

Exercices sur le premier principe en système fermé

Ballon

système = eau + résistance électrique

$$\Delta U = Q + W \text{ avec } W = W_{\text{elec}} = P \Delta t \text{ et } \Delta U = mc \Delta T$$

$$\text{donc } Q = mc \Delta T - P \Delta t = 80 \times 10^3 \times 4,187 \times 50 - 1600 \times 3 \times 3600 = -532 \text{ kJ}$$

Ce qui ne représente qu'une perte de $\frac{-Q}{P \Delta t} \approx 3\%$ de l'énergie électrique

Extrait de la notice d'un chauffe-eau électrique

Emplacement	Vertical ou horizontal
Capacité	80 litres
Alimentation	230 V monophasé
Temps de chauffe réel à 50 °C	3 h 00
Classe énergétique	B
Puissance nominale	1600 W



Compression monobare

$$1 \text{ Etat initial : } P_i V_i = n R T_i \rightarrow V_i = \frac{n R T_i}{P_i} = \frac{2 \times 8,31 \times (273+20)}{10^5} = 48,7 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 48,7 \text{ L}$$

$$\text{Etat final : } V_f = \frac{2 \times 8,31 \times (273+60)}{2 \times 10^5} = 27,7 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 27,7 \text{ L}$$

$$W = -P_{\text{ex}} (V_f - V_i) = -2 \times 10^5 \times (27,7 - 48,7) \times 10^{-3} = 4,21 \times 10^3 \text{ J}$$

$$2 \text{ 1er principe : } \Delta U = W + Q \rightarrow Q = \Delta U - W$$

$$\text{or } \Delta U = \frac{5}{2} n R (T_f - T_i) = \frac{5}{2} \times 2 \times 8,31 \times 40 = 1662 \text{ J donc } Q \approx -2550 \text{ J reçus par le gaz.}$$

La chaleur libérée (délivrée $\sim$) par le gaz vaut 2550 J

Compression adiabatique quasi-statique d'un gaz parfait

$$1 \text{ } W = \int_i^f -P dV = \int_i^f -\frac{K}{V^\gamma} dV = -K \int_i^f V^{-\gamma} dV = -K \left(\frac{V^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right)_i^f = \frac{K}{\gamma-1} \left(\frac{1}{V_f^{\gamma-1}} - \frac{1}{V_i^{\gamma-1}} \right)$$

quasi-stat

$$\text{Soit } W = \frac{1}{\gamma-1} \left(\frac{P_f V_f^\gamma}{V_f^{\gamma-1}} - \frac{P_i V_i^\gamma}{V_i^{\gamma-1}} \right) = \frac{1}{\gamma-1} (P_f V_f - P_i V_i)$$

$$\text{A.N. } P_i V_i^\gamma = P_f V_f^\gamma \rightarrow P_f = P_i \left(\frac{V_i}{V_f} \right)^\gamma = P_i r^\gamma = 9,8^{1,35} \times 0,95 \text{ bar} = 20,7 \text{ bar}$$

$$\text{donc } W = \frac{1}{\gamma-1} \left(\frac{P_f}{r} - P_i \right) V_i = \frac{1}{0,35} \left(\frac{20,7 \times 10^5}{9,8} - 0,95 \times 10^5 \right) \times 1149 \times 10^{-6} \approx 381 \text{ J}$$

$$2 \text{ } \frac{P_f V_f}{P_i V_i} = \frac{n R T_f}{n R T_i} \rightarrow \frac{T_f}{T_i} = \frac{P_f}{P_i} \times \frac{1}{r} \rightarrow T_f = (30+273) \times \frac{20,7}{0,95} \times \frac{1}{9,8} = 673,7 \text{ K} = 400,7^\circ \text{C}$$

$$n R = \frac{P_i V_i}{T_i} = \frac{0,95 \times 10^5 \times 1149 \times 10^{-6}}{30+273} = 0,360 \text{ J K}^{-1} \rightarrow n = 43,35 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

$$3 \text{ } \Delta U = \frac{0,360}{1,35-1} (400,7 - 30) \approx 381 \text{ J}$$

$$4 \text{ } Q = \Delta U - W \approx 381 - 381 = 0 \text{ J, ce qui n'est pas étonnant pour une transfo. adiabatique.}$$

Premier principe généralisé

$$\Delta U + \overbrace{\Delta E_c + \Delta E_p}^{\Delta E_m} = W + Q \rightarrow \Delta U = W + Q - \Delta E_c - \Delta E_p$$

avec $W = -320 \times 10^3 \text{ J}$; $Q = -40 \times 10^3 \text{ J}$; $\Delta E_c = -\frac{1}{2} m v_i^2 = -\frac{1}{2} \times 5 \times \left(\frac{500}{3,6}\right)^2 = -48,2 \times 10^3 \text{ J}$

$$\Delta E_p = -mgh = -5 \times 10 \times 20 \times 10^3 = -10^6 \text{ J}$$

$$\rightarrow \Delta U = -320 \times 10^3 - 40 \times 10^3 + 48,2 \times 10^3 + 10^6 = 688 \times 10^3 \text{ J}$$

Or $\Delta U = mc \Delta T$ donc $\Delta T = \frac{\Delta U}{mc} = \frac{688 \times 10^3}{5 \times 460} = 300 \text{ K} \rightarrow T_{\text{finale}} = 270^\circ \text{C}$

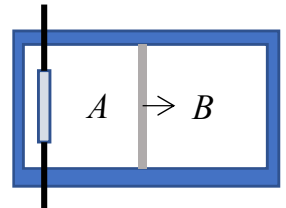
Mélange idéal de gaz parfaits

Le système global ne reçoit ni travail (paroi rigide, V est constant donc $\Delta V = 0$ et $W = -p_{\text{ex}} \Delta V = 0$) ni chaleur (paroi adiabatique) donc l'énergie interne de l'ensemble ne varie pas : $\Delta U = W + Q = 0$. Comme les gaz sont parfaits : $\Delta U = n_1 c_{v1} (T_f - T_i) + n_2 c_{v2} (T_f - T_i) = 0$ donc $T_f = T_i$. La pression finale est la somme des pressions partielles puisque le mélange se comporte comme un gaz parfait (il suit la loi de Dalton) :

$$p_f = p_{f,1} + p_{f,2} = \frac{n_1 R T_i}{2V} + \frac{n_2 R T_i}{2V} = \frac{p_1 + p_2}{2} = 1,5 \text{ bar}$$

Chauffage électrique

- 1^{er} principe appliqué à A+B :
 $W + Q = W_{\text{elec}} + 0 = \Delta U = n_A c_v (T_A - T_0) + n_B c_v (T_B - T_0)$, avec $n_A = n_B = n$
facile à calculer à partir de $PV = nRT$ (on trouve $n = 4,011 \times 10^{-2} \text{ mol}$). On en tire $T_A = \frac{W_{\text{elec}}}{nc_v} + 2T_0 - T_B$. Avec $W_{\text{elec}} = ri^2 \tau = 100 \text{ J}$, on trouve $T_A = 392 \text{ K}$.



2. Comme il y a équilibre mécanique, on a : $p_A = p_B$, soit $\frac{T_A}{V_A} = \frac{T_B}{V_B}$, d'où $\frac{V_A}{V_B} = \frac{T_A}{T_B} = 1,195$.
Comme $V_A + V_B = 2L$, on en déduit $V_A = 1,09L$ et $V_B = 0,91L$, puis
 $p_A = p_B = \frac{nRT_A}{V_A} = 1,2 \text{ bar}$.
3. Pour ces gaz $\gamma = \frac{c_v + R}{c_v} = \frac{7}{5}$. Si la compression du gaz parfait B était vraiment adiabatique quasistatique, on aurait d'après la loi de Laplace $p_B = p_0 \left(\frac{V_0}{V_B} \right)^{\gamma} = 1,14 \text{ bar}$, ce qui n'est pas le cas. La compression est donc irréversible.

Cycle

1. Transformation $0 \rightarrow 1$: on a $T_1 = \frac{P_0 \times 2V_0}{nR} = 674K = 2T_0$ La transformation isotherme qui suit se fait à cette température T_1 .

Transformation $1 \rightarrow 2$: on a $P_1V_1 = P_2V_2 = P_0V_0 / 2$ donc

$$P_2 = 2P_1 = 2P_0 = 4\text{bar}.$$

2. Comme il s'agit d'un gaz parfait on a $c_p - c_v = R$, donc

$$c_v = \frac{R}{\gamma - 1} = 20,8J.K^{-1} \text{ et } c_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R = 29,1J.K^{-1}.$$

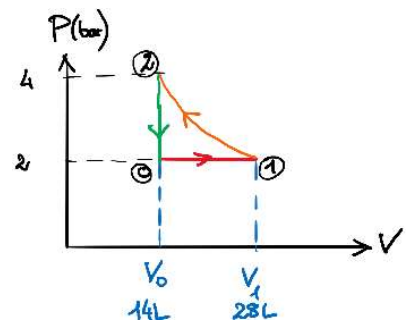
3. $W_1 = -P_0(V_1 - V_0) = -2800J$. $Q_1 = nc_p(T_1 - T_0) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} P_0V_0 = 9,84kJ$.

$$W_2 = \int_{V_1}^{V_2} -PdV = nRT_1 \ln \frac{V_1}{V_2} = 2P_0V_0 \ln \frac{V_2}{V_1} = 3,9kJ. \text{ Comme la transformation } 1 \rightarrow 2 \text{ est}$$

isotherme et le gaz est parfait on a : $U_2 = U_1$ donc $Q_2 + W_2 = 0$ donc $Q_2 = -3,9kJ$. Enfin

$$W_3 = 0 \text{ puisque } V \text{ est constant sur } 2 \rightarrow 0, \text{ et } Q_3 = nc_v(T_0 - T_2) = \frac{-1}{\gamma - 1} P_0V_0 = -7kJ$$

4. On vérifie que $\Delta U = 0$ sur le cycle puisque U est une fonction d'état.



Gaz de Van der Waals

1. Si on pose $\delta Q^{rev} = nc_v dT + l dV$, on a $dU = nc_v dT + (l - P) dV$. Donc l et P ont la même unité (le Pascal).

2. On a : $l = P + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = P + \frac{n^2 a}{V^2} = \frac{RT}{V - nb} = 1,484 \times 10^7 Pa$. $l = P + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = P + \frac{n^2 a}{V^2} =$

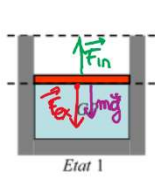
$$\frac{nRT}{V - nb} = 1,484 \times 10^7 Pa$$

3. Une transformation très rapide est adiabatique. On a alors $\delta Q_{rev} = nc_v dT + l dV = 0$ donc

$$dT = -\frac{l}{nc_v} dV = -3,5^\circ.$$

Piston

1/ Equilibre thermodynamique + parois conductrices $\rightarrow T_i = T_{\text{ext}} = T_o = 20^\circ\text{C}$



Système = piston. $\vec{F}_m + \vec{F}_{\text{ex}} + \vec{P} = \vec{0} \rightarrow F_m = F_{\text{ex}} + mg \rightarrow P_1 = P_{\text{ex}} + \frac{mg}{S}$

R.N.: $P_1 = 10^5 + \frac{1 \times 9,81}{20 \times 10^{-4}} = 1,049 \times 10^5 \text{ Pa} = 1,049 \text{ bar}$

Transf. monotherme: $P_o V_o = nRT_o = nRT_1 = P_1 V_1 \rightarrow V_1 = V_o \frac{P_o}{P_1} = \frac{1}{1,049} \times 1\text{L} = 953 \text{ cm}^3$

$V_1 = S z_1 \rightarrow z_1 = \frac{V_1}{S} = \frac{953}{20} = 47,7 \text{ cm}$ (contre $z_o = 50 \text{ cm}$ initialement)

2/ $V_2 = V_o = 1\text{L}$; Equilibre mécanique identique au cas ① $\rightarrow P_2 = P_1 = 1,049 \text{ bar}$

3/ $W_{1 \rightarrow 2}(\vec{F}) = mg(z_2 - z_1) = mg \frac{V_2 - V_1}{S} = \frac{mg}{S} (V_2 - V_1) = - \left(\frac{mg}{S} \right) (V_o - V_1) = - \frac{1 \times 9,81}{20 \times 10^{-4}} (1 - 0,953) \times 10^{-3} = -0,230 \text{ J}$

!<0! *pression du piston* *ΔV*

4/ $W_{1 \rightarrow 2}(\text{gaz ext}) = -P_{\text{ex}}(V_2 - V_1) = -10^5 \times (1 - 0,953) \times 10^{-3} = -4,70 \text{ J}$

5/ $\Delta U_{12} = \frac{3}{2} (nRT_2 - nRT_1) = \frac{3}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1) = \frac{3}{2} P_1 (V_2 - V_1) = \frac{3}{2} \times 1,049 \times 10^5 \times (1 - 0,953) \times 10^{-3} = 7,395 \text{ J}$

6/ $\Delta U_{12} = W_{12} + Q_{12} \rightarrow Q_{12} = \Delta U_{12} - W_{12} = 7,395 - (-0,23 - 4,7) = 12,33 \text{ J}$