

Henri Poincaré (29 avril 1854, Nancy -
- 17 juillet 1912, Paris)

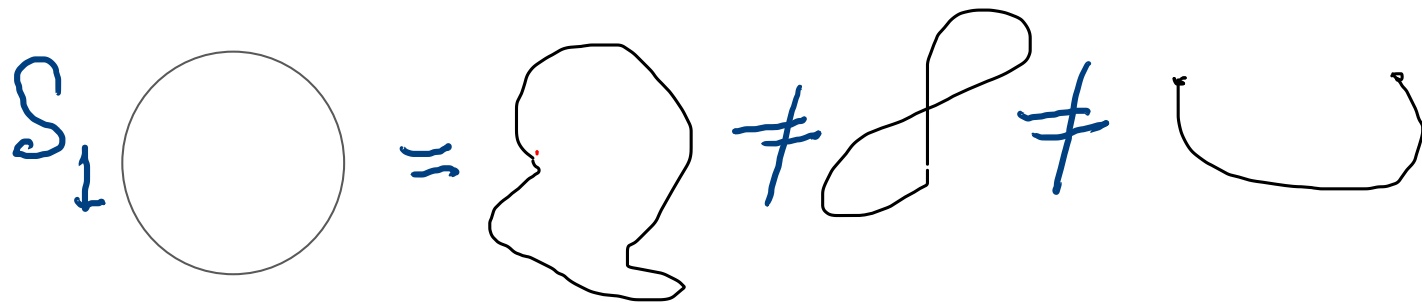


Analysis Situs 1895

1899-1904 : 5 compléments

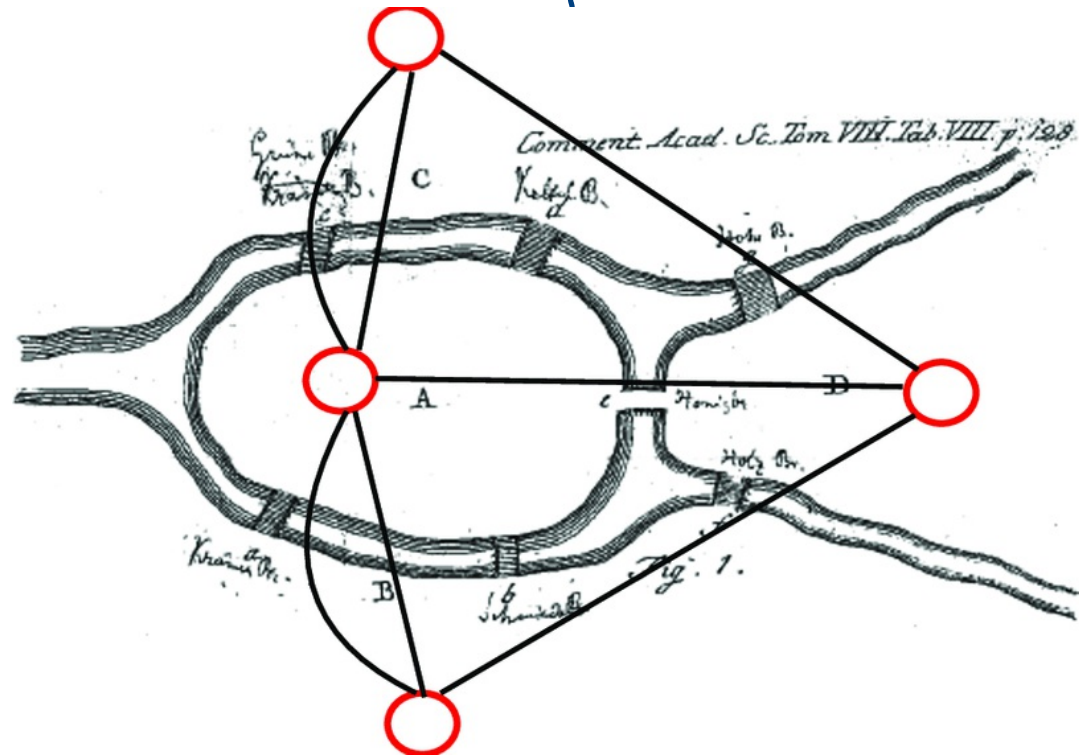
Topologie: la conception d'aujourd'hui
(à la base du Programme d'Erlangen
de F. Klein de 1872)

Une étude de propriétés des objets géométriques
restantes invariantes sous les transformations
continues (et inversibles), homéomorphismes



Un exemple (pseudo-) historique:

(1) le problème des ponts de Königsberg,
après L. Euler 1735-1736



2) Euler, Elementa doctrinae solidorum 1758
 Cf. R. Descartes, De solidorum elementis, c. 1620, ed. 1982

Name	Image	Vertices V	Edges E	Faces F	Euler characteristic: $\chi = V - E + F$
Tetrahedron		4	6	4	2
Hexahedron or cube		8	12	6	2
Octahedron		6	12	8	2
Dodecahedron		20	30	12	2
Icosahedron		12	30	20	2

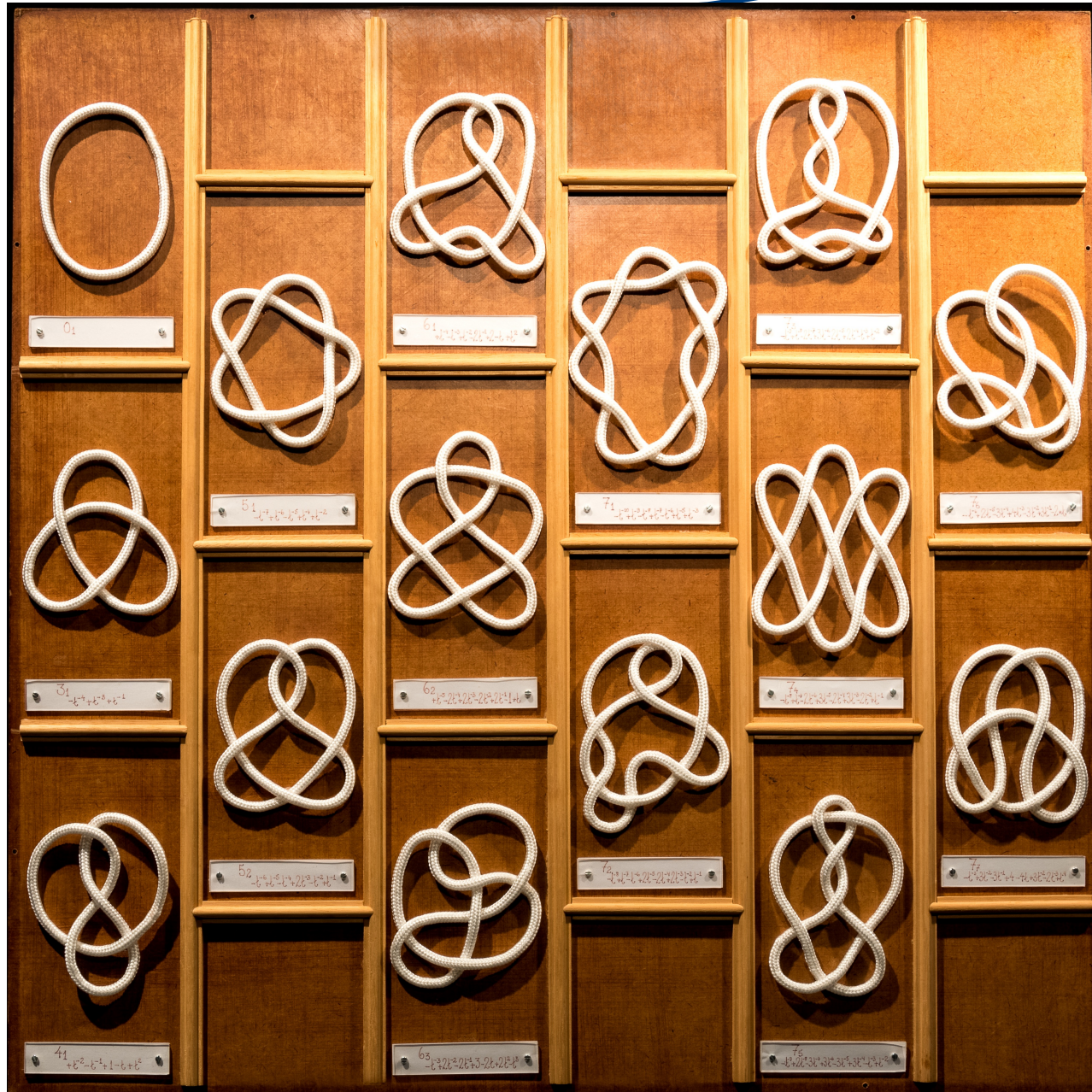
sommets arêtes faces

(polyèdres
convexes)

Voir
Iure Lakatos

Conjectures
and
Refutations

3) Théorie de noeuds



et d'un espace topologique

Comment définir une transformation continue
Sans des concepts métriques?

Topologie générale

(depuis c. 1940)

F. Hausdorff, P. Alexandroff

E - un ensemble, $T \subseteq P(E)$ - les ouverts

Axiomes:

1. $\emptyset, E \in T$

2. $\bigcup_{i \in I} O_i \in T$

3. $O_1 \cap O_2 \cap \dots \cap O_n \in T$

G. le concept d'une fonction continue:

$$f(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$$

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta + \eta, \dots$$

$$\begin{matrix} O_1 \cap \dots \cap O_n \\ E_1 \xrightarrow{f} E_2 \end{matrix} \begin{matrix} \supset O_2 \\ \text{est} \\ \text{continue} \end{matrix}$$

Si f est inversible, f est un homéomorphisme | ssi $f(O_1) \in T_2$ implique $O_1 \in T_1$

(Pré-) Histoire: Leibniz, Analysis Situs

La lettre à Ch. Huygens, 2 sept. 1679, publiée à
1752

"Je croy qu'il nous faut encore une autre
analyse proprement géométrique ou linéaire
qui nous exprime directement Situm comme
l'Algebre exprime magnitudinem. (p. 19)

Et je croy d'en avoir un moyen, et qu'on pourroit représenter
des figures et mesmes des machines et mouvements
en characters, comme l'Algebre représente les nombres
ou grandeurs!

Ch. Wolf, *Elementa matheseos universalis*

1713 (une seule
indication avant
1752)

Neque vero putandum est, integra Analysin jamdum esse inventam; [...] Certe, qual in elementis Geometriae docuimus, per modernas analysin non omnia eruuntur, inprimus si a linearum & superficierum situ pendent.

Quamobrem Leibnitius, vir in omni eruditione summus, pro ea, quae ipso est, ingenii perspicacitate novam quendam analysin situs excogitaverit, peculiari calculi generi (quem calculum situs appellat) superstructam, a calculo magnitudinum, quibus in nostra Analysi ultimar, toto caelo differentissimi.

Euler 'a Karl Leonhard Gottlieb Ehler
1736
Bürgermeister de Danzig
(maire)
(Gdańsk
en Pologne)

• La solution n'a rien d'avoir
avec les maths!

Je ne sais pas que Heulens et Wolf attendait
par l'Analysis Situs!

(pas de référence
à l'an. situs
dans l'article
de 1758 sur
éléments
doctrinaux
solides !)

SOLVTIO PROBLEMATIS
AD
GEOMETRIAM SITVS
PERTINENTIS.
AVCTORE
Leonh. Eulero.

§. I.

Tabula VIII.

PRaeter illam Geometriae partem, quae circa quantitates versatur, et omni tempore summo studio est excolta, alterius partis etiamnum admodum ignotae primus mentionem fecit *Leibnitzius*, quam Geometriam situs vocauit. Ista pars ab ipso in solo suo determinando, situsque proprietatibus eruendis occupata esse statuitur; in quo negotio neque ad quantitates respiciendum, neque calculo quantitatum vrendum sit. Cuiusmodi autem problemata ad hanc situs Geometriam pertineant, et quali methodo in iis resoluendis vti oporteat, non satis est definitum. Quamobrem, cum nuper problematis cuiusdam mentio esset facta, quod quidem ad geometriam pertinere videbatur, at ita erat comparatum, vt neque determinationem quantitatum requireret, neque solutionem calculi quantitatum ope admitteret, id ad geometriam situs referre haud dubitavi: praesertim quod in eius solutione solus situs in considerationem veniat, calculus vero nullius prorsus sit usus. Methodum ergo meam quam ad huius generis problemata

Raboin, De Risi

L'histoire d'une idée

- L.V.M. Carnot 1803
Géométrie de position
(à la Monge)
- August Ferdinand Möbius 1823
Barycentrische
Calcul
- Im. Kant 1770 : l'analyse situs de Leibniz
est un wishful thinking
(Gedankenfindung)
- Hermann Grassmann 1847 :
An. Situs = Calcul vectoriel
- Karl Georg Ch. von Staudt 1847
Geometrie der Lage (Lehrbuch topologischer
de l'arch. d'Euler)

(cont.)

Enrico Betti (1811)

Sopra gli spazi
di un numero qualunque
di dimensioni

- Johann Benedict Listing 1847 (!)

Vorstudien zur Topologie

(depuis 1932 dans
sa correspondance)

- F. Klein 1972
Eol. prog.

, Riemann - la fragm. sur l'Ar. Sph.
sans une date

- H. Poincaré 1895 - 1904 !

Ref. 7a
Léoniz

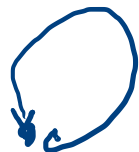
Topologie algébrique!

Group fondamental

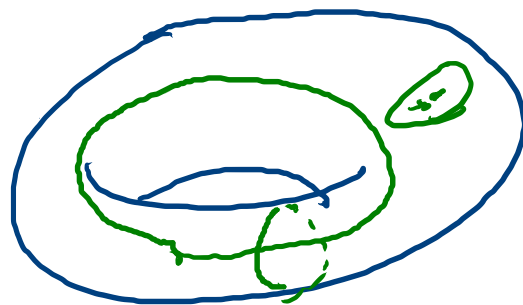
$[0,1]$

chemin: $I \rightarrow S$

homotopie: $I^2 \rightarrow S$



Topologie générale



↑
G. Cantor
F. Hausdorff
P. Alexandroff
L. Brouwer

- O. Veblen, Analysis Situs 1916 (1922)

- Solomon Lefschetz, L'analysis situs et la géométrie algébrique 1924

- André Weil - les conjectures (1950s, résolues par A. Grothendieck et Pierre Deligne)

H. Cartan, S. Eilenberg

Homological Algebra 1956 : th. des catégories

S. Eilenberg, N. Steenrod,

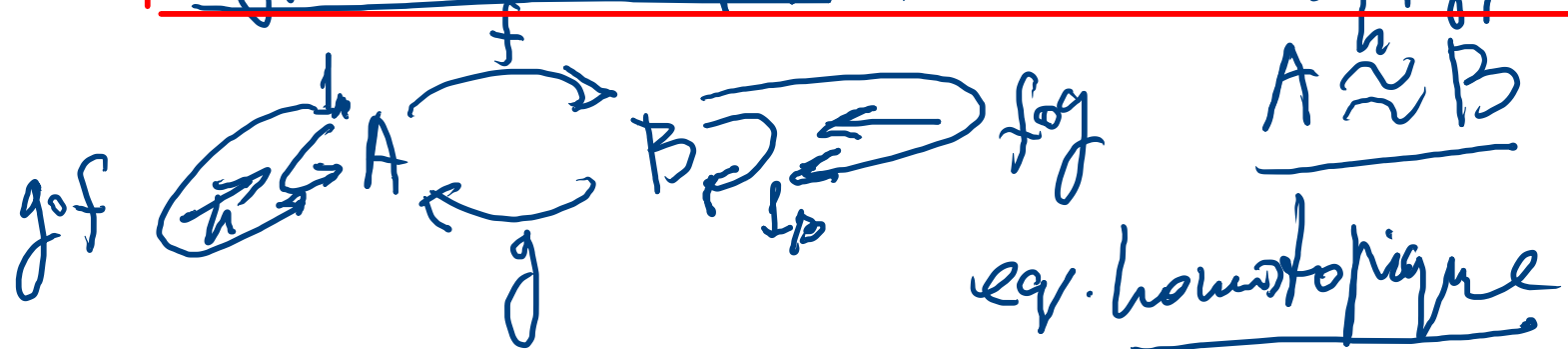
Foundations of Algebraic Topology 1952

D. Quillen, Homotopical Algebra

1967

model categories - axioms for homotopy
spaces

Types homotopique, la th. homotopique Hott des types



Vladimir Voevodsky c.2010. Univalent Foundation

à la base de la th. des types de P. Martin-Löf

Cap. - Th. Coquand : Le projet de math.
vérifiable par l'ordinateur

