

Tutorat n°1 : Algèbre de Boole

Formes normales de Lagrange

Soient les fonctions de **F3** suivantes :

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x_3$$

$$g(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_3)(x_2 + x_3).$$

1) Montrer que $f = g$ en complétant la table de vérité suivante :

x_1	x_2	x_3	x_1x_2	$x_1x_2 + x_3$	$x_1 + x_3$	$x_2 + x_3$	$(x_1 + x_3)(x_2 + x_3)$
0	0	0					
0	0	1					
0	1	0					
0	1	1					
1	0	0					
1	0	1					
1	1	0					
1	1	1					

2) Déterminer le support $S3(f)$ et en déduire la première forme normale de Lagrange de f

3) Déterminer $S3(f)$ et en déduire la deuxième forme normale de Lagrange de f .

Simplifications algébriques

Simplifier de manière algébrique la fonction suivante :

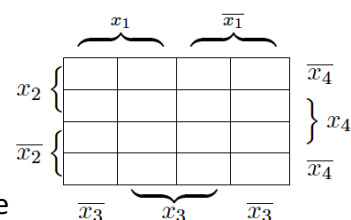
$$f(w, x, y, z) = \overline{(\overline{w + y} + x \cdot y)} \cdot (w \cdot \overline{x} + (y + \overline{w})) \cdot \overline{x}$$

Monômes maximaux

Soit f la fonction booléenne suivante :

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1x_2x_3 + x_1x_2\overline{x_3} + x_1x_3 + \overline{x_1}x_3 + \overline{x_1}x_2\overline{x_4} + \overline{x_2}x_3\overline{x_4}$$

1) Représenter le support de f dans le diagramme de Karnaugh ci-contre



2) Déterminer les monômes maximaux de f .

3) Déterminer les monômes centraux de f .

4) En déduire une forme simplifiée de f .

Tableaux de Karnaugh

1) Simplifier la fonction suivante en utilisant un tableau de Karnaugh à l'aide des mintermes

$$f(w, x, y, z) = y \cdot z + \overline{w} \cdot z + \overline{w} \cdot \overline{x} + w \cdot \overline{x} \cdot \overline{z} + w \cdot x (y + z)$$

2) Simplifier la fonction suivante en utilisant un tableau de Karnaugh à l'aide des maxtermes

$$f(w, x, y, z) = (\overline{y} + \overline{z}) \cdot (w + x + \overline{y}) \cdot (\overline{x} + y + \overline{z})$$

Exercice de synthèse

On désire réaliser un transcodeur GRAY sur 4 bits (G0, G1, G2 et G3) en code BINAIRE sur 4 bits (B0, B1, B2 et B3). La table de vérité est la suivante :

Décimal	G3	G3	G1	G0	B3	B2	B1	B0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	1
2	0	0	1	1	0	0	1	0
3	0	0	1	0	0	0	1	1
4	0	1	1	0	0	1	0	0
5	0	1	1	1	0	1	0	1
6	0	1	0	1	0	1	1	0
7	0	1	0	0	0	1	1	1
8	1	1	0	0	1	0	0	0
9	1	1	0	1	1	0	0	1
10	1	1	1	1	1	0	1	0
11	1	1	1	0	1	0	1	1
12	1	0	1	0	1	1	0	0
13	1	0	1	1	1	1	0	1
14	1	0	0	1	1	1	1	0
15	1	0	0	0	1	1	1	1

Donner les équations logiques simplifiées décrivant le transcodeur GRAY vers BINAIRE (vous pourrez vous baser sur la première forme normale de Lagrange)