

Contrôle du 19 novembre

Durée : 2h

Sont interdits : Documents, calculatrices, ordinateurs, téléphones (voire plus, à la discrétion des enseignants).

Les correcteurs seront attentifs au soin et à la qualité de la rédaction

Exercice 1. Résolvez les systèmes suivants s'ils ont une solution :

$$\begin{cases} 5x - 7y = 1 \\ 3x + 2y = 13 \end{cases} \quad , \quad \begin{cases} 3x + 6y = 1 \\ 2x + 4y = 1 \end{cases}$$

Exercice 2. On se donne la fonction

$$\begin{cases} f :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto x^2 - 3x + \ln x \end{cases}$$

Déterminez les points critiques de f . Pour chacun d'entre eux :

- Déterminez si c'est un minimum (ou un maximum) local (ou global).
- Dessinez l'allure de la courbe de f au voisinage de ce point.

Exercice 3. On se donne $a, b, c, x \in \mathbb{R}$. En utilisant la notation exponentielle, exprimez :

- (1) $\cos(a + b + c)$ en fonction de $\sin(a)$, $\cos(a)$, $\sin(b)$, $\cos(b)$, $\sin(c)$, $\cos(c)$
- (2) $\sin(x) \cos(2x)$ sous la forme $\alpha \sin(3x) + \beta \sin(x)$ avec $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ à déterminer.

Exercice 4. Déterminez les ensembles de définition et les dérivées des fonctions suivantes :

$$(1) x \mapsto \frac{x}{x+1} - \sqrt{x+7}$$

$$(2) x \mapsto \cos(\ln x)$$

Exercice 5. Dans chacun des cas suivants, déterminez, s'ils existent, le minimum global, le max global, et les min et max locaux.

- (1) $f(x) = x^2 - 4x + 7$ sur $\mathbb{R}$ et sur $[3, 4]$.
- (2) $f(x) = |x^2 + 2x - 3| + 4x + 3$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 6. Déterminez les limites suivantes. Si nécessaire, déterminez les limites à droite et à gauche.

- (1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x + \frac{1}{x^2}$
- (2) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{x - \frac{\pi}{2}}$
- (3) Limites en 1 et $+\infty$ de $x \mapsto f(x) = \frac{\ln x}{x^2 - 3x + 2}$.
- (4)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - 1}$$

(5)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{3 + \sin x}$$

(6)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + x^3 - 2}{x + x^2 + e^{-x}}$$

(7)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \ln x}{e^x}$$

(8)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x^2 - 2x - 3}$$

FIN