

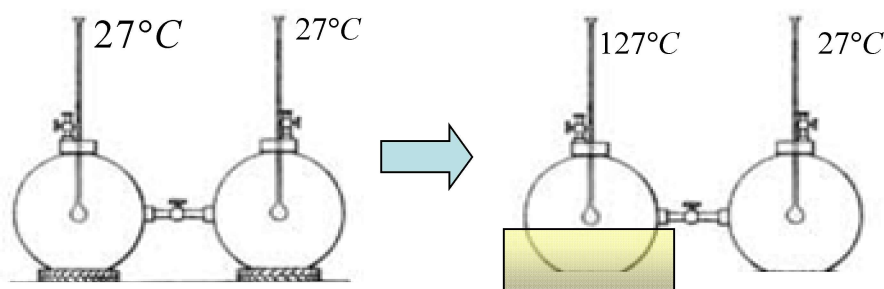
Thermodynamique feuille 1 – Pression, température et gaz parfait

1. La masse volumique du mercure est de $\rho_{Hg} = 13,6 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$. En déduire la masse d'un mm^3 et celle d'un litre. Quel est le volume d'une tonne de mercure ?
2. Dans les conditions normales, une mole de gaz occupe un volume d'environ 25 L . En déduire la distance moyenne entre deux molécules de gaz (justifier qu'en ordre de grandeur, le volume occupé par une molécule vaut d^3). Comparer à la taille typique d'une molécule dans l'air, par exemple une molécule d'azote.
3. Que vaut la pression au fond d'une piscine de $2,50 \text{ m}$ de profondeur ?
4. En 2012 un sous-marin est parvenu à une profondeur de 11000 m . Quelle est la force exercée sur un hublot circulaire de 20 cm de diamètre ?
5. Montrer que la loi de Charles peut s'écrire $V = V_0(1 + \alpha t)$, où t est la température en degrés Celsius, et α une constante à déterminer.
6. En ordre de grandeur, combien y a-t-il de molécules d'air (indifféremment diazote et dioxygène) dans la salle 104 du CPP, à 20°C ?
7. En septembre 2015, Volkswagen a admis avoir implanté dans 11 millions de ses voitures un logiciel permettant de cacher les rejets de NO_2 (gaz toxique) lorsqu'un test normé est effectué. Une Volkswagen Jetta rejette par exemple 108 mg de NO_2 par km, soit 35 fois la norme autorisée. Quel est le volume correspondant dans les conditions habituelles, si on considère NO_2 comme un gaz parfait ? Donnée : $M(\text{N}) = 14 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, $M(\text{O}) = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
8. Donner un ordre de grandeur de la masse volumique de l'air dans les CNTP sachant qu'il est composé de 80% d'azote avec $M(\text{N}) = 14 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et de 20% d'oxygène avec $M(\text{O}) = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.
9. Quelle est la dimension de k_B (en fonction des dimensions de base L, M, T, θ longueur, masse, temps, température) ?
10. Déterminer le nombre N de molécules contenues dans un cm^3 de gaz parfait à 25°C et à pression atmosphérique. Peut-on recouvrir la surface de la Terre avec N balles de ping-pong ? Données : rayon de la Terre $R = 6380 \text{ km}$. Diamètre d'une balle de ping-pong $D = 40 \text{ mm}$.
11. Quelle est (en ordre de grandeur) la probabilité pour qu'à votre prochaine inspiration vous avaliez l'une des molécules d'air du dernier souffle de Napoléon ? Données : inspiration = $0,5 \text{ L}$. Rayon de la Terre $R = 6380 \text{ km}$. La hauteur de l'atmosphère serait de $h = 8 \text{ km}$ si on la ramenait entièrement à la pression atmosphérique (c'est ce qu'on appelle sa *hauteur d'échelle*).

12. Calculer l'énergie cinétique $E_{c, \text{micro}}$ contenue sous forme microscopique dans un m^3 de gaz parfait monoatomique (comme l'Hélium) dans les CNTP. A quelle vitesse devriez-vous vous déplacer (mettons avec $m = 50 \text{ kg}$) pour avoir la même énergie cinétique E_c de translation ?
13. Montrez que le produit PV est bien homogène à une énergie.
14. Montrer que la vitesse moyenne d'agitation des particules d'un gaz parfait de masse volumique ρ vaut $\sqrt{\frac{3P}{\rho}}$. Sachant que l'air atmosphérique (de pression $P = 1013 \text{ hPa}$) a une masse volumique de $1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ au niveau du sol, faire l'application numérique pour les molécules d'air dans l'atmosphère.
15. A partir du modèle microscopique simplifié du gaz parfait, déterminer l'ordre de grandeur du nombre de molécules qui frappent un centimètre carré de paroi chaque seconde dans un récipient de diazote ($M = 28 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$) à la pression et à la température atmosphériques habituelles. On rappelle que la vitesse des molécules est de l'ordre de $500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
16. Expliquer sans calcul en termes microscopiques pourquoi la pression d'un gaz parfait est multipliée par deux si on réduit son volume de moitié. Donner également deux raisons pour lesquelles la pression augmente si la température augmente.
17. On pose un éléphant de $m = 5 \text{ t}$ sur un piston cylindrique d'aire $S = 2 \text{ m}^2$. La hauteur initiale du piston vaut $h_0 = 1 \text{ m}$ (l'air intérieur est alors approximativement sous la pression atmosphérique $P_0 = 1013 \text{ hPa}$ et se comporte comme un gaz parfait). Que vaut sa hauteur finale h_f , lorsque la température T du gaz intérieur a retrouvé sa valeur initiale ? On supposera que $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
18. Le coefficient thermoélastique $\alpha \triangleq \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$ d'un certain gaz à 25°C vaut $2 \times 10^{-3} (\text{SI})$. Quelle est son unité ? De combien varie sa température si son volume augmente de 1% à pression constante ? Cette variation serait-elle plus ou moins grande pour un gaz parfait à 25°C ?
19. Que vaut le coefficient de compressibilité isotherme $\chi \triangleq -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$ d'un gaz parfait à la pression atmosphérique ?

20. **Ballons.** Deux ballons fermés *rigides* de volumes égaux sont réunis par un tube de section très faible et donc de volume négligeable. Le gaz peut ainsi librement circuler d'un ballon à l'autre. L'ensemble contient initialement $n = 0,7 \text{ mol}$ de dihydrogène, sous une pression de $P = 0,5 \text{ bar}$ et à une température uniforme $T_i = 27^\circ\text{C}$. On suppose que le dihydrogène se comporte comme un gaz parfait.

L'un des ballons est *alors* immergé dans un bain d'huile chaude à $T_1 = 127^\circ\text{C}$ et l'autre maintenu à $T_2 = 27^\circ\text{C}$. On donne $R = 8,31(\text{SI})$.



Calculer le nombre de moles de dihydrogène dans chaque ballon et la pression, dans l'état final où les grandeurs T et P n'évoluent plus.

21. **Fluctuations de densité.** On considère un récipient de volume $V = 1 \text{ m}^3$ de gaz parfait à pression atmosphérique et à 25°C . On suppose que les positions des différentes particules sont indépendantes les unes des autres.

- Estimer le nombre N de particules contenues dans ce récipient.
- Exprimer la probabilité p qu'une particule donnée du récipient se trouve dans un petit volume donné $v = 1 \text{ mm}^3$ de gaz du récipient, en fonction de v et de V .

On note X_N la variable aléatoire qui donne le nombre de particules se trouvant à un instant donné dans le volume v .

- Quelle loi suit X_N ? Exprimer $P(X_N = k)$.
- Quelle est l'espérance (notée $\bar{n}$) de X_N ? Quel est l'écart-type (noté $\Delta \bar{n}$) de X_N ? Que signifient physiquement ces quantités ?
- En déduire que les fluctuations relatives du nombre de particules dans 1 mm^3 de gaz valent approximativement $\frac{\Delta \bar{n}}{\bar{n}} \approx \frac{1}{\sqrt{\bar{n}}}$. Application numérique.

22. **Effusion.** De l'hélium (considéré comme un gaz parfait) est enfermé dans un récipient rigide de volume $V = 1L$ maintenu à $T = 0^\circ C$. La pression initiale vaut $P_0 = 1\text{mmHg}$ (hauteur barométrique = 1 mm de mercure, c'est-à-dire faible).

A l'extérieur du récipient, c'est le vide absolu. Comme dans le cours, on considérera que les atomes ne se déplacent que selon l'une des six directions $\pm x, \pm y, \pm z$. La paroi est percée d'un petit trou d'aire $s = 1\mu\text{m}^2$. On donne $M_{\text{He}} = 4\text{g.mol}^{-1}$.

On admet que ce trou est suffisamment petit pour que les quelques molécules qui sont à son voisinage (prêtes à s'échapper) ne perturbent pas sensiblement le grand nombre de molécules dans le reste du gaz (on parle alors d'*effusion* par un trou). Cette condition est satisfaite si, pendant le temps qu'une molécule passe au voisinage du trou, elle ne subit pratiquement pas de collision avec d'autres molécules, autrement dit son *libre parcours moyen* l doit être grand devant le diamètre ϕ du trou. C'est pourquoi on utilise un *petit* trou et une *faible* pression de gaz. Si la condition $l \gg \phi$ n'est pas respectée, les molécules au voisinage du trou subissent des chocs dont la résultante moyenne est orientée vers le trou, ce qui crée un mouvement d'ensemble vers le trou. Dans ce cas on parle d'*écoulement hydrodynamique*.

- Rappeler l'expression de la vitesse v_x des particules se déplaçant selon x , en fonction de la température. Application numérique.
- Montrer que pendant la durée dt , le nombre $N(t)$ d'atomes qui restent dans le volume V varie de $dN = -\frac{1}{6} \frac{N(t)}{V} s v_x dt$. En déduire l'équation différentielle à laquelle obéit $N(t)$ (on pourra noter $N_0 \triangleq N(t=0)$). *Rappel : pour une fonction f dérivable en x , on a : $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{df}{dx}$*
- En déduire $N(t)$. Au bout de combien de temps la pression aura-t-elle diminué de moitié ? On pourra noter $t_{1/2}$ le temps pour lequel $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$. Application numérique.

L'effusion par un trou permet de tester les modèles de distribution des vitesses dans un gaz.

On peut exploiter l'effusion pour séparer différents isotopes d'un gaz, puisque la vitesse moyenne des particules dépend de leur masse. Ceci a une grande importance pratique pour l'enrichissement de combustible nucléaire en uranium 235, puisque l'on peut séparer ainsi les molécules (gazeuses) $^{235}\text{UF}_6$ et $^{238}\text{UF}_6$.