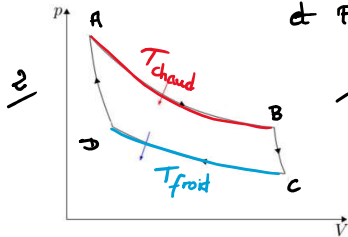


## Cycle de Carnot

1. Adiabatique + réversible + GP  $\rightarrow PV^\gamma = \text{const} \rightarrow \ln(PV^\gamma) = \text{const} \rightarrow \frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} = 0 \rightarrow \frac{dP}{dV} = -\gamma \frac{P}{V}$   
 Isotherme :  $PV = \text{const} \rightarrow \ln(PV) = \text{const} \rightarrow \frac{dP}{P} + \frac{dV}{V} = 0 \rightarrow \frac{dP}{dV} = -\frac{P}{V}$

Ainsi  $P'(V)_{\text{adiab}} = \gamma P'(V)_{\text{isoth}}$  (c.q.f.d.)

Interprétation : Lors d'une compression, on apporte de l'énergie au gaz. Si la compression est adiabatique, aucune énergie ne peut en ressortir sous forme de chaleur, donc  $T$  et  $P$  montent + vite



3.  $W_{AB} = \int_A^B P dV = -nRT_{\text{ch}} \int_A^B \frac{dV}{V} = -nRT_{\text{ch}} \ln \frac{V_B}{V_A}$   
 $\Delta U_{AB} = nC_V (T_B - T_A) = 0$  donc  $Q_{AB} = \Delta U_{AB} - W_{AB} = -W_{AB} = nRT_{\text{ch}} \ln \frac{V_B}{V_A}$   
 $T_A = T_B = T_{\text{ch}}$  (1<sup>er</sup> principe)

4.  $B \rightarrow C$  : adiabatique  $\rightarrow Q_{BC} = 0$  ;  $W_{BC} = \Delta U_{BC} = nC_V (T_C - T_B) = \frac{nR}{\gamma-1} (T_C - T_B)$

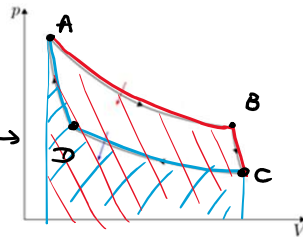
$C \rightarrow D$  : isotherme  $\rightarrow W_{CD} = -nRT_{\text{f}} \ln \frac{V_D}{V_C} = nRT_{\text{f}} \ln \frac{V_C}{V_D} = -Q_{CD}$

$D \rightarrow A$  : adiabatique  $\rightarrow Q_{DA} = 0$  et  $W_{DA} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_A - T_D)$

5.  $\oint P dV = \int_{ABC} P dV + \int_{CDA} P dV = \int_{ABC} P dV - \int_{ABC} P dV = \text{aire en Rouge} - \text{aire en Bleu}$

Soit  $\oint P dV = \text{aire du cycle} (> 0)$ . Or  $W_{\text{cycle}} = -\oint P dV$

donc  $W_{\text{cycle}} < 0 \rightarrow$  c'est bien un moteur.



6.  $\Delta U_{\text{cycle}} = W + Q_{\text{ch}} + Q_{\text{fr}} = U(A) - U(A) = 0$  donc  $r = \frac{-W}{Q_{\text{ch}}} = \frac{Q_{\text{ch}} + Q_{\text{fr}}}{Q_{\text{ch}}} = 1 + \frac{Q_{\text{fr}}}{Q_{\text{ch}}} = 1 + \frac{Q_{CD}}{Q_{AB}}$

D'où  $r = 1 - \frac{nRT_{\text{f}} \ln \frac{V_C}{V_D}}{nRT_{\text{ch}} \ln \frac{V_B}{V_A}} = 1 - \frac{T_{\text{f}}}{T_{\text{ch}}} \frac{\ln(V_C/V_D)}{\ln(V_B/V_A)}$

7.  $BC$  adiab. rév. GP  $\rightarrow T_B V_B^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1}$  ou  $T_{\text{ch}} V_B^{\gamma-1} = T_{\text{f}} V_C^{\gamma-1}$

$DA$  adiab. rév GP  $\rightarrow T_D V_D^{\gamma-1} = T_A V_A^{\gamma-1}$  ou  $T_{\text{f}} V_D^{\gamma-1} = T_{\text{ch}} V_A^{\gamma-1}$

$\rightarrow \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} \rightarrow \frac{V_C}{V_D} = \frac{V_B}{V_A} \rightarrow \frac{\ln(V_C/V_D)}{\ln(V_B/V_A)} = 1 \rightarrow r = 1 - \frac{T_{\text{f}}}{T_{\text{ch}}}$

8. On a donc toujours  $1 + \frac{Q_{\text{fr}}}{Q_{\text{ch}}} \leq 1 - \frac{T_{\text{f}}}{T_{\text{ch}}}$ , avec  $Q_{\text{ch}} > 0$  et  $Q_{\text{fr}} < 0$ , donc  $\frac{Q_{\text{fr}}}{T_{\text{f}}} \leq -\frac{Q_{\text{ch}}}{T_{\text{ch}}} \rightarrow$  c.q.f.d.

## Cycle Moteur

1 gaz parfait  $\rightarrow c_{pm} = c_{vm} + R$  (relation de Mayer)  $\rightarrow (\gamma-1)c_{vm} = R \rightarrow c_{vm} = \frac{R}{\gamma-1}$  et  $c_{pm} = \frac{\gamma R}{\gamma-1}$  soit  $C_v = \frac{\gamma R}{\gamma-1}$  et  $C_p = \frac{\gamma \gamma R}{\gamma-1}$

gaz parfait  $\rightarrow PV = nRT \rightarrow nR = \frac{PV}{T} \rightarrow C_v = \frac{P_0 V_A}{(\gamma-1)T_0}$  et  $C_p = \frac{\gamma P_0 V_A}{(\gamma-1)T_0}$

2 Transformation isochore

3 Le piston décolle  $\rightarrow$  équilibre des forces:  $-P_0 S - mg + P_1 S = 0 \rightarrow P_1 = P_0 + \frac{mg}{S} = 10^5 + \frac{10 \times 10}{100 \times 10^{-4}} = 10^5 + 10^4 = 1,1 \text{ bar}$

$n = \frac{P_0 V_A}{RT_0} = \frac{P_1 V_A}{RT_1} \rightarrow T_1 = T_0 \frac{P_1}{P_0} = 300 \times \frac{1,1}{1} = 330 \text{ K}$

4 la transformation 0  $\rightarrow$  1 est isochore:  $Q_0^1 = C_v (T_1 - T_0) = \frac{P_0 V_A}{\gamma-1} \left( \frac{T_1}{T_0} - 1 \right) = \frac{10^5 \times 330 \times 10^{-6}}{1,4-1} \left( \frac{330}{300} - 1 \right) = 8,25 \text{ J}$

5 Transformation isobare car à chaque instant le piston est quasiment à l'équilibre.

6  $T_2 = \frac{P_2 V_B}{nR} = \frac{P_2 V_B}{P_1 V_A} T_1 = \frac{V_B}{V_A} T_1 = \frac{1000 \text{ cm}^3}{330 \text{ cm}^3} \times 330 = 1000 \text{ K}$

7  $Q_1^2 = \Delta H_1^2 = C_p (T_2 - T_1) = \frac{\gamma P_0 V_A}{(\gamma-1)T_0} (T_2 - T_1) = \frac{1,4 \times 10^5 \times 330 \times 10^{-6}}{(1,4-1) \times 300} (1000 - 330) = 258 \text{ J}$

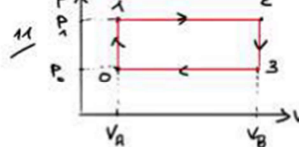
8 2  $\rightarrow$  3: isochore; 3  $\rightarrow$  0: isobare

9 Au cours d'un cycle le travail total des forces de pression est nul (la descente compense la montée).

Par contre, la masse  $m$  a été élevée d'une hauteur  $h$ , donc  $W_{\text{fourni}} = mgh = -W \rightarrow$  reçu par le système gaz-piston

$W_{\text{fourni}} = mg \left( \frac{V_B - V_A}{S} \right) = 10 \times 10 \times \frac{(1 - 0,330) \times 10^{-3}}{100 \times 10^{-4}} = 6,7 \text{ J} \rightarrow W = -6,7 \text{ J}$

10  $r = \frac{-W}{Q_c} = \frac{-W}{Q_0^1 + Q_1^2} = \frac{6,7}{8,25 + 258} = 2,52\%$



12  $W = -\int P_{\text{ext}} dV = -\int P dV = \text{aire du cycle}$

Soit  $W = (P_1 - P_0)(V_B - V_A)$

$W = -(1,1 - 1) \times 10^5 \times (1 - 0,330) \times 10^{-3} = -6,7 \text{ J}$

13 Gaz parfait:  $\Delta S_1^2 = C_v \ln \frac{T_2}{T_0} + nR \ln \frac{V_B}{V_A} = \frac{P_0 V_A}{T_0 (\gamma-1)} \ln \frac{T_2}{T_0} + \frac{P_0 V_A}{RT_0} \ln \frac{V_B}{V_A} =$

$\Delta S_1^2 = \frac{10^5 \times 330 \times 10^{-6}}{300 \times (1,4-1)} \ln \frac{1000}{300} + \frac{10^5 \times 330 \times 10^{-6}}{8,31 \times 300} \ln \frac{1}{0,33} = 0,346 \text{ JK}^{-1}$

$S_{\text{éch}} = \frac{Q_0^1 + Q_1^2}{T_s} = \frac{8,3 + 258}{1200} = 0,221 \text{ JK}^{-1}$  donc  $S_c = 0,346 - 0,221 = 0,124 \text{ JK}^{-1}$