

Thermodynamique feuille 5 : cycles moteurs

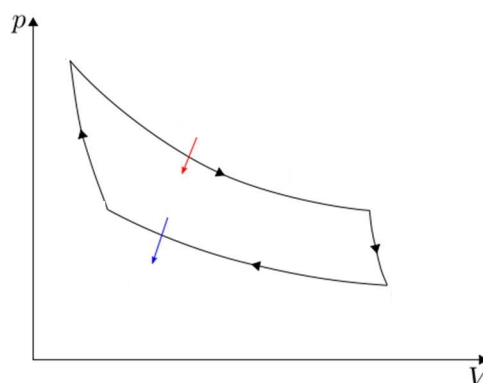
Cycle de Carnot

Un gaz parfait décrit la suite de transformations ABCDA **réversibles** suivante :

- de A à B : isotherme à la température T_{chaud} (le gaz est en contact avec une source « chaude » qui lui impose sa température T_{chaud}). Pendant cette transformation, le gaz reçoit une quantité de chaleur Q_{chaud} .
- de B à C : adiabatique
- de C à D : isotherme à la température T_{froid} inférieure à T_{chaud} (le gaz est en contact avec une source « froide » à la température T_{froid}). Le gaz « reçoit » alors la quantité de chaleur Q_{froid} .
- de D à A (fermeture du cycle) : adiabatique.

On note $\gamma = \frac{c_P}{c_V}$. Les transformations sont représentées ci-contre

dans le diagramme de Clapeyron $p = f(V)$.



1. Montrer qu'en un point donné, la pente d'une adiabatique

vaut $P'(V) = \frac{dP}{dV} = -\gamma \frac{P}{V}$. Au même point, que vaut la pente d'une isotherme ? En déduire que

l'adiabatique est plus « pentue » que l'isotherme. Pourriez-vous expliquer ceci sans calcul ?

2. Placer les points A, B, C et D sur le diagramme de Clapeyron $P = f(V)$ ci-contre.
3. Exprimer la chaleur Q_{AB} et le travail W_{AB} reçus par n mol de gaz au cours de la transformation AB en fonction de n, R, T_1, V_A et V_B .
4. Etablir des expressions analogues pour les autres transformations. On utilisera $\gamma = \frac{c_P}{c_V}$.
5. Que représente géométriquement $\oint_{cycle} PdV$ sur le diagramme de Clapeyron, décrit dans le sens des aiguilles d'une montre ? Ce cycle peut-il être considéré comme celui d'un « moteur », c'est-à-dire fournit-il du travail à l'extérieur ?

Un **cycle ditherme** est un cycle dans lequel un fluide entre successivement en contact avec deux sources de chaleur (une « chaude » et une « froide »). On définit le **rendement** d'un cycle ditherme moteur par

$r = \frac{\text{utilité}}{\text{coût}} = \frac{-W}{Q_{chaud}}$, où Q_{chaud} représente la chaleur apportée au fluide par la source chaude. Dans une centrale

nucléaire, c'est la chaleur apportée par les neutrons du réacteur. Dans une voiture, c'est la chaleur apportée par la combustion du carburant. On a toujours $Q_{chaud} > 0$. De même on note Q_{froid} la chaleur « apportée » par la source froide. En réalité, $Q_{froid} < 0$, c'est-à-dire que le fluide perd de la chaleur au niveau de la source froide. Dans une centrale nucléaire, la source froide est souvent l'eau d'un fleuve à proximité de la centrale. Dans le cas d'une voiture, c'est l'atmosphère extérieure.

6. Justifier que pour un cycle ditherme *quelconque*, on a $W + Q_{chaud} + Q_{froid} = 0$ et $r = 1 + \frac{Q_{froid}}{Q_{chaud}}$. En

déduire que pour un cycle de Carnot, on a : $r = 1 - \frac{T_{froid}}{T_{chaud}} \frac{\ln(V_C / V_D)}{\ln(V_B / V_A)}$.

On rappelle la loi de Laplace pour les transformations adiabatiques réversibles d'un gaz parfait : $TV^{\gamma-1} = \text{constante}$.

7. En déduire que $\frac{V_C}{V_D} = \frac{V_B}{V_A}$ et simplifier l'expression de r obtenue à la question précédente.

On peut montrer que les transformations réversibles sont celles qui conduisent aux rendements les plus élevés (voir page suivante).

8. En déduire que pour un cycle *quelconque* fonctionnant entre deux sources dont les températures valent

T_{chaud} et T_{froid} , on a nécessairement : $\frac{Q_{chaud}}{T_{chaud}} + \frac{Q_{froid}}{T_{froid}} \leq 0$.

Remarque : en notant $Q_{chaud}' = -Q_{chaud}$ la quantité de chaleur reçue par la source à la température T_1 (et de même $Q_{froid}' = -Q_{froid}$), l'inégalité précédente s'écrit pour un cycle : $\frac{Q_{chaud}'}{T_{chaud}} + \frac{Q_{froid}'}{T_{froid}} \geq 0$. C'est « l'inégalité de Clausius », du nom de l'inventeur du concept d'« entropie ».

Notice biographique (d'après Wikipedia)

Nicolas Léonard Sadi Carnot est un physicien et ingénieur français.

Durant sa courte carrière (il meurt du choléra à l'âge de 36 ans), Sadi Carnot ne publia qu'un seul livre : *Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres à développer cette puissance*, en 1824, dans lequel il exprima ce qui s'avéra être le travail de sa vie et un livre important dans l'histoire de la physique. Dans cet ouvrage il posa les bases d'une discipline entièrement nouvelle, la thermodynamique. Sadi Carnot formula l'exposé raisonné du moteur thermique et les principes de base selon lesquels toute centrale énergétique, toute automobile, tout moteur à réaction est aujourd'hui conçu.

Élévateur à piston

Données numérique

$$V_B = 1L, V_A = 330mL, T_0 = 300K, P_0 = 1bar, m = 10kg, S = 100cm^2, g = 10N.kg^{-1}, \gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1,4$$

La constante des gaz parfaits est : $R = 8,314J.K^{-1}.mol^{-1}$.

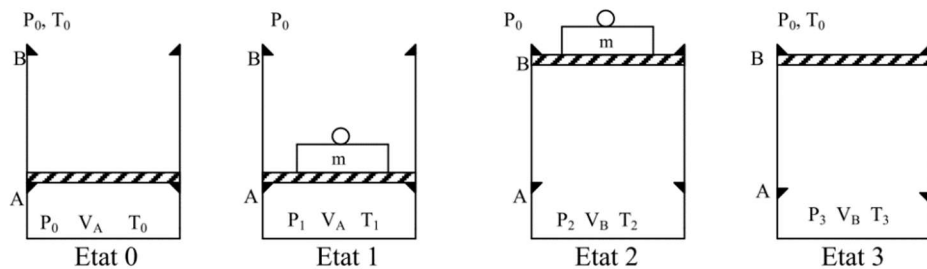
Les capacités thermiques du gaz seront supposées indépendantes de la température.

On note c_{pm} et c_{vm} les capacités thermiques *molaires* du gaz, respectivement à pression et à volume constants. On note C_p et C_v les capacités pour n mol de gaz.

Le rendement r d'un moteur est défini comme $r = -W / Q_c$, où W est le travail reçu par le fluide au cours du cycle, et Q_c la quantité de chaleur que la source chaude apporte au fluide.

Les différentes transformations sont supposées lentes et sans phénomène dissipatif (sans frottement).

On imagine un cylindre aux parois conduisant la chaleur, fermé par un piston. Le piston, de masse négligeable, peut glisser sans frottement entre 2 cales A et B. Sa section est S . Dans l'état initial, le piston est en A, le cylindre renferme un volume V_A d'air considéré comme un gaz parfait, de coefficient γ , à la température de l'extérieur: T_0 , pression P_0 , (gaz dans l'état 0: P_0, V_A, T_0)



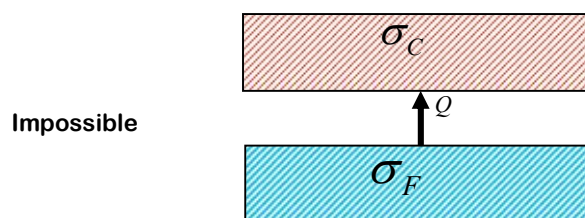
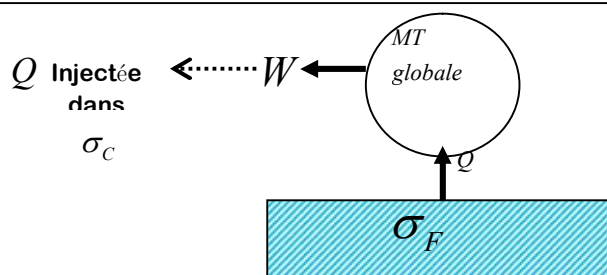
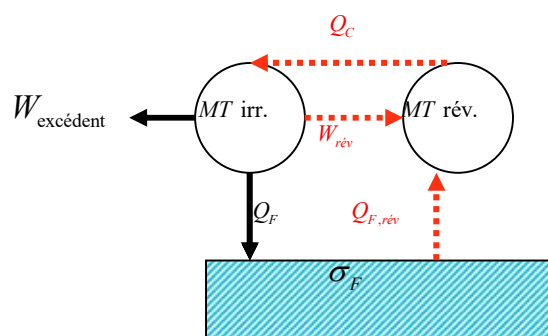
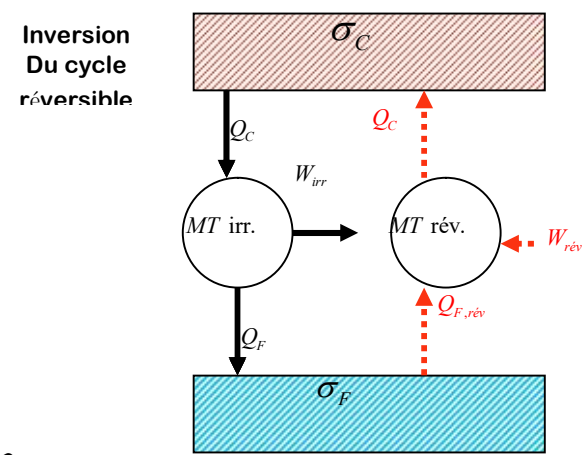
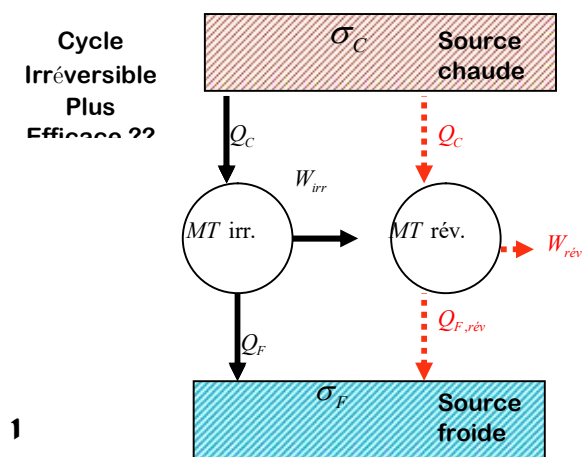
0 $\rightarrow$ 1: On place une masse m sur le piston et on chauffe très doucement le gaz par un moyen approprié, non représenté sur le schéma, jusqu'à ce que le piston décolle juste de la cale A (gaz dans l'état 1: P_1, V_A, T_1).

1 $\rightarrow$ 2: Puis, on maintient le chauffage. Le piston se déplace très lentement jusqu'à ce qu'il arrive juste en B (gaz dans l'état 2: P_2, V_B, T_2), le chauffage est alors arrêté.

2 $\rightarrow$ 3: On enlève m et on laisse refroidir l'ensemble jusqu'à ce que le piston décolle juste de B (gaz dans l'état 3: P_3, V_B, T_3).

3 $\rightarrow$ 0: On laisse toujours refroidir lentement jusqu'à la température T_0 , et le piston revient en A (gaz dans l'état 0), le cycle est terminé.

1. Exprimer les capacités thermiques à pression et à volume constants C_p et C_v du gaz en fonction de n (quantité de matière de gaz enfermé), R , γ , puis en fonction de P_0, V_A, T_0, γ . Justifier.
2. Quelle est la nature de la transformation de 0 à 1 subie par le gaz ? (Autrement dit : comment appelle-t-on ce type de transformation ?).
3. Exprimer la pression P_1 et la température T_1 en fonction de P_0, T_0, m, g, S . Faire l'application numérique.
4. Exprimer la quantité de chaleur (transfert thermique) Q_0^1 reçue par le gaz au cours de cette transformation en fonction de C_v ou C_p , T_1, T_0 puis $P_0, T_1, T_0, V_A, \gamma$. Faire l'application numérique.
5. Quelle est la nature de la transformation 1 à 2 subie par le gaz ? Justifier.
6. Exprimer la température T_2 en fonction de T_1, V_A, V_B . Faire l'application numérique.
7. Exprimer la quantité de chaleur (transfert thermique) Q_1^2 reçue par le gaz au cours de cette transformation en fonction de C_v ou C_p , T_1, T_2 puis $P_0, T_0, T_1, T_2, V_A, \gamma$. Faire l'application numérique.
8. Quelles sont les natures des transformations 2 à 3 et 3 à 0 subies par le gaz ?
9. Exprimer le travail W échangé par ce « moteur » avec l'extérieur, au cours du cycle, en fonction de m, g, V_A, V_B, S . Faire l'application numérique.
10. Exprimer le rendement de ce « moteur » en fonction des différents transferts d'énergie. Faire l'application numérique.
11. Tracer l'allure du diagramme de Clapeyron $P = f(V)$ du cycle.
12. Retrouver, d'après le diagramme, le travail W calculé précédemment.



1. Imaginons deux machines fonctionnant entre deux mêmes sources de chaleur de température constante (par exemple la chaudière d'une machine à vapeur, et l'atmosphère). Si l'une des deux est réversible, et de rendement inférieur à l'autre supposée irréversible, c'est que pour une même consommation Q_C , le travail fourni W_{rev} est inférieur à celui que fournit la machine irréversible : $W_{irr} > W_{rev}$.

2. Invertissons le sens de fonctionnement de la machine réversible. Celle-ci fournit alors la chaleur Q_C à la source chaude, et son fonctionnement nécessite l'apport de W_{rev} .

3. Comme Q_C est exactement ce dont a besoin la machine de gauche, on peut se passer de l'intermédiaire « source chaude ». D'autre part le travail nécessaire pour faire fonctionner la machine réversible « à l'envers » peut être fourni par la machine de gauche puisque $W_{irr} > W_{rev}$. Il y a même production de travail excédentaire $W_{excédent}$.

4. Finalement, le fonctionnement de l'ensemble de ces deux machines se résume au prélèvement de chaleur dans la source froide, et à sa transformation complète en travail. On pourrait ainsi faire avancer un bateau qui laisserait derrière lui une traînée de glaçons...

5. On pourrait également utiliser le travail excédentaire pour apporter de la chaleur à une source aussi chaude que l'on veut. Au final, on aurait donc réussi à transférer de la chaleur d'un corps froid à un corps chaud sans aucune intervention extérieure. Comme ceci n'est jamais observé dans la nature, on en déduit que l'hypothèse de base était fausse : le rendement d'un cycle fonctionnant entre deux sources ne peut pas dépasser celui d'un cycle réversible. En remplaçant la machine de gauche par une autre machine réversible, on peut montrer de la même façon que tous les cycles réversibles entre les mêmes deux sources ont le même rendement. Autrement dit, peu importe que le gaz utilisé soit parfait ou non, le rendement maximum vaut $r = 1 - \frac{T_2}{T_1}$.