

CC3 du 11 janvier 2023

*Sont interdits : Documents, calculatrices, ordinateurs, téléphones (voire plus, à la discrétion des enseignants)
Vérifiez que vos résultats sont bien solutions des équations : il y aura des points pour cela.*

Exercice 1. Calculez les intégrales suivantes

(1)

$$\int_1^2 \left(e^{x-1} + \frac{1}{x+1} + x^2 \right) dx$$

(2)

$$\int_{-1}^2 (|x| + |x-1|) dx$$

(3)

$$\int_0^\pi t^2 \cos(t) dt$$

(4)

$$\int_1^2 \frac{1 + 2xe^{x^2}}{x + e^{x^2}} dx$$

Exercice 2. Calculez les intégrales suivantes :

(1)

$$\int_0^1 \frac{t^2}{t+2} dt$$

(2)

$$\int_1^2 \frac{t}{t^2 + 3t + 2} dt$$

Exercice 3. Résolution de

$$\left\{ \begin{array}{l} 3y' - y = 0 \\ y(2) = 1 \end{array} \quad \text{sur } \mathbb{R}, \right\}$$

Quelle est la limite de $y(x)$ lorsque $x \rightarrow +\infty$?

Exercice 4. Résolution de

$$\left\{ \begin{array}{l} y' - (\sin x)y = 0 \\ y(0) = 2 \end{array} \quad \text{sur } \mathbb{R}, \right\}$$

Exercice 5. Résolution de

$$\left\{ \begin{array}{l} y' - 3y = (2x + 3)e^{3x} \\ y(1) = 5e^3 \end{array} \quad \text{sur } \mathbb{R}, \right\}$$

Exercice 6. Résolution de

$$\left\{ \begin{array}{l} y'' - 2y' - 3y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = -4 \end{array} \quad \text{sur } \mathbb{R}, \right\}$$

Quelle est la limite de $y(x)$ lorsque $x \rightarrow +\infty$?

Quelle est la limite si $y(0) = 1$ et $y'(0) = -1$?

Exercice 7. Résolution de

$$\left\{ \begin{array}{l} y'' + 4y' + 5y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{array} \quad \text{sur } \mathbb{R}, \right\}$$