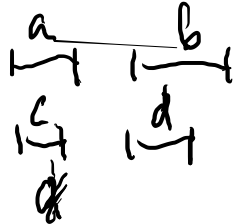


La Géométrie et l'Algèbre

rapport (ratio)
des grandeurs

Eucl. El. V - VI

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$$



Roshdi Rashed:

"l'idée d'algèbre":
l'art des opérations

"algèbre"

Abrége du calcul par
la restauration et la comparaison

Eucl. El. II.4 (3 mes. Br.)

a	a ²	ab
b	ab	b ²

opéranda

2x3

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

"algorithmique"

22+3=25

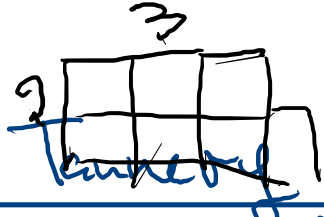
al-Kwarismi (c. 780 - 850 A.D.)

né à Khiva, (aujourd'hui
Khorezme, Ouzbékistan)

trad. latin à 12-mes.



Paul Tannery
(1843 - 1904)



"l'algèbre géométrique"

a, d ne
sont pas



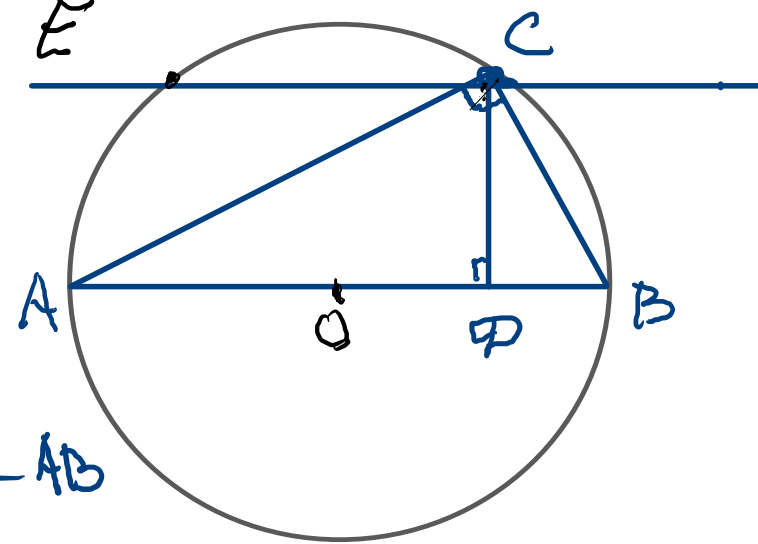
commensurables

La tradition cossiste - 15-16 s. ^{Italie} Allemagne
L'art plutôt qu'une discipline théorique

François Viète, *In artem analyticam isagoge* (1591)

Analyse et Synthèse
en géométrie
et
en algèbre

Ex.: Problème: construire un Δ
rectangle par l'hypothénuse AB
et l'hauteur CD .



Darius/
320 Collection

Nicol.
logique de
Port-Royal

la méthode
d'algèbre :

Analogie

Cf. Problème arithmétique: ex.

trouver un nombre t.q. la somme
de ce nombre et nombre 2 est égale à 5

$$X + 2 = 5$$

$$X = 5 - 2 \quad (-2) \quad \left. \vphantom{X = 5 - 2} \right\} \text{analyse}$$

$$\boxed{X = 3}$$

Synthèse (preuve, vérification)

$$\boxed{\cancel{3} + 2 = 5}$$

René Descartes,
La Géométrie (1637)

un appendice au Discours de la Méthode

cote texte
- de découverte
- de justification
(Hans Reichenbach)

2 autres appendices: La Dioptrique, Les Météores

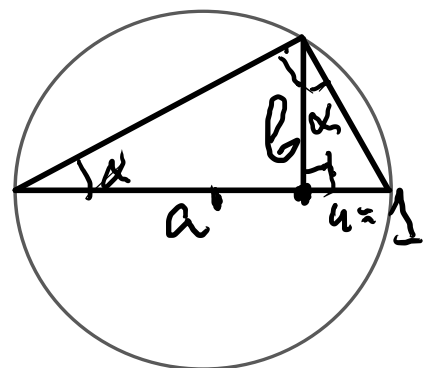
cf. Regulae ad directionem ingenii

c. 1930

philosophie $\longleftrightarrow$ mathématiques

~~physique~~

|||||

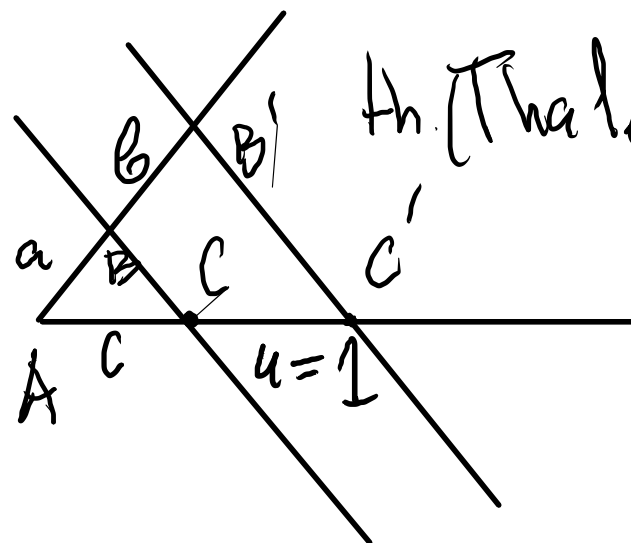


$$\frac{a+1}{2}$$

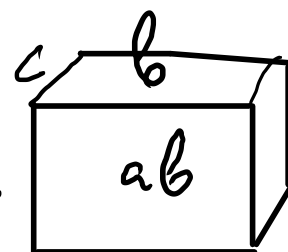
$$\frac{a}{b} = \frac{b}{1}$$

$$b^2 = a, \quad b = \sqrt{a}$$

$$[a \times b \times \dots \times z]$$



Th. (Thales)



$(a) \times c$

$\times$

$c = AC$

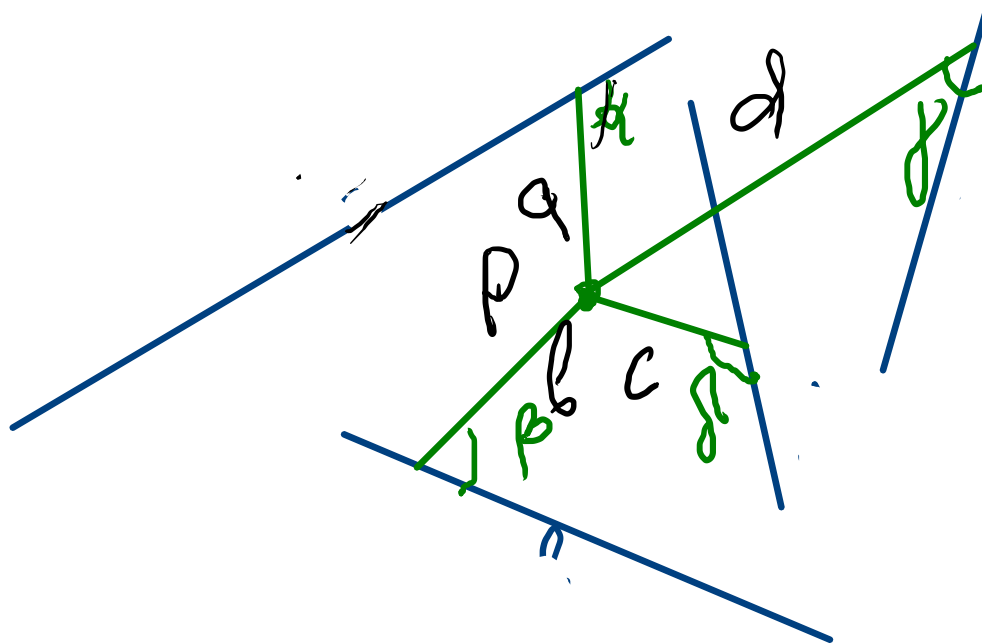
$$\frac{a}{b} \neq \frac{c}{1}$$

$$\underline{\underline{a = b \times c}}$$

$$\Delta ABC \sim \Delta AB'C'$$

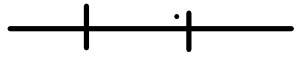
$$(2 \times 3 = 6)$$

Le Problème de Pappus

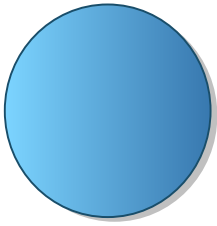


$$\frac{ace}{bnd} = \text{const}$$

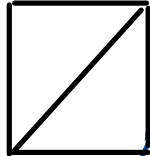
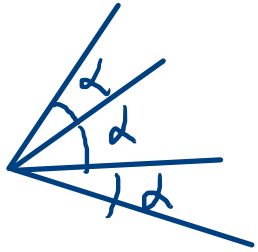
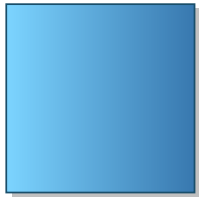
Rien géomé



Les trois problèmes géométriques
qui restaient ouverts jusqu'à 18s.



=



1. La quadrature d'un cercle

2. La trisection d'un angle

3. La duplication d'un cube

Theorem
de Gauss-
Wantzel

un polygone
régulier est constructible

ssi k
 $n = 2^k \cdot F$
 $F \equiv 1 \pmod{2^{2^m} + 1}$
et

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{2a} \quad \text{dupl. d'un cercle}$$

$$b = \sqrt{2a}$$

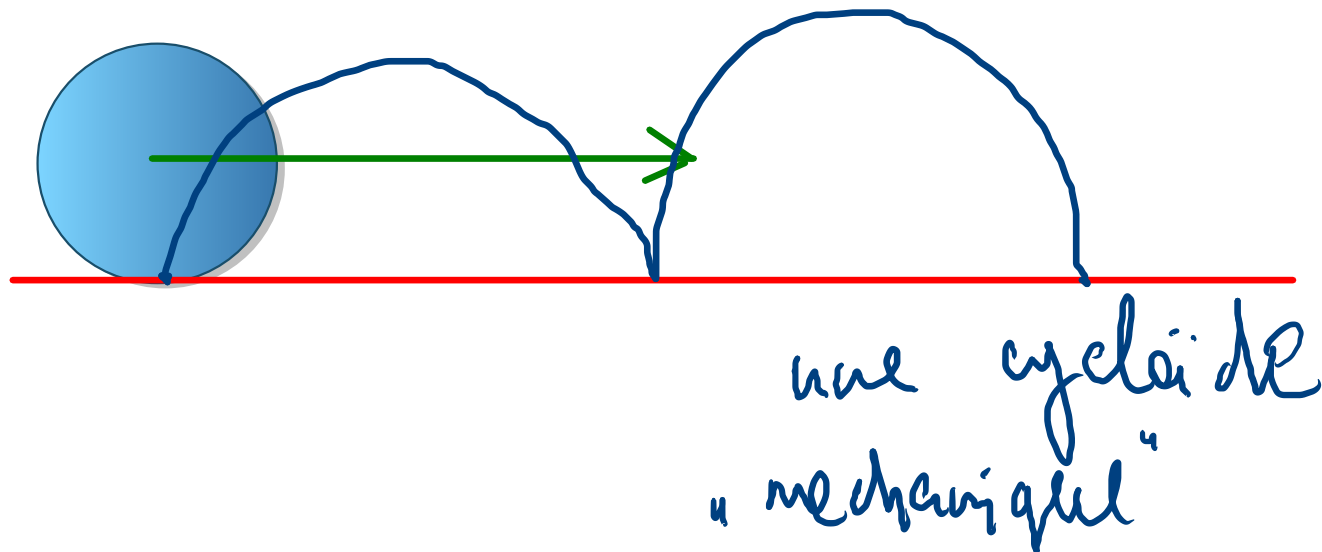
par une règle et compasse

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{2a}$$

K.F.
1796: Gauss, la construction première
(age 19) du 17-gone régulier par
la règle et compasse

Problème de solution
des équation de degré ≥ 5

Evariste Galois (1811-1832)



Perspective
anachronique

Coordonnées "Cartésiennes"

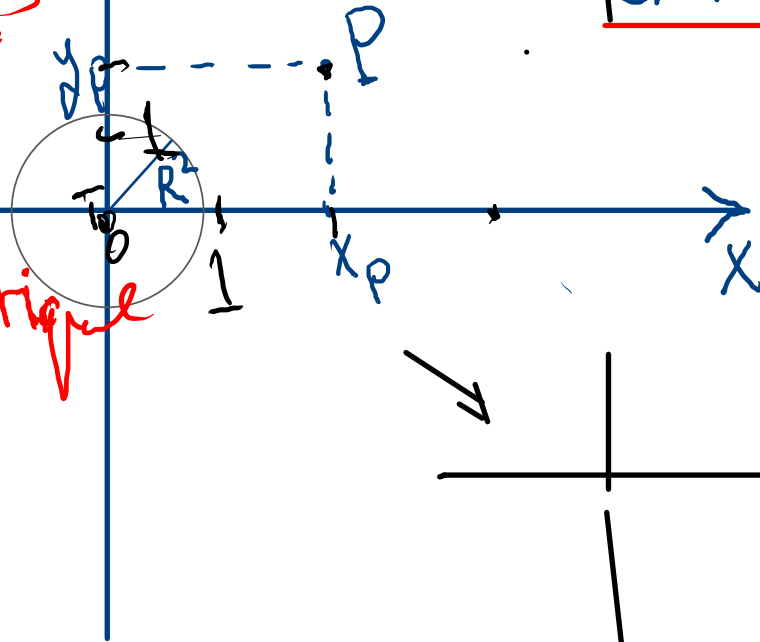
- Géométrie Analytique (y-compris différentielle)

→ les méthodes algébriques
"sans coordonnées"

(depuis 19me s.)

La géométrie algébrique

ex. $x^2 + y^2 = R^2$



$\mathbb{R}$

$P(x_P, y_P)$

Gr.
programme
Erlangen
de Klein
Ausdehnungslehre
H. Grassmann