

## I. Traitement numérique du signal ECG:

### A. Analyse du signal :

Dans cette partie, on s'intéresse à la compréhension des fonctions d'analyse du signal comme par exemple la corrélation croisée utile pour retrouver le rythme du signal ECG ou encore l'analyse de Fourier permettant l'analyse fréquentielle du signal.

#### 1. Corrélation croisée :

La réalisation de la corrélation entre un signal à analyser  $s(t)$  et un motif  $e(t)$  à extraire permet de détecter des ressemblances entre les signaux  $e(t)$  et  $s(t)$ . Pour des séquences d'échantillons  $\{s(n)\}$  et  $\{e(n)\}$  en nombres limités, la fonction **Ces**( $\tau$ ) devient :  $Ces(k\Delta t) = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} e(n).s(n-k)$  où  $k\Delta t$  est une représentation discrète du retard  $\tau$ .

On donne par exemple la séquence de  $M=8$  échantillons  $\{s(n)\}$  et  $\{e(n)\}$  dans le tableau ci-dessous :

| n    | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| e(n) | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 2 | 1 | 0 |
| s(n) | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 1 | 0 | 0 |

- A partir du tableau ci-dessus, compléter le tableau des valeurs de corrélation croisée :

| k      | -4 | -3 | -2 | -1 | 0     | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|--------|----|----|----|----|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ces(k) | 0  |    |    |    | 1,625 |   |   |   |   |   |   |   | 0 |

- Comment interpréter les résultats (on pourra faire un graphe pour argumenter).

#### 2. Analyse spectrale du signal ECG:

On donne sur la figure 15 l'analyse spectrale d'un signal ECG  $s(t)$  obtenu par transformée de Fourier Discrete (TFD).

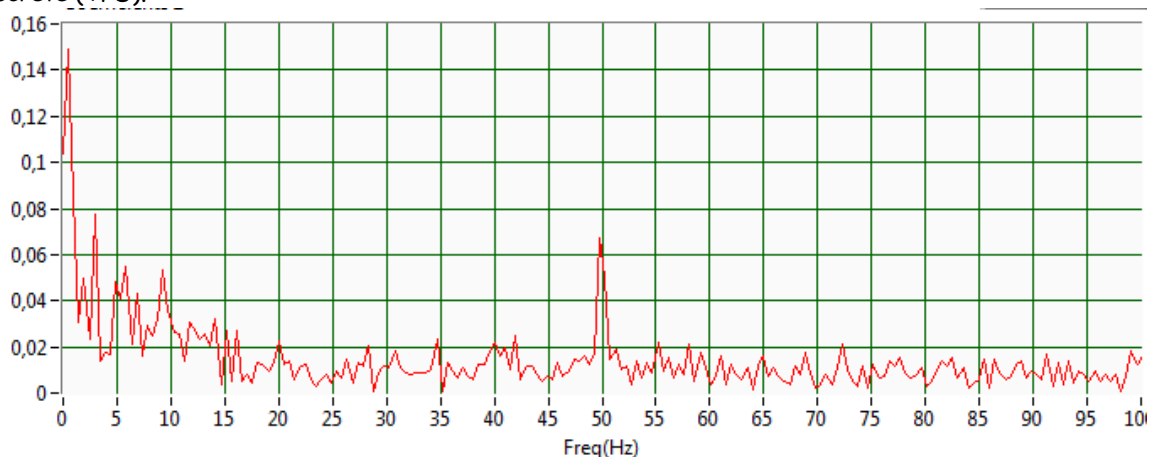


Figure 1: Spectre du signal ECG.

- A partir du relevé ci-dessus, donner les renseignements que l'on peut tirer du spectrogramme.

## B. Filtrage à moyenne glissante :

### 1. Algorithmes et transmittance en z :

Dans un premier temps, on effectue un premier filtrage à l'aide d'un filtre à moyenne glissante sur les 5 derniers échantillons d'après la relation suivante:  $s(n) = \left( \frac{e(n) + e(n-1) + \dots + e(n-4)}{5} \right)$ . On suppose que  $s(n)=0$  pour  $n<0$  et que  $e(n)$  est un échelon unité appliqué à  $n=0$  ( $e(n)=1$  pour  $n \geq 0$  sinon  $e(n)=0$ ).

- Le filtre est-il récursif ou non récursif? Justifier.
- Compléter le tableau de valeurs de  $s(n)$  :

|      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| n    | 0 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| e(n) | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| s(n) |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

- Déterminer la transmittance en z  $H(z)$ . Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme :  $H(z) = a_0(1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3} + z^{-4})$ . Identifier  $a_0$ .
  - En déduire que la transmittance  $H(z)$  ci-dessus peut se mettre sous la forme  $H(z) = a_0 \frac{1 - z^{-5}}{1 - z^{-1}}$ .
- Rappel mathématique :  $f(x) = 1 + x^{-1} + x^{-2} + x^{-3} + \dots + x^{-(N-1)} = \frac{(1 - x^{-N})}{(1 - x^{-1})}$
- Donner la nouvelle expression de l'algorithme correspondant à la transmittance ci-dessus. S'agit-il désormais d'un filtre récursif ou non récursif? Justifier.
  - Expliquer l'intérêt d'une telle transformation.
  - Peut-on, avec ce que l'on connaît de ce filtre, connaître la nature de ce filtre (passe-bas, passe-haut,...). Justifier

### 2. Analyse fréquentielle :

On souhaite désormais étudier la réponse fréquentielle du filtre étudié précédemment.

- Montrer que la transmittance complexe peut se mettre sous la forme :

$$H(j\omega) = a_0 \left[ \frac{\sin\left(\frac{\omega T_e 5}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\omega T_e}{2}\right)} \right] e^{-j\omega 2T_e}. \text{ Préciser l'expression du module et de l'argument.}$$

Rappel mathématique :  $\sin(\theta) = \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2}$

- On souhaite annuler la transmittance pour une fréquence de 50Hz. En déduire la fréquence d'échantillonnage  $f_e$  du système.
- Tracer l'allure de la transmittance et en déduire l'influence sur le signal. Préciser l'action du filtre sur le signal.
- Justifier l'affirmation : « le filtre est à phase linéaire ».

### 3. Programmation :

L'équation est désormais implantée dans un calculateur. On effectue la programmation en langage graphique avec Labview.

- Compléter sur la figure 7 les opérations nécessaires pour réaliser le filtre ci-dessus. On utilisera un registre à décalage pour  $e(n)$  et un pour  $s(n)$ .

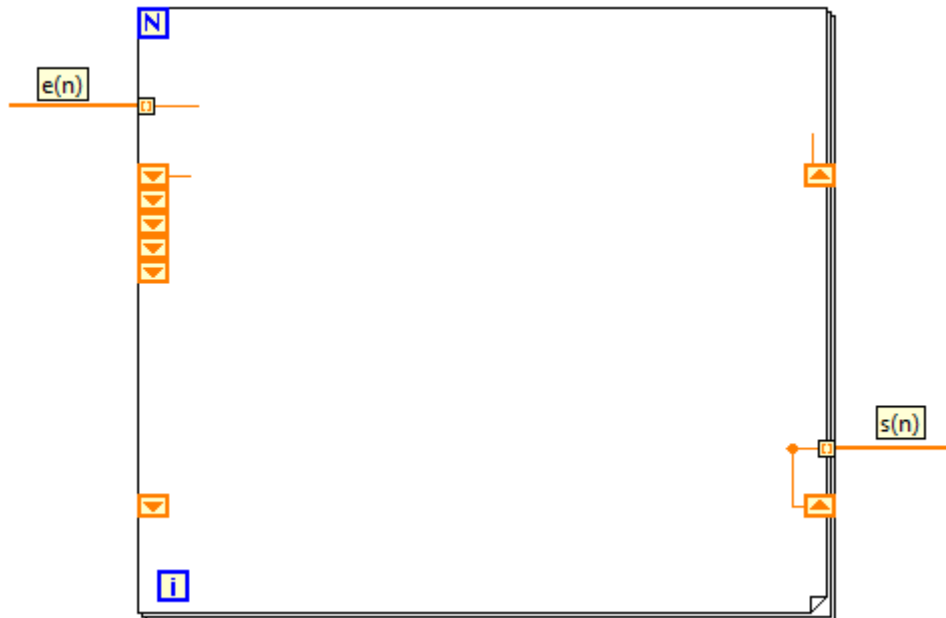


Figure 2: Diagramme à compléter.

### C. Filtre dérivateur :

Afin de s'affranchir des variations très basse fréquence du signal (artéfact de la respiration, mode commun du signal) et dans le but de favoriser la détection QRS, on utilise un filtre de transmittance :

$$H_1(z) = 1 + 2z^{-1} - 2z^{-3} - z^{-4}$$

#### 1. Algorithmes:

On souhaite vérifier l'action du filtre sur les composantes très basses fréquences du signal. Pour cela on applique un signal numérique  $e_1(n)$  continu, tel que  $e_1(n)=1$  quel que soit  $n$ . On suppose que  $s_1(n)=0$  pour  $n<0$ .

- Exprimer  $s_1(n)$  en fonction de  $e_1(n)$  et des valeurs précédentes de  $e_1(n)$ .
- Le filtre est-il récursif ou non récursif? Justifier.
- Compléter le tableau de valeurs de  $s_1(n)$  :

| n        | 0 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|----------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $s_1(n)$ |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

- Les résultats vous semblent-ils conformes aux attentes? Les composantes très basses fréquences (et continue) du signal sont-elles transmises par le filtre numérique ?

#### 2. Analyse expérimentale :

La mise en œuvre du filtre dérivateur dans Labview donne les résultats suivant : l'allure des signaux d'entrée et de sortie (fig. 8 ou 9) et l'allure de la transmittance du filtre (fig. 10).

- Déterminer quel est le signal (fig. 7 ou 8) correspondant à  $e_1(n)$  et à  $s_1(n)$ . Justifier.
- Quelle est la nature du filtre ? Justifier.
- L'action du filtre dérivateur est-elle complémentaire à celle du filtre à moyenne glissante?

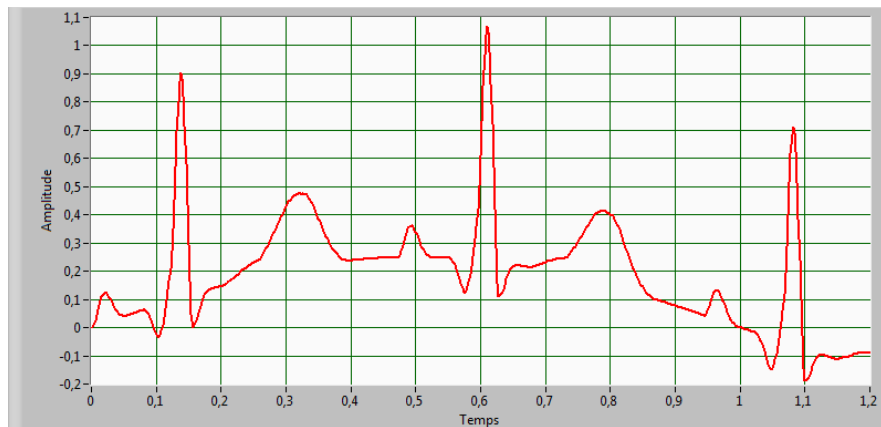


Figure 3:Signal d'entrée ou de sortie.

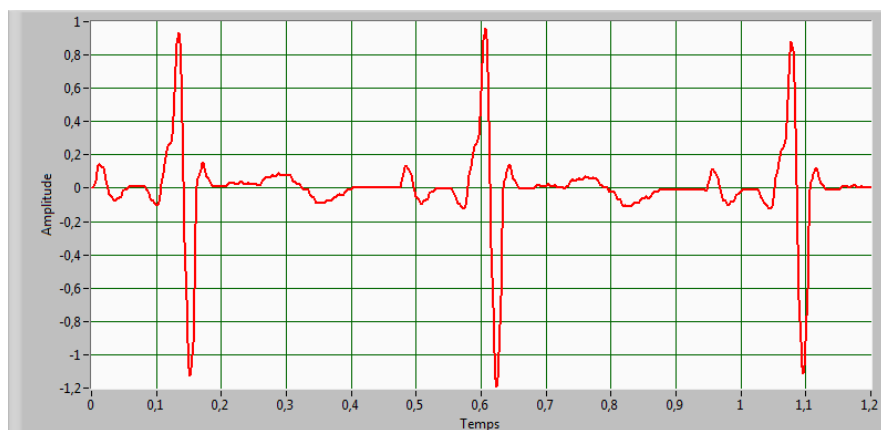


Figure 4:Signal d'entrée ou de sortie.

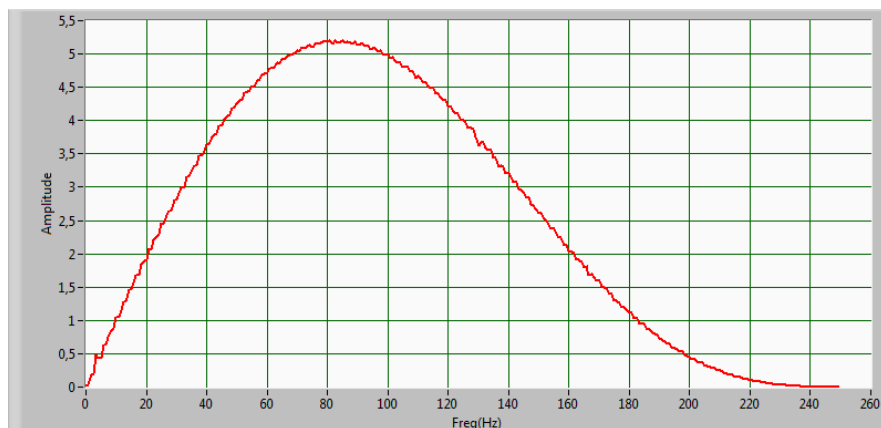


Figure 5:Transmittance.

## II. Filtre dérivateur :

Afin de s'affranchir des variations très basse fréquence du signal (artéfact de la respiration, mode commun du signal) et dans le but de favoriser la détection QRS, on utilise un filtre de transmittance :

$$H(z) = 1 - z^{-1}$$

### 1. Algorithmes:

On souhaite vérifier l'action du filtre sur les composantes très basses fréquences du signal. Pour cela on applique un échelon numérique  $e(n)$  continu, tel que  $e(n)=1$  pour tout  $n \geq 0$  et  $e(n)=0$  pour  $n < 0$ . On suppose que  $s(n)=0$  pour  $n < 0$ .

- Exprimer  $s(n)$  en fonction de  $e(n)$  et des valeurs précédentes de  $e(n)$ .

|                                                                                    |                  |                                                                |
|------------------------------------------------------------------------------------|------------------|----------------------------------------------------------------|
| <b>M1 IS 737</b><br><b>Traitement et analyse</b><br><b>des signaux biomédicaux</b> | <b>EXERCICES</b> | <b>Traitement et analyse des</b><br><b>signaux biomédicaux</b> |
|------------------------------------------------------------------------------------|------------------|----------------------------------------------------------------|

b) Le filtre est-il récursif ou non récursif? Justifier.

c) Compléter le tableau de valeurs de  $s(n)$  :

|      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| n    | 0 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| s(n) |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

d) Les résultats vous semblent-ils conformes aux attentes? Les composantes très basses fréquences (et continue) du signal sont-elles transmises par le filtre numérique ?

## 2. Analyse fréquentielle :

On souhaite désormais étudier la réponse fréquentielle du filtre étudié précédemment.

a) Retrouver l'expression de la transmittance complexe:  $H(j\omega)$ . Préciser l'expression du module et de l'argument.

b) Rappel mathématique :  $\sin(\theta) = \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j}$ .

c) Tracer l'allure de la transmittance et en déduire l'influence sur le signal. Préciser l'action du filtre sur le signal.

## 3. Programmation :

L'équation est désormais implantée dans un calculateur. On effectue la programmation en langage graphique avec Labview.

a) Compléter sur la figure 13 les opérations nécessaires pour réaliser le filtre ci-dessus. On utilisera un registre à décalage pour  $e(n)$  et un pour  $s(n)$ .

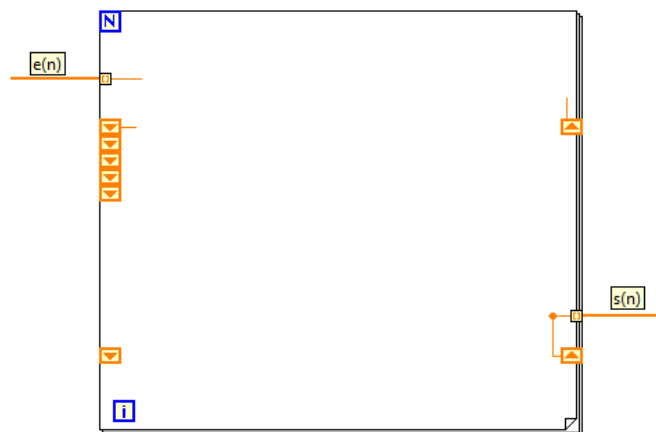


Figure 6 : Diagramme Labview

## 4. Analyse expérimentale :

La mise en œuvre du filtre dans Labview donne les résultats suivant : l'allure des signaux d'entrée et de sortie (fig. 14 ou 15).

b) Déterminer quel est le signal (fig. 11 ou 12) correspondant à  $e(n)$  et à  $s(n)$ . Justifier.

c) Quelle est la nature du filtre ? Justifier.

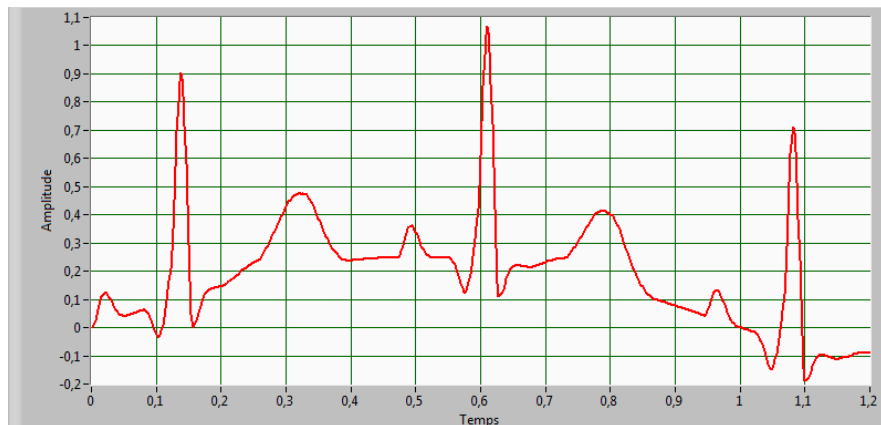


Figure 14: Signal d'entrée ou de sortie.

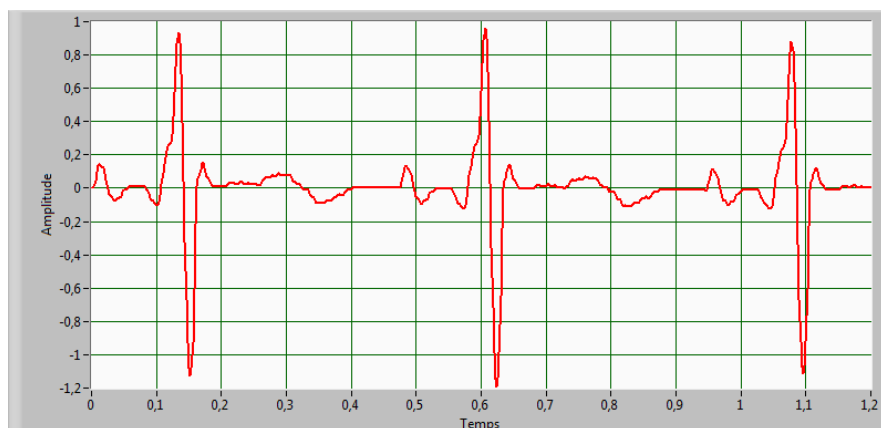


Figure 15: Signal d'entrée ou de sortie.

### III. Filtrage en peigne :

#### 1. Algorithmes et transmittance en z :

Le filtre ci-dessous est caractérisé par sa fonction de transfert :

$$H(z) = \frac{S(z)}{E(z)} = \frac{0,985742 - 0,985742z^{-10}}{1 - 0,971485z^{-10}}$$

Avec,  $f_e = 500\text{Hz}$ .

- Déterminer la transmittance complexe :  $H(j\omega)$ .
- Vérifier les valeurs de la transmittance pour  $f=0, 50, 100$  et  $150\text{Hz}$ . Que remarque-t-on ?
- Déterminer l'algorithme du filtre.
- S'agit-il désormais d'un filtre récursif ou non récursif? Justifier.
- Peut-on, avec ce que l'on connaît de ce filtre, connaître la nature de ce filtre (passe-bas, passe-haut,...). Justifier.
- Vérifier que le filtre est bien stable. Expliquez votre méthode.

#### 2. Analyse temporelle :

On suppose que  $s(n)=0$  pour  $n<0$  et que  $e(n)$  est un échelon unité appliqué à  $n=0$  ( $e(n)=1$  pour  $n\geq 0$  sinon  $e(n)=0$ ).

- Compléter le tableau de valeurs de  $s(n)$  dans le document réponse.
- Conclure sur l'action du filtre sur le signal.

|                                                               |           |                                                  |
|---------------------------------------------------------------|-----------|--------------------------------------------------|
| M1 IS 737<br>Traitement et analyse<br>des signaux biomédicaux | EXERCICES | Traitement et analyse des<br>signaux biomédicaux |
|---------------------------------------------------------------|-----------|--------------------------------------------------|

#### IV. Filtre en cascade :

On souhaite « nettoyer » le signal tout en gardant la composante continue. Pour cela, on procède en trois étapes avec 3 filtres présentés ci-dessous.

##### A. Filtrage numérique 1 - Algorithmes et transmittance en z :

Le filtre ci-dessous est caractérisé par sa fonction de transfert :

$$H(z) = \frac{S(z)}{E(z)} = \frac{0,98963617 - 1,6012649z^{-1} + 0,98963617z^{-2}}{1 - 1,6012649z^{-1} + 0,97927235z^{-2}}$$

Avec,  $f_e = 500\text{Hz}$ .

- 1) Déterminer la transmittance complexe :  $\underline{H}(j\omega)$ .
- 2) Vérifier les valeurs de la transmittance<sup>(\*)</sup> pour  $f=0, 50$ . Que remarque-t-on ?
- 3) Déterminer l'algorithme du filtre.
- 4) S'agit-il désormais d'un filtre récursif ou non récursif? Justifier.
- 5) Peut-on, avec ce que l'on connaît de ce filtre, connaître la nature de ce filtre (passe-bas, passe-haut,...). Justifier
- 6) Vérifier que le filtre est bien stable. Expliquez votre méthode.
- 7) Expliquez la méthode pour vérifier expérimentalement que le filtre fonctionne correctement.

##### B. Filtrage numérique 2 - Algorithmes et transmittance en z :

Le filtre ci-dessous est caractérisé par sa fonction de transfert :

$$H(z) = \frac{S(z)}{E(z)} = \frac{0,97948276 - 0,60535363z^{-1} + 0,97948276z^{-2}}{1 - 0,60535363z^{-1} + 0,95896552z^{-2}}$$

Avec,  $f_e = 500\text{Hz}$ .

- 1) Déterminer la transmittance complexe :  $\underline{H}(j\omega)$ .
- 2) Vérifier les valeurs de la transmittance<sup>(\*)</sup> pour  $f=0, 100$ . Que remarque-t-on ?
- 3) Déterminer l'algorithme du filtre.
- 4) Peut-on, avec ce que l'on connaît de ce filtre, connaître la nature de ce filtre (passe-bas, passe-haut,...). Justifier

(\*) : On donne :  $e^{-j\theta} = \cos\theta - j\sin\theta$  ;  $z^{-n} = e^{-nj\omega T_e}$  avec  $\omega = 2\pi f$

##### C. Filtrage numérique 3

Pour le troisième filtre, on donne l'allure temporelle et fréquentielle avant et après le filtre figure 6 et 7.

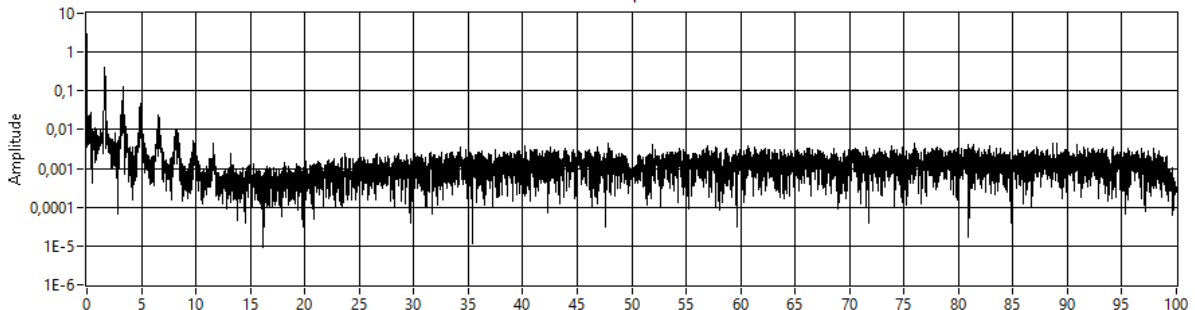
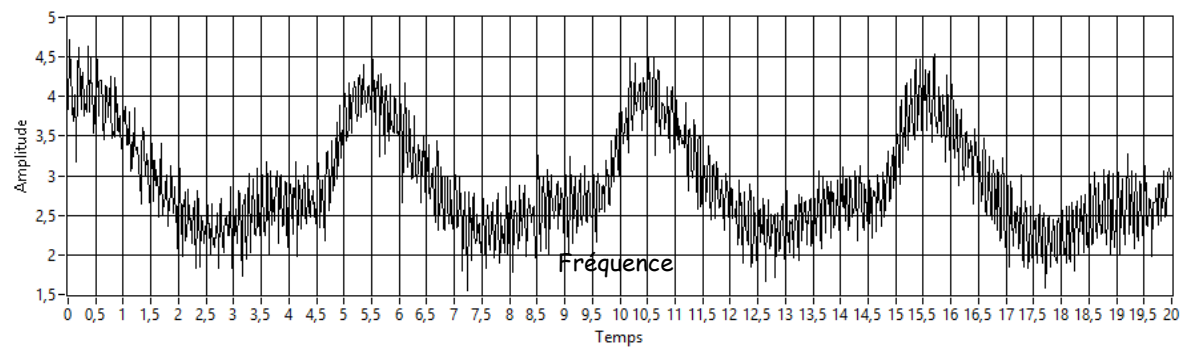


Figure 7 : l'allure temporelle et fréquentielle du signal d'entrée

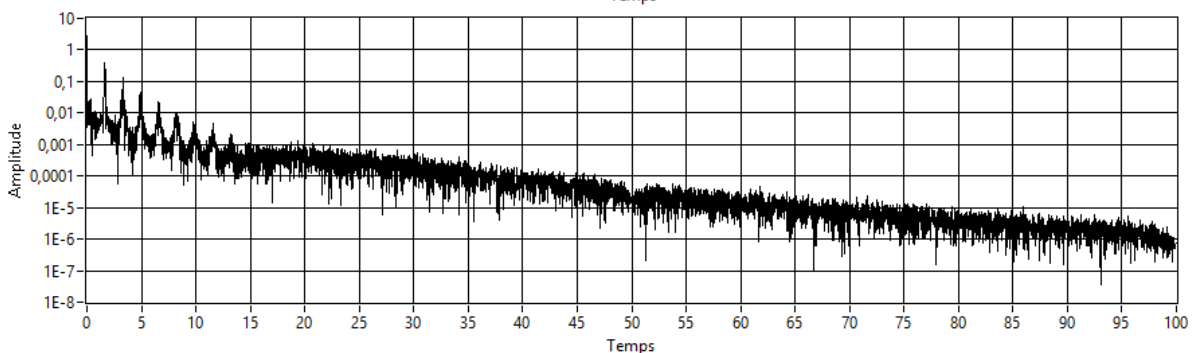
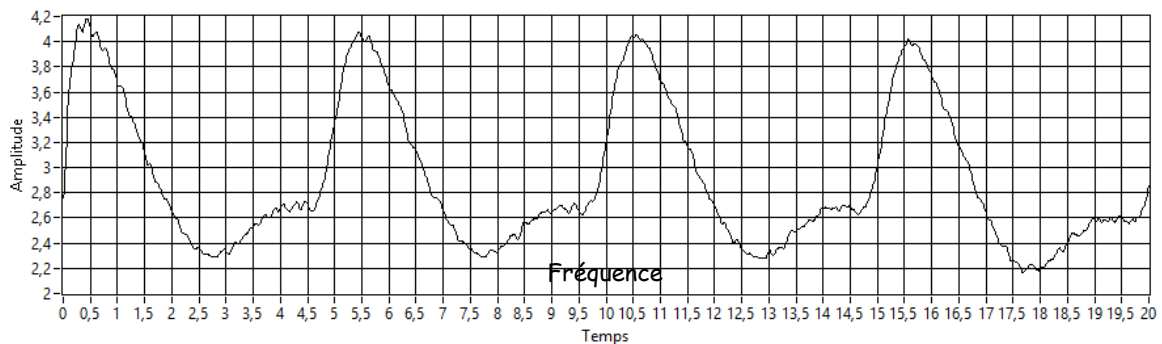


Figure 8 : l'allure temporelle et fréquentielle du signal de sortie.

- 1) Commenter les différents signaux et en déduire le filtre utilisé pour cette troisième étape.
- 2) Est-ce que la composante continue est préservée ?

## V. Traitement signal SPO2:

On souhaite « nettoyer » les signaux. Pour cela, on propose les filtres ci-dessous.

### A. Extraction de la composante (DC)

#### 1. Etude théorique d'un filtre numérique 1:

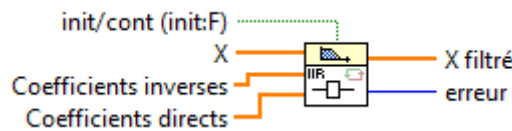
Le filtre ci-dessous est caractérisé par sa fonction de transfert :

$$H(z) = \frac{S(z)}{E(z)} = \frac{0,992207 - 1,605424z^{-1} + 0,992207z^{-2}}{1 - 1,605424z^{-1} + 0,984414z^{-2}}$$

Avec,  $f_e = 1000\text{Hz}$ .

- Déterminer la transmittance complexe :  $\underline{H}(j\omega)$ .
- Déterminer l'algorithme du filtre.
- S'agit-il désormais d'un filtre récursif ou non récursif ? Justifier.
- Vérifier que le filtre est bien stable. Expliquez votre méthode.

On réalise sous Labview le filtre numérique avec les caractéristiques énoncées ci-dessus. On pourra pour simplifier utiliser la fonction filtre RII (Filtre la séquence X en entrée en utilisant le filtre RII de forme directe spécifié par Coefficients inverses et Coefficients directs).



- Mettre en œuvre le filtre et justifié de son efficacité.
- Peut-on, avec ce que l'on connaît de ce filtre, connaître la nature de ce filtre (passe-bas, passe-haut,...). Justifier
- Indiquer ce qu'il faut faire maintenant pour extraire la composante (DC).

## 2. Filtres 2 :

Pour améliorer la mesure de la composante (DC), On met en œuvre un filtre passe-bas ayant les caractéristiques ci-dessous (figure 5) :

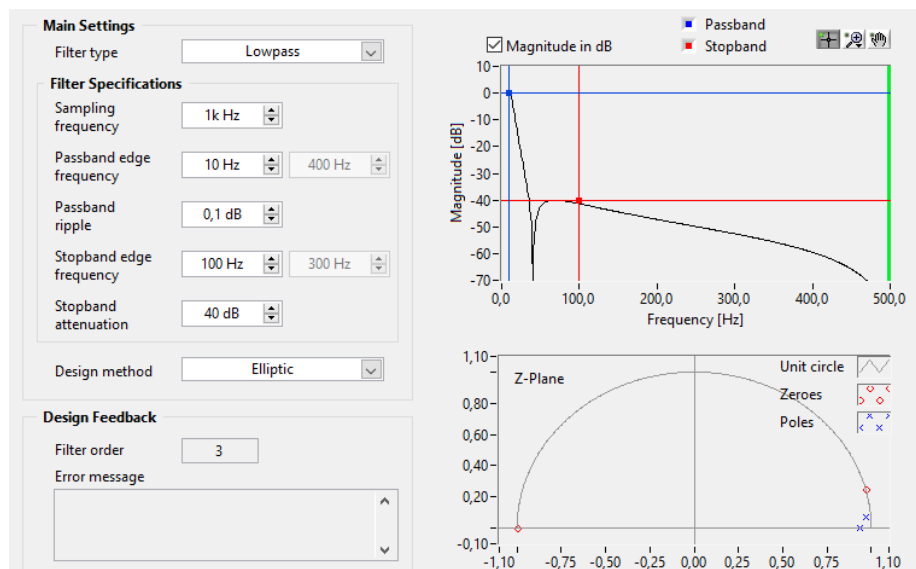


Figure 9 : Caractéristiques filtre passe bas

- Réaliser sous LabVIEW le filtre à partir du gabarit donné figure 5.
- Justifié son efficacité.
- Donner les coefficients directs et inverses de ce filtre.
- En déduire la transmittance en z du filtre passe-bas numérique.
- Donner l'algorithme réalisé par la transmittance ci-dessus.
- A partir du graphique du signal temporel en sortie du filtre, estimer la valeur de la composante (DC).

|                                                               |           |                                                  |
|---------------------------------------------------------------|-----------|--------------------------------------------------|
| M1 IS 737<br>Traitement et analyse<br>des signaux biomédicaux | EXERCICES | Traitement et analyse des<br>signaux biomédicaux |
|---------------------------------------------------------------|-----------|--------------------------------------------------|

## B. Extraction de la composante (AC)

### 1. Etude théorique d'un filtre numérique 3:

Le filtre ci-dessous est caractérisé par sa fonction de transfert :

$$H(z) = \frac{S(z)}{E(z)} = \frac{0,990663 - 0,990663.z^{-10}}{1 - 0,981326.z^{-10}}$$

Avec,  $f_e = 1000\text{Hz}$ .

- Déterminer la transmittance complexe :  $H(j\omega)$ .
- Vérifier les valeurs de la transmittance pour  $f=0$  et  $100$  Que remarque-t-on ?
- Donner l'algorithme réalisé par la transmittance ci-dessus.

On souhaite vérifier l'action du filtre sur les composantes très basses fréquences du signal. Pour cela on applique un échelon numérique  $e(n)$  continu, tel que  $e(n)=1$  pour tout  $n \geq 0$   $e(n)=0$  pour  $n < 0$ . On suppose que  $s(n)=0$  pour  $n < 0$ .

- A partir de la transmittance  $H(z)$  ci-dessus, déduire  $S(z)$ . On donne la transformé en  $z$  de

$$\text{l'échelon : } E(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}}.$$

- Déterminer  $s(n)$  pour  $n$  tend vers  $+\infty$ . On rappelle le théorème de la valeur finale :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} s(n) = \lim_{z \rightarrow 1} z(1 - z^{-1})S(z).$$

- Peut-on, avec ce que l'on connaît de ce filtre, connaître la nature de ce filtre. Justifier.

On réalise sous LabVIEW le filtre numérique avec les caractéristiques énoncées ci-dessus.

- Mettre en œuvre le filtre et justifié de son efficacité.
- Indiquer ce qu'il faut faire maintenant pour extraire la composante (AC).

### 2. Filtres 4:

Pour améliorer la mesure de la composante (AC), On met en œuvre un filtre numérique supplémentaire.

- Indiquer quel type de filtre utiliser et préciser ses caractéristiques.
- Réaliser le filtre sous LabVIEW.
- Justifié son efficacité.
- A partir du graphique du signal temporel, donner la valeur de la composante (AC).

|                                                                       |                         |                                                          |
|-----------------------------------------------------------------------|-------------------------|----------------------------------------------------------|
| M1 IS 737<br><i>Traitement et analyse<br/>des signaux biomédicaux</i> | <b><i>EXERCICES</i></b> | <i>Traitement et analyse des<br/>signaux biomédicaux</i> |
|-----------------------------------------------------------------------|-------------------------|----------------------------------------------------------|