

Données : $0^\circ\text{C} = 273\text{K}$. $R = 8,31(\text{SI})$.

Atmosphère pesante

Donner une estimation de la masse volumique ρ de l'air dans les conditions atmosphériques habituelles à Nancy (0°C , 1 bar), sachant qu'il est composé de 80% de N_2 avec $M(\text{N})=14 \text{ g.mol}^{-1}$ et de 20% de O_2 avec $M(\text{O})=16 \text{ g.mol}^{-1}$. On fera l'hypothèse d'un mélange parfait de gaz parfaits.

Compression en 2 étapes (système fermé)

On comprime de l'air d'un état initial $P_1 = 1,0 \times 10^5 \text{Pa}$ et de température $T_1 = 290\text{K}$ à un état final $P_2 = 5,0 \times 10^5 \text{Pa}$ et $T_2 = 290\text{K}$. Cet air est considéré comme parfait (dans tout l'exercice), avec $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1,4$. Les transformations se font sans frottement et très lentement. On rappelle que $R = 8,31 \text{J.K}^{-1} \text{mol}^{-1}$. Les échanges thermiques se font uniquement avec l'air ambiant considéré comme un thermostat de température T_1 .

1. Si la compression est isotherme réversible, quel est le travail W_m que l'on doit apporter à une mole de gaz ? Faire l'application numérique.

En pratique on considère que la compression isotherme prend trop de temps. On la remplace par une compression adiabatique réversible de l'état initial (P_1, T_1) jusqu'à la pression P_2 , suivie d'un refroidissement isobare jusqu'à l'état final (de température T_1).

2. Rappeler sans démonstration la relation entre P et V pour une transformation adiabatique réversible d'un gaz parfait. En déduire que $T^\gamma P^{1-\gamma} = \text{const}$ pour cette transformation.
3. Calculer le travail W_a nécessaire pour la compression adiabatique, puis le travail W_i reçu pendant le refroidissement isobare. En déduire que le travail total à apporter pour comprimer une mole de gaz de cette façon vaut $W_1 = RT_1 \frac{\gamma}{\gamma-1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]$. Faire l'application numérique.
4. Justifier qu'en un point donné sur un diagramme (P, V) , la représentation de l'adiabatique de la question précédente est plus pentue que celle de l'isotherme. Représenter sur le même diagramme (pression fonction du volume) l'allure de la transformation isotherme (question 1) et celle de l'adiabatique + isobare (question 3). Comparer numériquement W_1 à W_m et interpréter graphiquement ce résultat.

On considère maintenant une compression en deux étapes A et B :

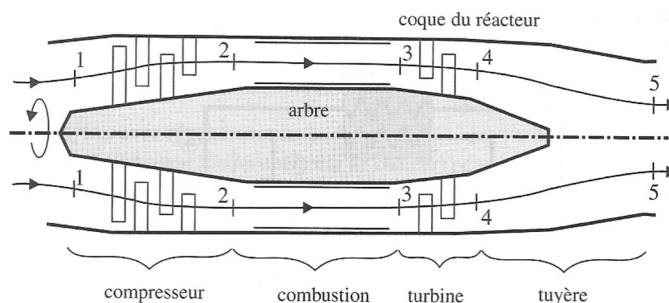
- A. Compression adiabatique réversible de (P_1, T_1) jusqu'à une pression P telle que $P_1 < P < P_2$, puis refroidissement isobare jusqu'à la température T_1 .
 - B. Compression adiabatique réversible de (P, T_1) jusqu'à la pression P_2 , puis refroidissement isobare jusqu'à T_1 .
5. Déduire de la question 3 l'expression du travail W à fournir à une mole de gaz en fonction de P, P_1, P_2, T_1, R et γ (sans refaire tous les calculs !).
 6. Montrer que pour que W soit minimal, il faut choisir $P = \sqrt{P_1 P_2}$. Vérifier que cette valeur minimale de W vaut $W_2 = 2nRT_1 \frac{\gamma}{\gamma-1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} - 1 \right]$.
 7. Calculer numériquement W_2 et vérifier qu'il se trouve entre W_1 et W_m . Interpréter graphiquement dans un diagramme (P, V) .

Turboréacteur (système ouvert)

Le turboréacteur est un système de propulsion pour l'aviation. La poussée résulte de l'accélération de l'air entre l'entrée (manche à air) et la sortie (tuyère), par la combustion d'un carburant (kérosène), dans l'oxygène de l'air. Une partie de l'énergie produite est récupérée par une turbine qui sert uniquement à faire tourner le compresseur au niveau de l'entrée d'air.

On fait les approximations suivantes :

- L'air est considéré comme un gaz parfait pour lequel $\gamma \triangleq \frac{c_p}{c_v} = 1,4$ et $c_p = 1,00 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- L'écoulement est unidimensionnel et le régime est permanent.
- Les variations d'énergie potentielle sont négligées.
- L'énergie cinétique de l'air est négligée sauf à la sortie de la tuyère.
- Les transformations dans le compresseur, la turbine et la tuyère sont adiabatiques et réversibles.
- La transformation dans la chambre de combustion est isobare.
- Le mélange gazeux est entièrement assimilé à de l'air.
- Le débit massique de l'air aspiré (et aussi de l'air refoulé) par le turboréacteur vaut $\dot{m} = 50,0 \text{ kg.s}^{-1}$.



Les transformations sont modélisées ainsi :

- Etape $1 \rightarrow 2$: l'air ambiant ($T_1 = 27^\circ\text{C}$, $P_1 = 1\text{bar}$) est aspiré et comprimé par le compresseur avec un taux de compression $\tau = \frac{P_2}{P_1} = 10$, puis cet air rentre à la température T_2 et sous la pression P_2 dans la chambre de combustion où le carburant est injecté.
- Etape $2 \rightarrow 3$: grâce à la combustion du kérosène, l'air subit un réchauffement isobare jusqu'à la température $T_3 = 1200\text{K}$.
- Etape $3 \rightarrow 4$: le mélange gazeux se détend partiellement dans la turbine.
- Etape $4 \rightarrow 5$: les gaz sont admis dans la tuyère, conduite de section variable, où leur détente se poursuit jusqu'à la pression ambiante $P_5 = P_1 = 1,00\text{bar}$.

1. Exprimer T_2 en fonction de T_1 , τ et γ . Application numérique (vérifier que T_2 est proche de 305°C)
2. A l'aide du premier principe en système ouvert, justifier que le travail « utile » apporté par le compresseur à un kilogramme d'air entre 1 et 2 vaut $w_{1 \rightarrow 2} = c_p(T_2 - T_1)$. Application numérique.
3. Justifier que $T_4 = \frac{-w_{1 \rightarrow 2}}{c_p} + T_3$. Vérifier que $T_4 = 921\text{K}$
4. Exprimer littéralement puis calculer P_4 et T_5 (vérifier que $T_5 = 621\text{K}$).

Par définition la puissance cinétique du turboréacteur est $\Pi = \dot{m}e_{c,5}$, où $e_{c,5}$ est l'énergie cinétique massique à la sortie du turbocompresseur.

5. Exprimer Π en fonction de T_4 et T_5 (1^{er} principe en système ouvert). Application numérique.

Le rendement thermique du turboréacteur est par définition $\eta = \frac{\Pi}{\dot{Q}_c}$, où $\dot{Q}_c$ est la puissance thermique reçue par l'air dans la chambre de combustion.

6. Exprimer η sous la forme d'un rapport de différences de températures. Application numérique : vérifier que η vaut presque 50%.