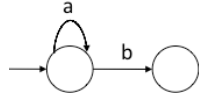


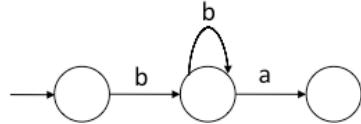
Exercice 1. Langues et automates

- Donner des automates qui reconnaissent les langages suivants (langages générés):

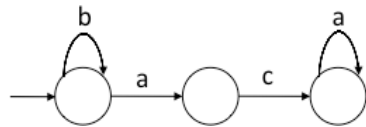
$$L_1 = \{\epsilon, a^*b, a^*\}$$



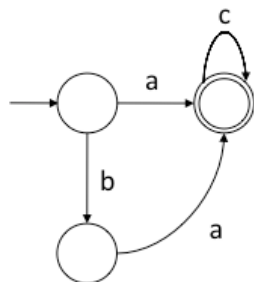
$$L_2 = \{\epsilon, bb^*a, bb^*\}$$



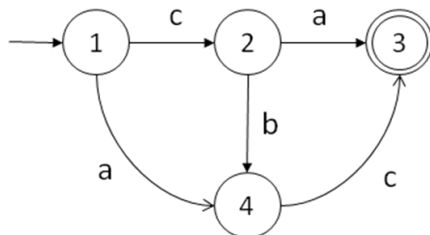
$$L_3 = \{\epsilon, b^*, b^*a, b^*aca^*\}$$



- Donner un automate qui admette $L_g = \{\epsilon, a, b, ac^*, bac^*\}$ comme langage généré et $L_m = \{a, ac^*, bac^*\}$ comme langage marqué.

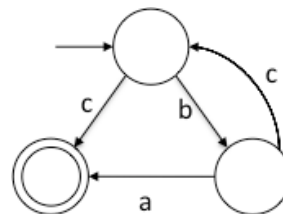


- Donner les langages générés et marqués reconnus par les automates suivants :



$$L = \epsilon + c + ca + a + ac + cb + cbc$$

$$L_m = ca + cbc + ac$$



$$L1 = \epsilon + L3c$$

$$L2 = L1c + L3a$$

$$L3 = L1b$$

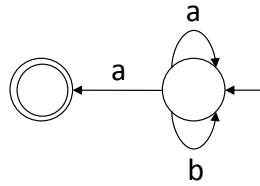
$$L1 = \epsilon + L1bc \Rightarrow (\text{Arden}) L1 = (bc)^*$$

$$\text{D'où } L3 = (bc)^*b \text{ et } L2 = (bc)^*(c + ba)$$

$$\text{Enfin } L = L1 \cup L2 \cup L3 = (bc)^*(\epsilon + b + c + ba)$$

$$L_m = (bc)^*(c + ba)$$

- Donner la préfixe-clôture du langage marqué ($\overline{L_m(G)}$) reconnu par l'automate suivant :



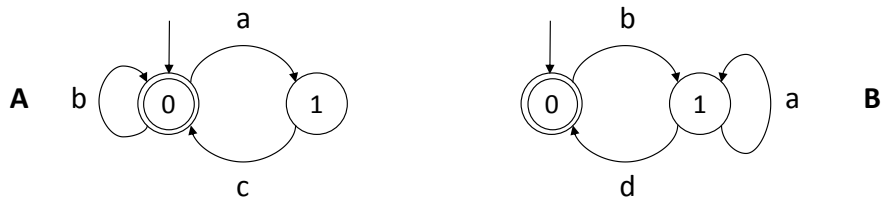
$$L_m(G) = (a + b)^*a$$

$$\overline{L_m(G)} = (a + b)^*(\varepsilon + a)$$

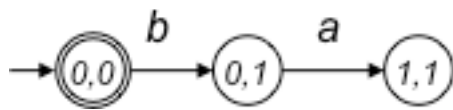
En revanche, la préfixe clôture du langage généré est égale au langage généré (langage généré clôt).

Exercice 2. Opérations sur des automates : composition et produit synchrones

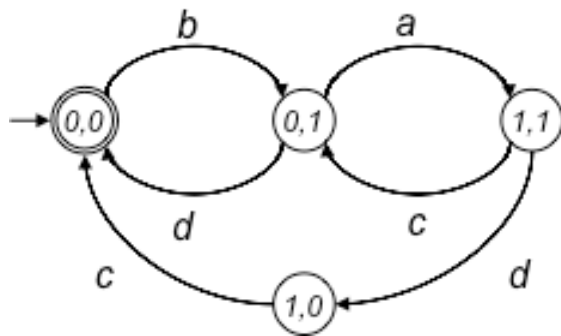
Cas 1 :



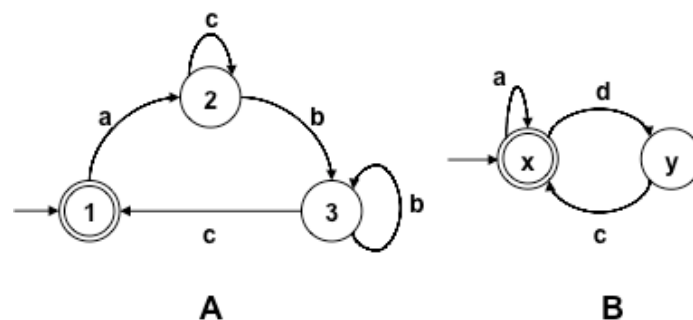
$A \times B$



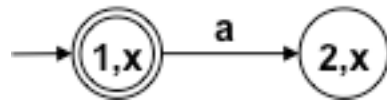
$A \parallel B$



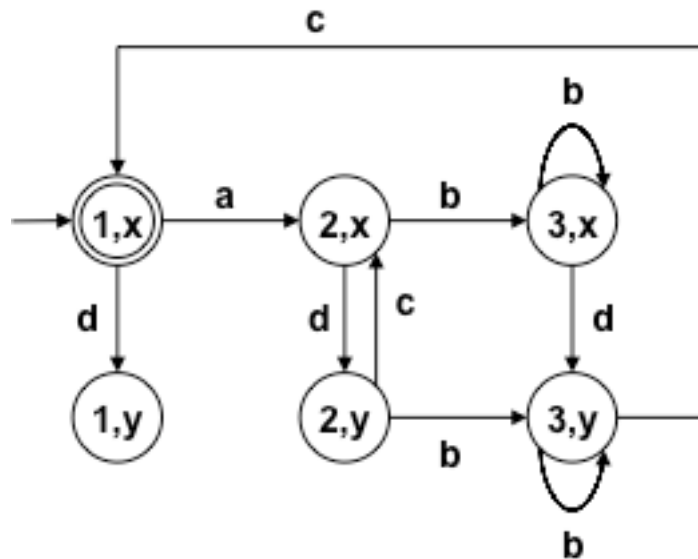
Cas 2 :



$A \times B$

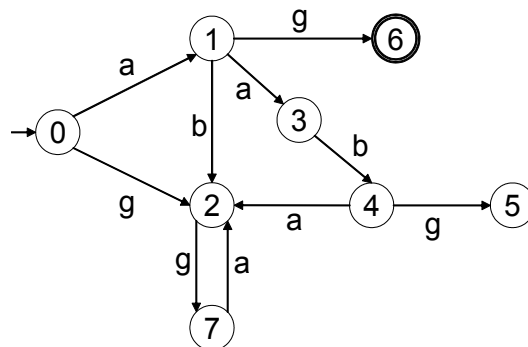


$A || B$



Exercice 3. Propriétés des automates

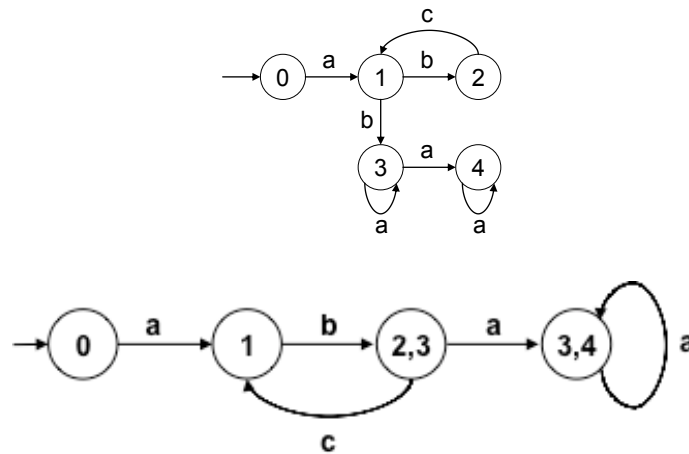
Cet automate est-il bloquant ? Si oui, pourquoi ?



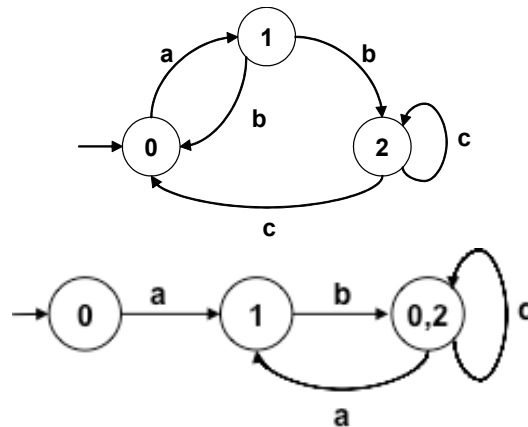
Etat 5 bloquant : $aabg \in L(G)$ mais $Lm(G) = ag$ et préfixe cloture de $Lm(G) = a + ag$, d'où la préfixe cloture du langage marqué n'est pas égale au langage généré.
Idem pour groupe absorbant (2, 7).

Exercice 4. Détermination d'un automate

a) Proposer un automate déterministe équivalent à l'automate non déterministe suivant :

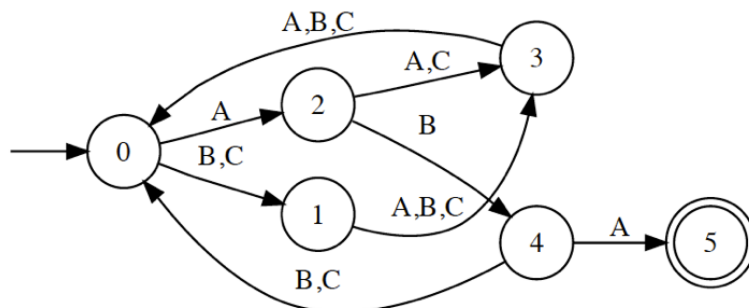


b) Proposer un automate déterministe équivalent à l'automate non déterministe suivant :



Exercice 5. Modélisation

1) Soit un digicode à trois touches (A, B, C). La porte s'ouvre si la séquence ABA est saisie. Le digicode revient dans son état initial après saisie d'un code erroné. Modéliser le comportement du digicode à l'aide d'un automate à états finis sur l'alphabet {A, B, C}.



2) Soit un sas de banque dont on veut gérer l'ouverture et la fermeture des portes intérieures et extérieures. Nous considérons 6 événements : do1 (demande d'ouverture porte 1), do2 (demande ouverture porte2), o1 (ouverture porte 1), o2 (ouverture porte 2), f1 (fermeture porte 1) et f2 (fermeture porte 2). Représenter le comportement du sas à l'aide d'un automate à états finis.

