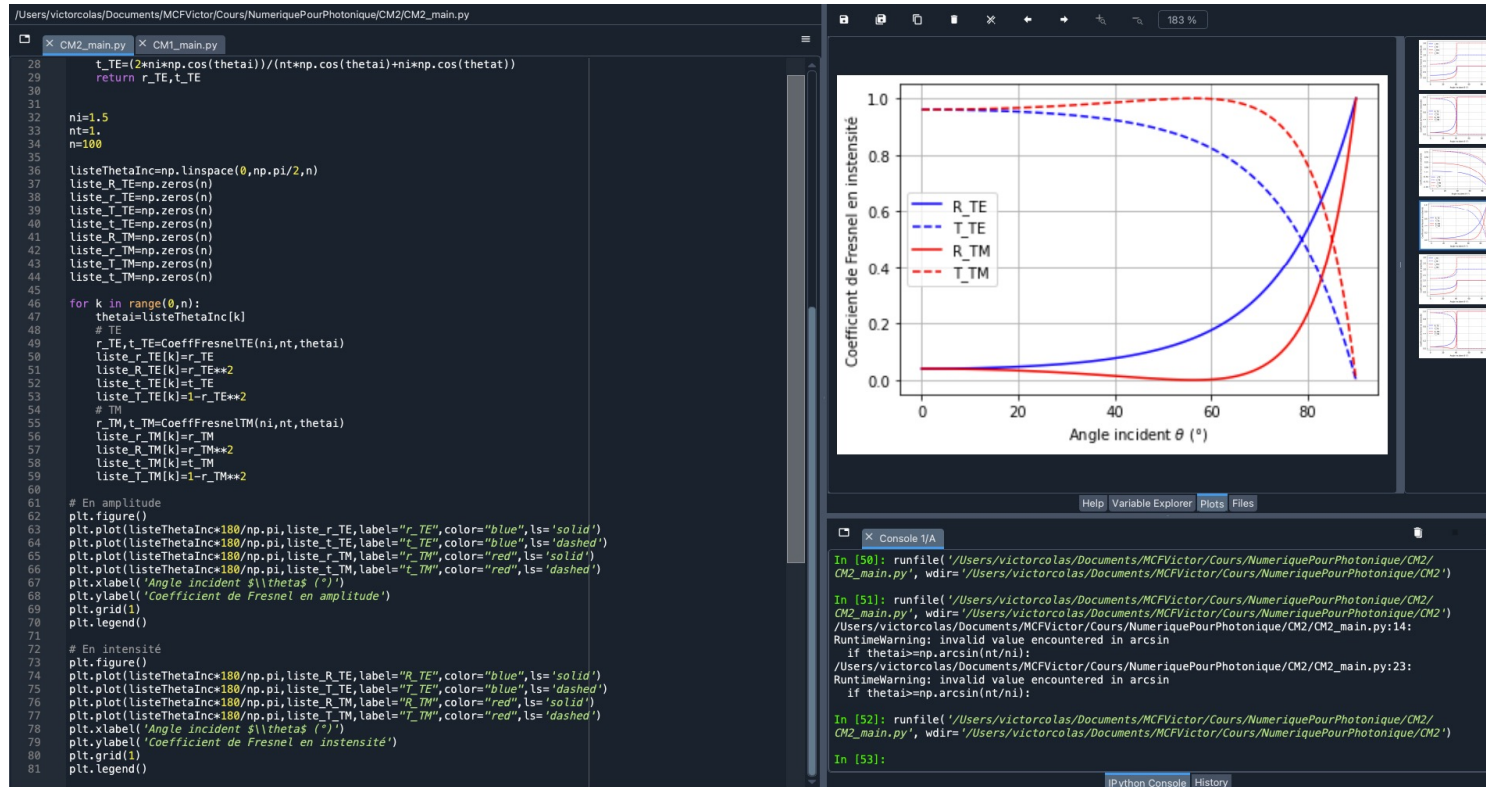


En intensité



Lien avec Snell-Descartes : Angle de Brewster ? Réflexion totale ?

Discussions et correction



- Angle de Brewster : transmission totale pour la config TM
- Angle de réflexion totale

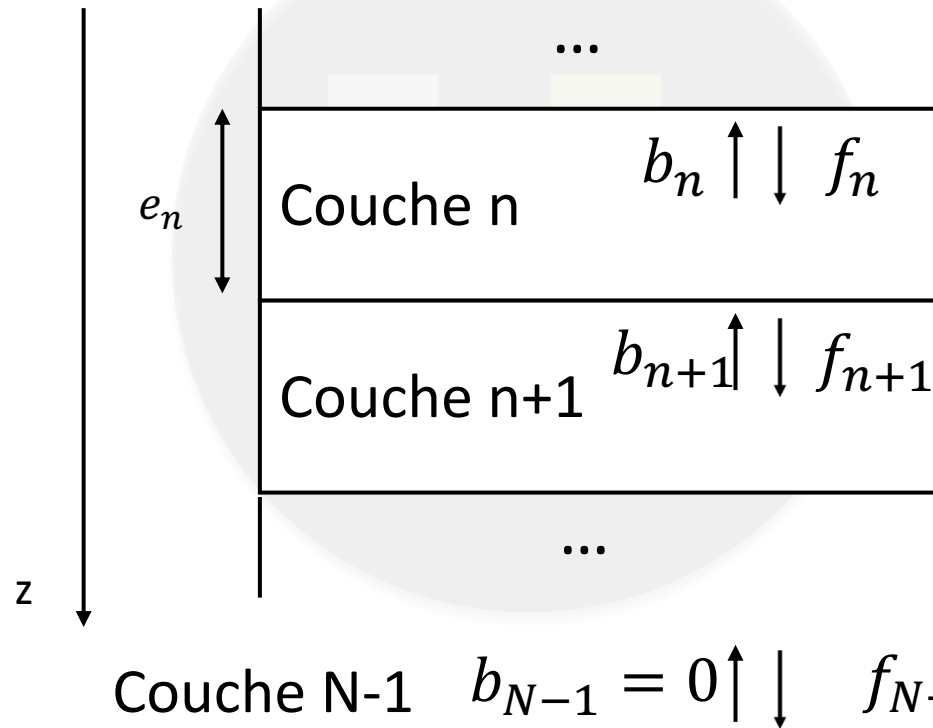
$$\theta_{i,lim} = \arcsin\left(\frac{n_t}{n_i}\right)$$

→ Disponible sur Arche

Calcul des relations de passage en amplitude

Système d'équation

Couche 0 $b_0 = r \uparrow \downarrow f_0 = 1$



$$\begin{cases} f_{n+1} = t_{n,n+1} (f_n e^{i\Phi_n}) + r_{n+1,n} b_{n+1} \\ b_n e^{-i\Phi_n} = t_{n+1,n} b_{n+1} + r_{n,n+1} (f_n e^{i\Phi_n}) \end{cases}$$

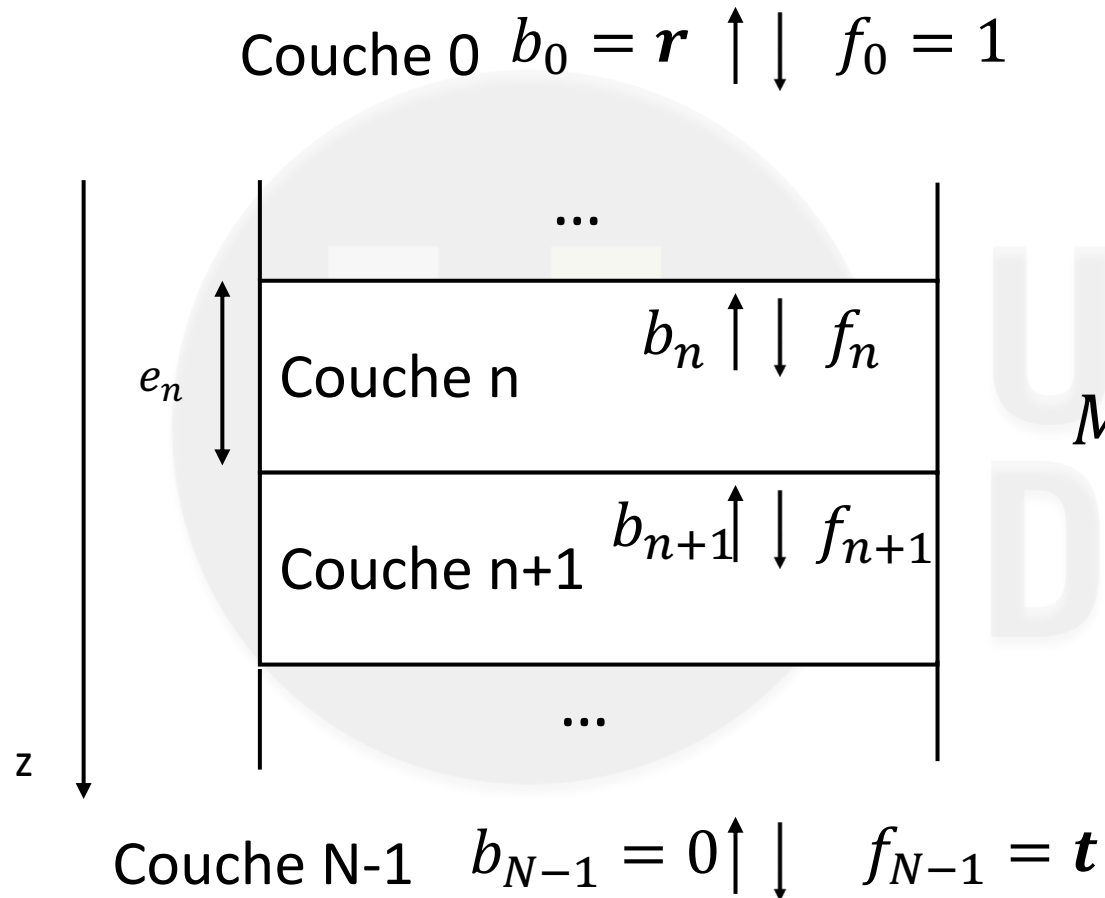
Avec

$$\Phi = \frac{2\pi n}{\lambda} \frac{e_n}{\cos(\theta_n)}$$

$t_{i,j}$ et $r_{i,j}$ les coeffs de Fresnel en transmission/réflexion entre couche i et couche j

Sachant $r_{i,j} = r_{j,i}$ et $t_{i,j}t_{j,i} - t_{j,i}t_{i,j} = 1$

Calcul des relations de passage en amplitude



Equivalent matriciel

$$\begin{pmatrix} f_n \\ b_n \end{pmatrix} = M_n \begin{pmatrix} f_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix}$$

Pour $n = 1, \dots, N - 2$, avec

$$M_n = \underbrace{\frac{1}{t_{n,n+1}} \begin{pmatrix} 1 & r_{n,n+1} \\ r_{n,n+1} & 1 \end{pmatrix}}_{\text{Fresnel coeff}} \underbrace{\begin{pmatrix} e^{-i\Phi_n} & 0 \\ 0 & e^{i\Phi_n} \end{pmatrix}}_{\text{Propagation}}$$

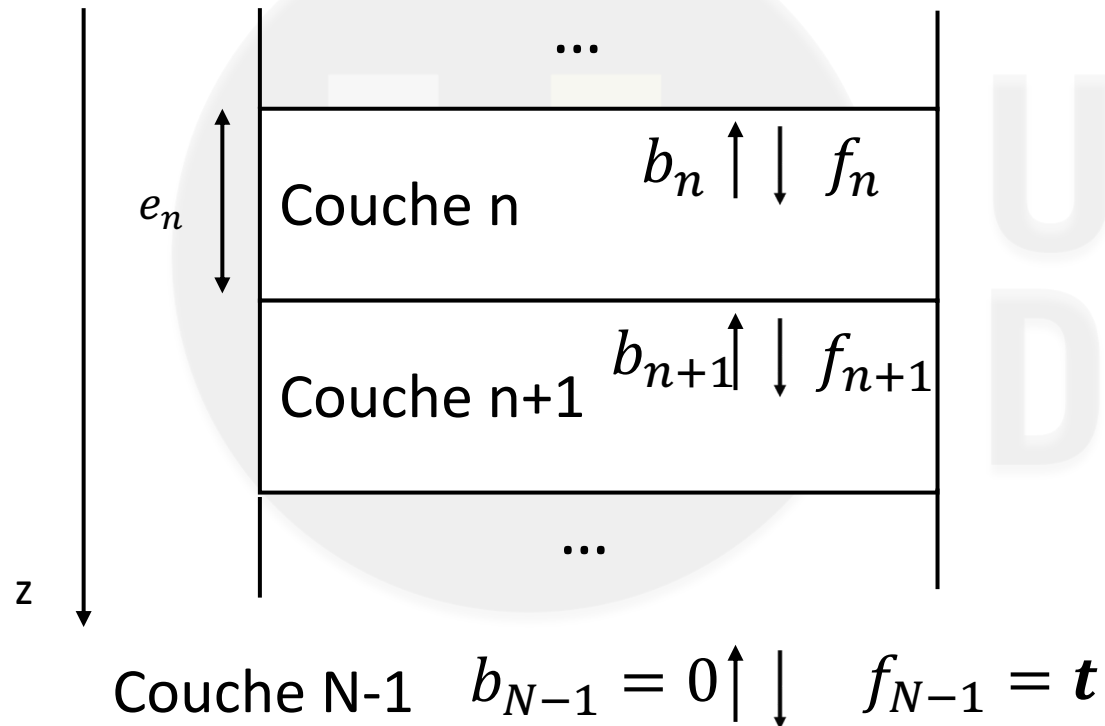
$$\Phi = \frac{2\pi n}{\lambda} \frac{e_n}{\cos(\theta_n)}$$

$$n = n' + in''$$

Déphasage
Absorption

Multiplication matricielle de proche en proche

Couche 0 $b_0 = r \uparrow \downarrow f_0 = 1$



Relation pour r et t

$$\begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix} = M_{tot} \begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix}$$

Avec :

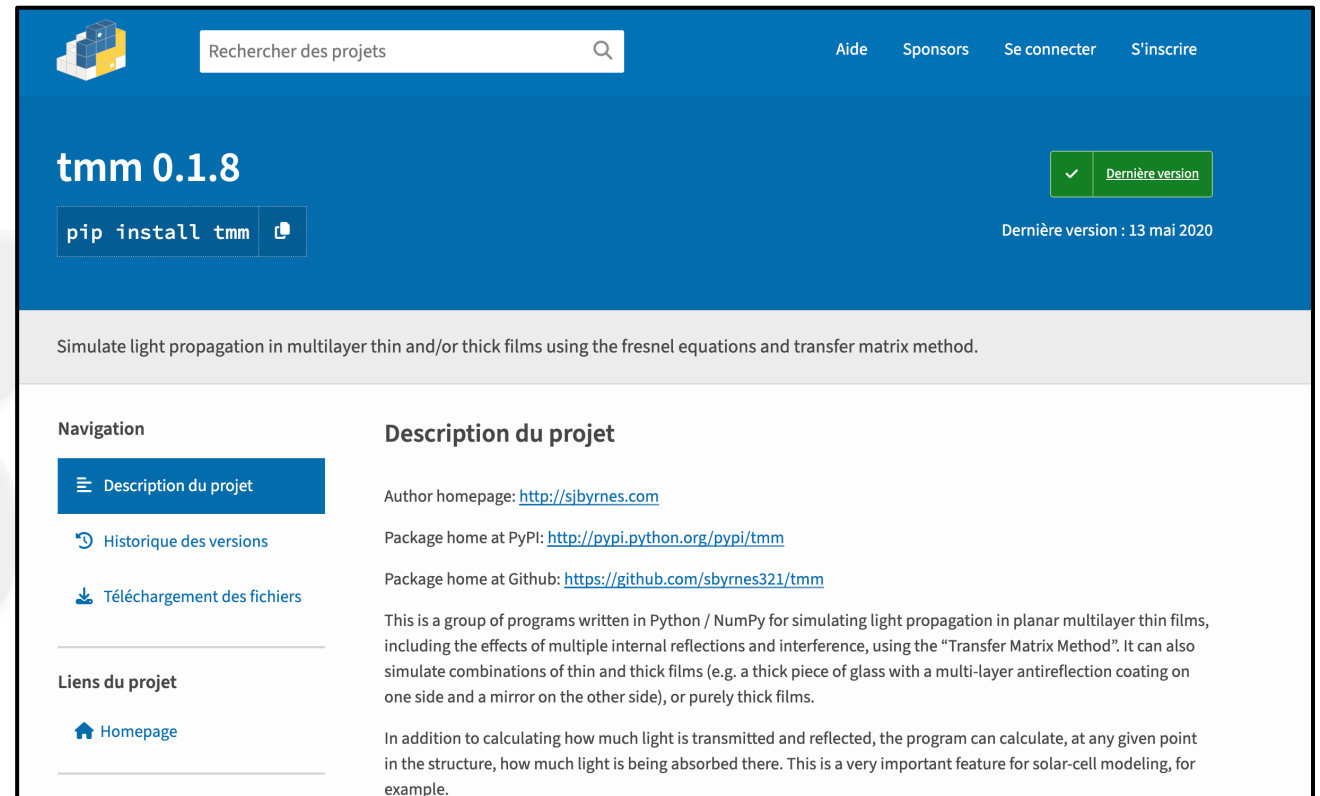
$$M_{tot} = \frac{1}{t_{0,1}} \begin{pmatrix} 1 & r_{0,1} \\ r_{0,1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\Phi_0} & 0 \\ 0 & e^{i\Phi_0} \end{pmatrix} M_1 M_2 \dots M_{N-2}$$

=1 pas de propagation

Chargement de la librairie

Démarrage

- Guide installation
 - Importations nécessaires
 - Quelques exemples
- Dispo au lien : [lien](#)



The screenshot shows the PyPI page for the 'tmm' package. At the top, there's a search bar and navigation links. The package name 'tmm 0.1.8' is prominently displayed, along with a 'Dernière version' button. Below this, the command 'pip install tmm' is shown. The description states: 'Simulate light propagation in multilayer thin and/or thick films using the fresnel equations and transfer matrix method.' The 'Description du projet' section includes links to the author's homepage, PyPI package page, and GitHub repository. It also provides a detailed description of the package's functionality, mentioning its use in simulating light propagation in planar multilayer thin films and its application in solar-cell modeling.

Découverte libre

Quelques suggestions pour commencer :

- Analyser les exemples fournis par le programme
- Vérifier le programme sur une interface air-verre (comparaison avec notre code)
- Impact de la longueur d'onde pour une couche mince donnée
- Vecteur de Poynting et absorption dans les couches ?
- Impact de la partie imaginaire de n ?
- Vers des multicouches plus complexes

Projets sur cette thématique

- Couche anti-reflets
- Propagation de la lumière dans les cellules photovoltaïques
- Angle de Brewster et applications : lunettes polarisantes
- Autres ?

UNIVERSITÉ
DE LORRAINE