

Devoir de thermodynamique TH1 – 25 janvier 2024

Cours

Rappeler à quelle(s) condition(s) s'applique la loi de Laplace en thermodynamique. Donner sans démonstration le lien entre pression et volume dans ces conditions, en définissant le coefficient γ qui intervient dans cette loi. En déduire que $T = \text{constante} \times P^a$, où a est un coefficient à exprimer en fonction γ .

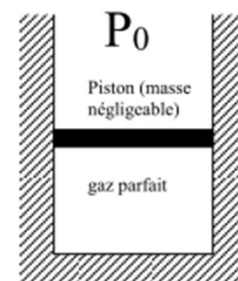
Compression

Un cylindre vertical à parois rigides est fermé par un piston de masse *négligeable* pouvant coulisser sans frottement. La pression atmosphérique est notée P_0 et supposée constante.

Dans la situation d'équilibre initial, le cylindre contient n mol d'un gaz parfait de volume V_0 et de coefficient γ . Les parois et le piston sont isolants (aucun transfert thermique).

Pour les applications numériques on prendra $n = 0,1 \text{ mol}$, $V_0 = 2,5 \text{ L}$, $P_0 = 1 \text{ bar}$, $\gamma = 1,4$ et $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$. On établira d'abord des expressions littérales puis on fera

l'application numérique pour chaque question (avec 3 chiffres significatifs).



- Déterminer la pression et la température (notée T_0) du gaz dans l'état d'équilibre initial.
- Un opérateur écrase *très lentement* le piston jusqu'à ce que la pression du gaz intérieur soit égale à $P_1 = 2P_0$.
 - Comment peut-on qualifier la transformation dans le vocabulaire de la thermodynamique ?
 - Déterminer la température T_1 du gaz dans l'état final. Application numérique.
 - Calculer le travail reçu par le gaz au cours de cette transformation.
- On relâche *brusquement* le piston :
 - Comment peut-on qualifier cette transformation ?
 - Déterminer la pression P_2 dans l'état d'équilibre final
 - A l'aide du premier principe, montrer que la température dans l'état final vaut $T_2 = \left(1 + \frac{1}{\gamma}\right) \frac{T_1}{2}$.

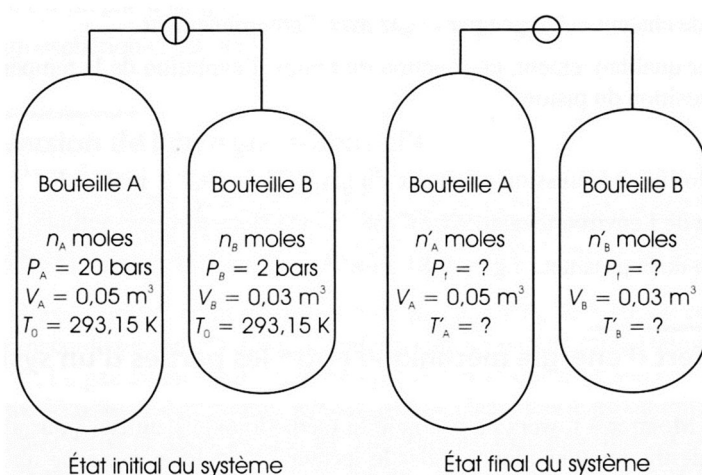
Transfert de gaz

On considère deux bouteilles A et B rigides et parfaitement isolées thermiquement, de volumes respectifs $V_A = 0,05 \text{ m}^3$ et $V_B = 0,03 \text{ m}^3$ de températures initiales $T_A = T_B = 20^\circ\text{C} = 293,15 \text{ K}$ et de pressions initiales $P_A = 20 \text{ bar}$ et $P_B = 2 \text{ bar}$. Le gaz est parfait.

On met en communication les deux bouteilles par un tube capillaire (tube long et très fin, de volume négligeable, et isolé thermiquement).

Dans l'état final, les quantités de matière sont notées n'_A et n'_B , et les températures T'_A et T'_B . On donne la

capacité thermique à pression constante : $c_p = 29,2 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$. On rappelle $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$

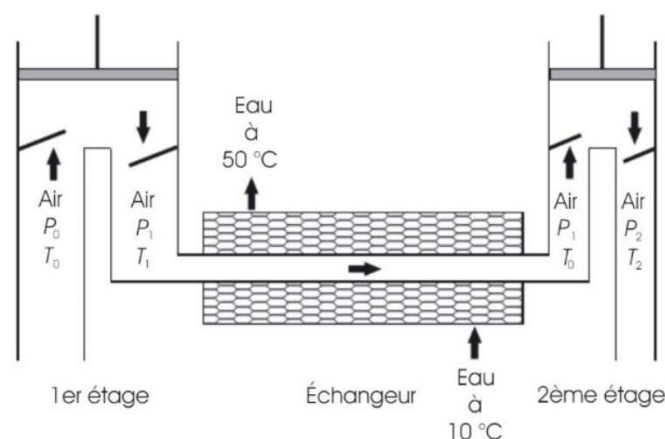


- En appliquant le premier principe à l'ensemble des deux gaz, montrer que $n'_A T'_A + n'_B T'_B = (n_A + n_B) T_0$. En déduire une expression de la pression finale P_f en fonction de P_A, P_B, V_A et V_B . Application numérique.
- Justifier que le gaz qui reste dans la bouteille A a subi une détente adiabatique et quasi-statique. Vérifier que sa température dans l'état final vaut environ $T'_A = 261 \text{ K}$ (donner sa valeur au dixième de Kelvin près).

3. En déduire que $T'_B = 370K$ (donner sa valeur au dixième de Kelvin près).

Compresseur – systèmes ouverts

Un compresseur à deux étages aspire de l'air (considéré comme un gaz parfait) à la température T_0 et à la pression P_0 , avec un débit $\dot{n} = 900 \text{ mol.h}^{-1}$ (mol par heure). Chaque étage de compression fonctionne de manière adiabatique et réversible. L'air comprimé sort du premier étage à la pression P_1 , et il est refroidi de façon isobare dans un échangeur de chaleur jusqu'à la température T_0 . Il est ensuite admis dans le deuxième étage d'où il sort à T_2, P_2 .



Capacité thermique molaire du gaz : $c_p = 29,1 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$. $T_0 = 300K$. $T_1 = 400K$. $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$. Les variations d'énergie cinétique ou potentielle sont négligeables.

1. A l'aide du premier principe en système ouvert, exprimer en fonction de $\dot{n}, c_p, T_0$ et T_1 la puissance mécanique utile P_{u1} reçue par le gaz au niveau du premier étage de compression. Vérifier numériquement que $P_{u1} = 727W$ (donner le résultat avec 4 chiffres significatifs).

On pose $x \triangleq \frac{P_2}{P_0}$ (taux de compression global) et $y \triangleq \frac{P_1}{P_0}$ (taux de compression du premier étage).

2. Exprimer γ puis $\frac{\gamma-1}{\gamma}$ en fonction de R et de c_p (simplifier au maximum !). Montrer que la puissance utile totale apportée au gaz vaut $P_{tot} = \dot{n}c_pT_0 \left[y^{(R/c_p)} + \left(\frac{x}{y} \right)^{R/c_p} - 2 \right]$.

Pour un taux de compression globale x fixé, on veut que la puissance mécanique P_{tot} à apporter soit la plus petite possible.

3. Montrer qu'il faut choisir pour cela $y = \sqrt{x}$ et en déduire la valeur numérique de P_{tot} si $x = 10$.

Dans l'échangeur thermique, l'eau entre à 10°C et ressort à 50°C . On donne la capacité thermique massique de l'eau : $c_{eau} = 4181 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

4. Appliquer le premier principe en système ouvert à cet échangeur (en supposant qu'il n'y a aucune perte vers l'extérieur), et en déduire le débit massique de l'eau de refroidissement. Application numérique.