

L1 PC – Soutien mathématique. Équations différentielles, limites

EXERCICE 1: Résoudre les équations différentielles suivantes:

1. $y' + y = 0$

2. $2y' - y = 0$

3.
$$\begin{cases} y' - 2y = 0 \\ y(1) = -3 \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} 2y' - 3y = 0 \\ y(-1) = 1 \end{cases}$$

5.
$$\begin{cases} y' = y \\ y(7) = 0 \end{cases}$$

6. $-4y' + 9y = 2y' + 5y.$

EXERCICE 2: Résoudre les équations différentielles suivantes:

1. $y'' + 9y = 0.$

2. $y'' - 9y = 0.$

3. $y'' - 2y' - 3y = 0.$

4. $y'' - 2y' + y = 0.$

5. $y'' - 2y' + 5y = 0.$

6.
$$\begin{cases} y'' - 2y' + y = 0 \\ y(0) = 2, y'(0) = -1. \end{cases}$$

7.
$$\begin{cases} y'' - 2y' + 5y = 0 \\ y(0) = 1, y'(0) = 3. \end{cases}$$

EXERCICE 3: Étudier les limites suivantes :

1. $\frac{1}{1-x} - \frac{2}{1-x^2}$ en 1

2. $\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$ en 1

3. $\frac{x^3+x+5}{5x^3+7x^2+8}$ en $+\infty$

4. $\sqrt{x^2+2x}-x$ en $+\infty$

5. $x^5 e^{-x^2}$ en $+\infty$

6. $\frac{x+\cos x}{x+\sin x}$ en $+\infty$

7. $\frac{x \ln x + 7}{x^2 + 4}$ en $+\infty$

8. $\frac{4 \sin^2 x + 3 \cos(5x)}{x}$ en $+\infty$.

EXERCICE 4: Déterminer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\exp(x) - x^3)$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln(x) - x - \sqrt{x})$

3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{x + 1}$

4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x + \ln(x)}{7x + \exp(x)}$

5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{\exp(\sqrt{3x})}$

6. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \exp\left(\frac{1}{x} - 1\right)$

7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+4} - \sqrt{x-4}$

8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - 1} - x$

EXERCICE 5: Déterminer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x+2} - e^2}{x}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x}$

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(2-x)}{x-1}$

4. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\exp(\cos x) - 1}{x - \frac{\pi}{2}}.$