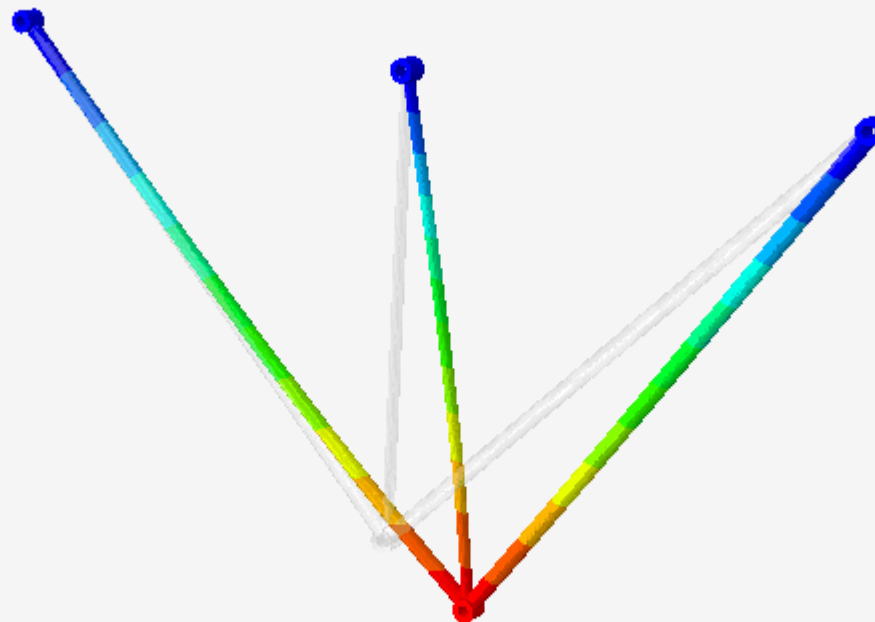
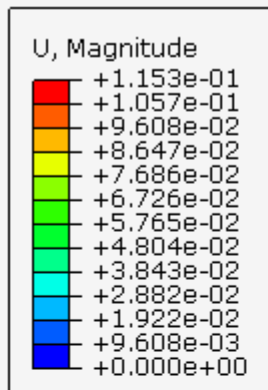


TP1 : Dimensionnement d'un support en treillis



ODB: Treillis3D.odb Abaqus/Standard 2024 Fri Feb 07 15:06:53 Paris, Madrid 2025

Step: Step-1

Increment 1: Step Time = 1.000

Primary Var: U, Magnitude

Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +2.031e+03

TP1 : Comportement d'un treillis

1

Contexte de l'étude

2

Hypothèses de modélisation

3

Solutions analytiques

4

Modélisation "poutre"

5

Modélisation 3D

6

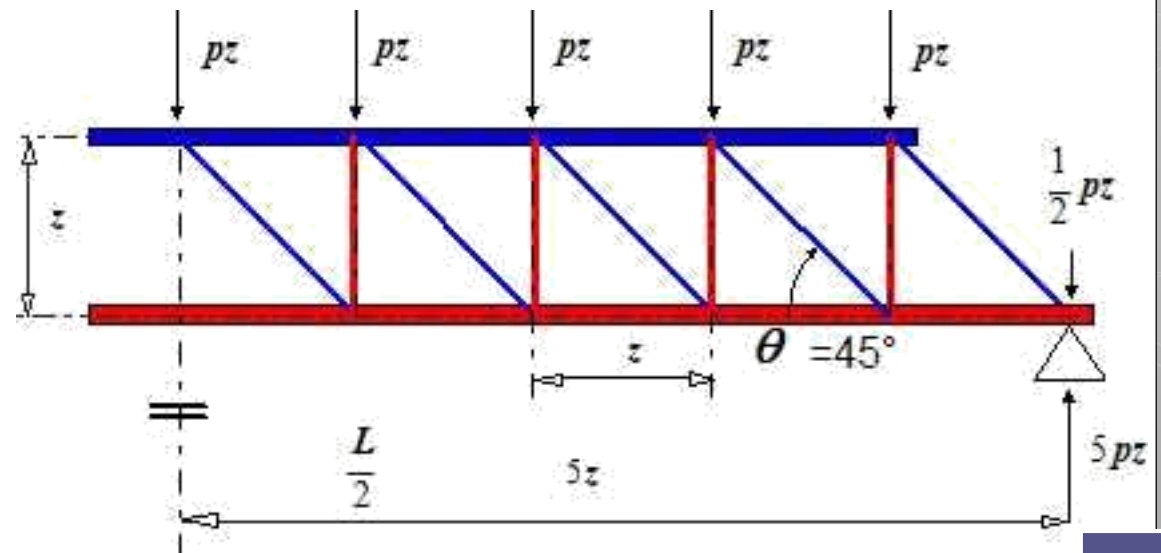
Facteur de sécurité et analyse des contraintes



Contexte de l'étude

Structures en treillis

- ✓ **réseau de barres** en traction-compression considérées articulées entre elles
→ simplification admissible en HPP
- ✓ structure **économe** en matière
- ✓ « **discrétisation** » évidente et inhérente à la structure :
chacun des composants = éléments d'un maillage !
- ✓ calculs simples et peu coûteux car éléments simples (RDM)



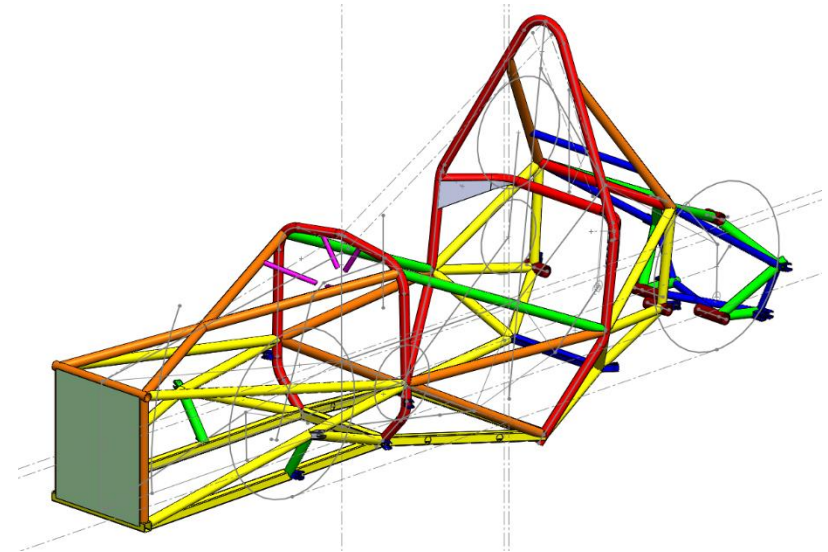
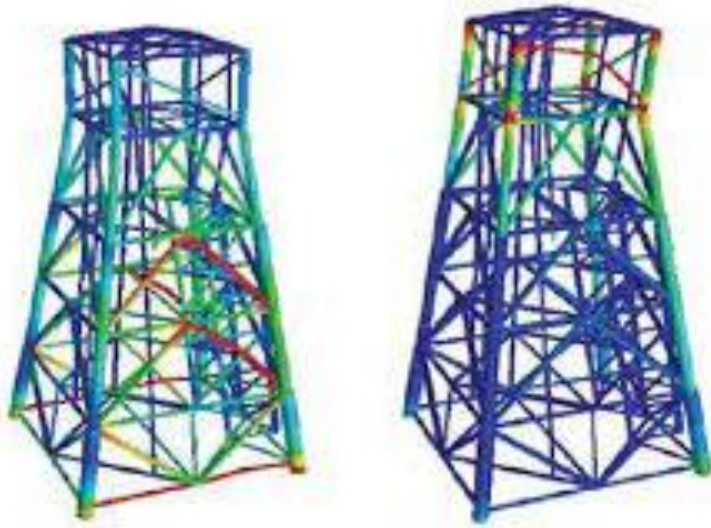
Structures en treillis

Exemple : supports d'un générateur de vapeur

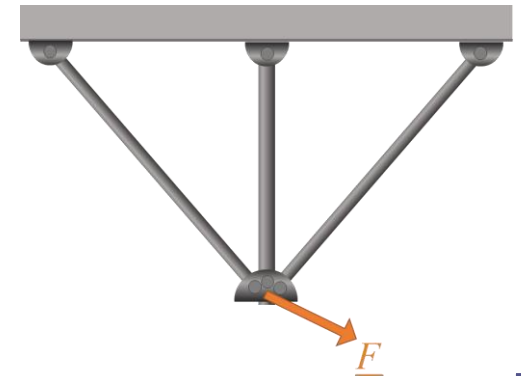


Structures en treillis

- ✓ **calcul de structures** très fréquents sur des treillis

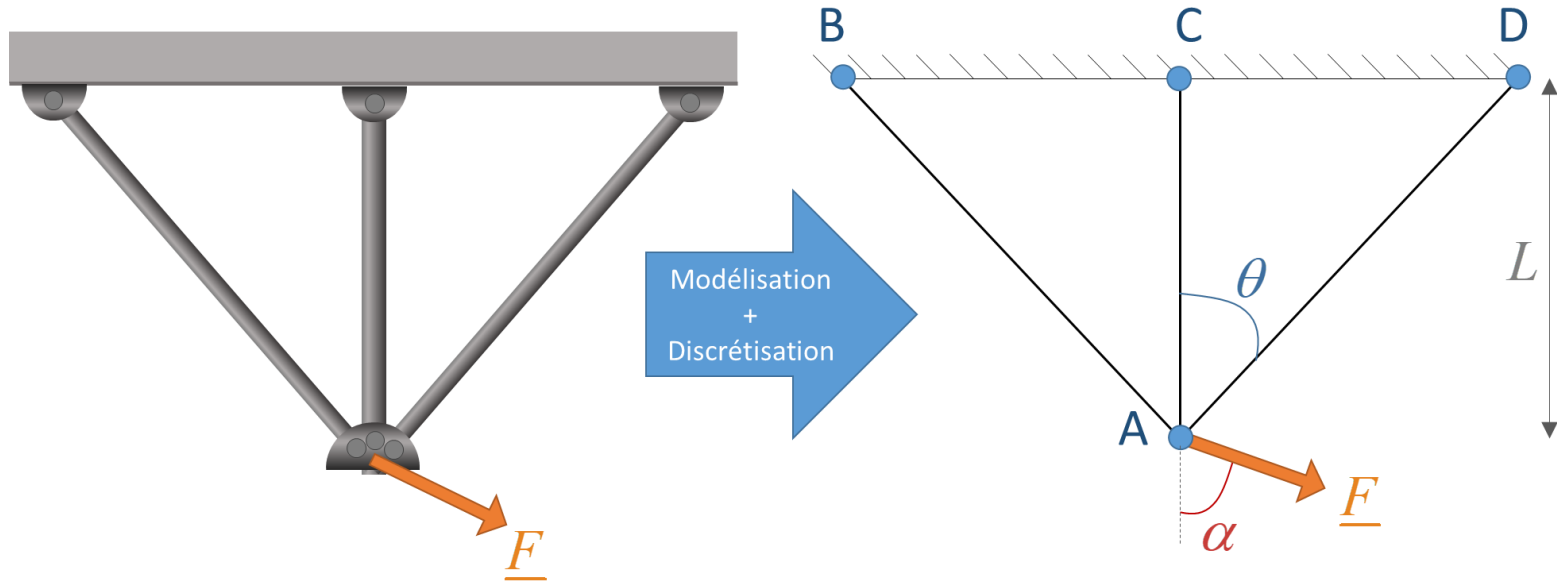


- ✓ Dans ce TP :
treillis extrêmement simple pour pouvoir
comparer à une solution analytique !



Cas traité pour ce TP

- **Treillis plan** de 3 barres **articulées** entre elles



- **Un système est fixé à ce treillis** (ventilateur, générateur, etc...)

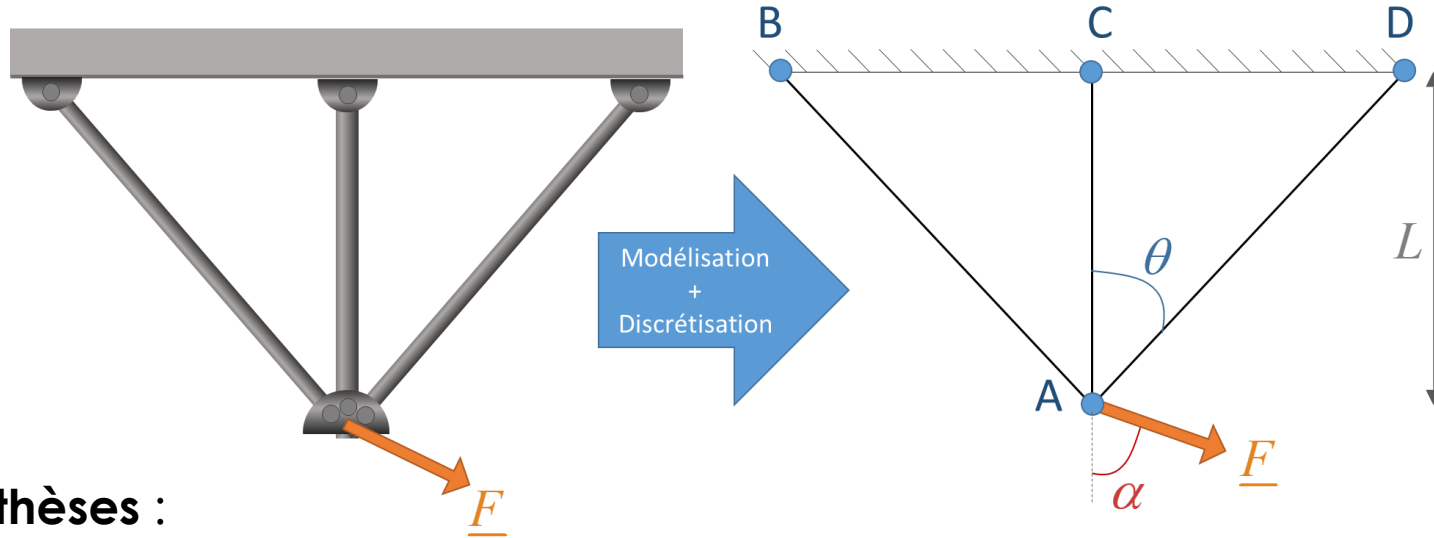
Problématique 1 : on impose un **effort** connu: quel est le **déplacement** ?

Problématique 2 : quelles sont les **fréquences de résonance** (à éviter) ?



Hypothèses de modélisation

Hypothèses de modélisation



Hypothèses :

- ☐ Pivots parfaits
- ☐ Système plan, chargé et fixé dans le plan
- ☐ HPP, matériaux élastiques linéaires isotropes

Dans une premier temps: ensemble de barres (1D, éléments « filaires »)

Avantage : il existe une solution analytique (pour évaluer la solution)

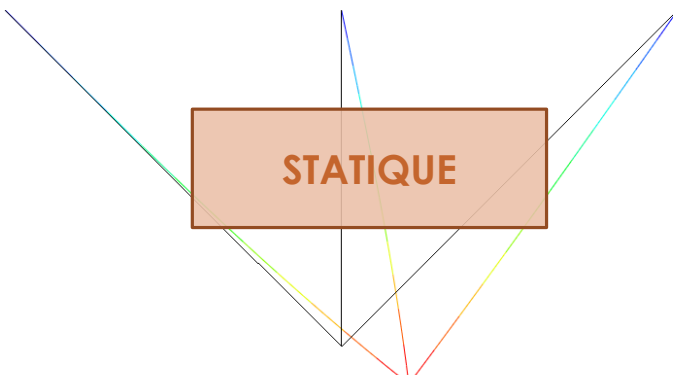
Dans une second temps : structure 3D plus réaliste

Avantage : accès aux concentrations de contraintes

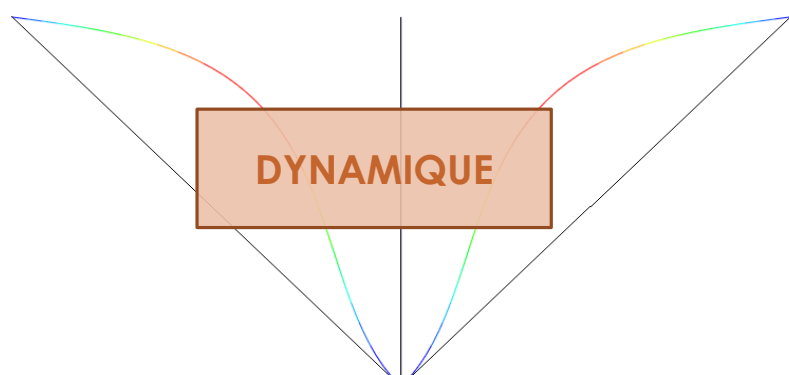
Hypothèses de modélisation

1ère
partie :
2D
filaire

STATIQUE

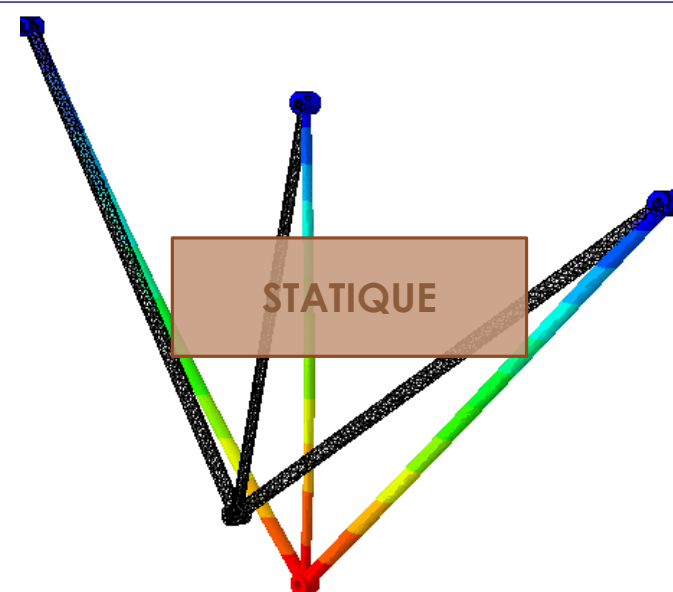
A 2D static wireframe diagram showing a structure with four nodes and four edges. The edges are colored blue, green, yellow, and red, representing a linear stress distribution. The structure is a simple truss or frame.

DYNAMIQUE

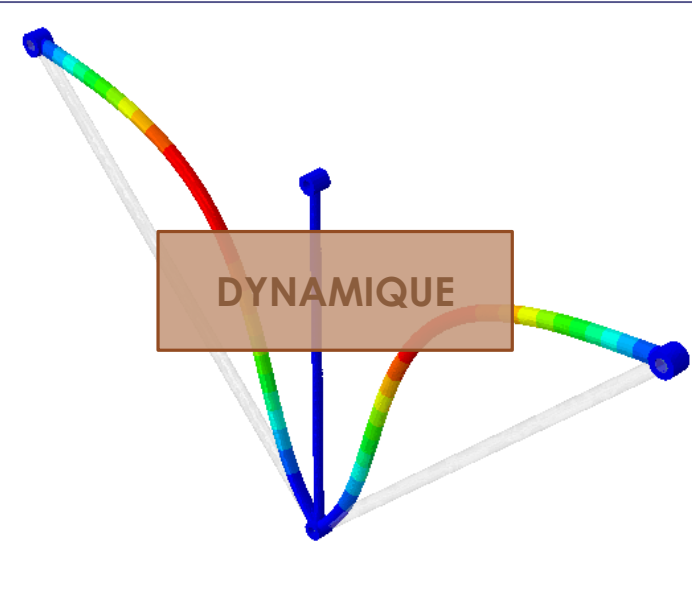
A 2D dynamic wireframe diagram showing a structure with four nodes and four edges. The edges are colored with a rainbow gradient, representing a non-linear stress distribution. The structure is a simple truss or frame.

2ème
partie :
3D

STATIQUE

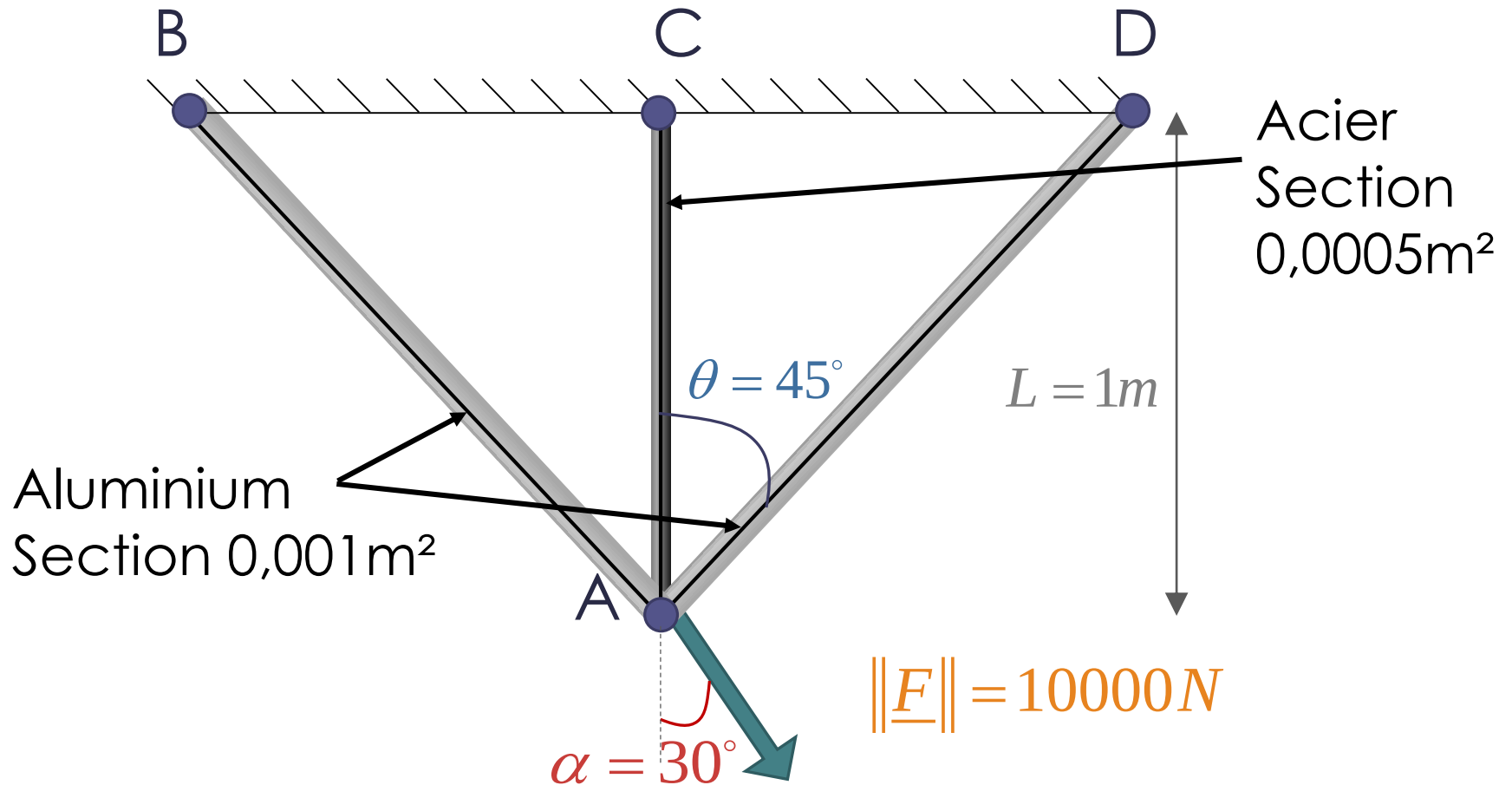
A 3D static wireframe diagram showing a structure with four nodes and four edges. The edges are colored black, green, yellow, and red, representing a linear stress distribution. The structure is a simple truss or frame.

DYNAMIQUE

A 3D dynamic wireframe diagram showing a structure with four nodes and four edges. The edges are colored with a rainbow gradient, representing a non-linear stress distribution. The structure is a simple truss or frame.



Solutions analytiques

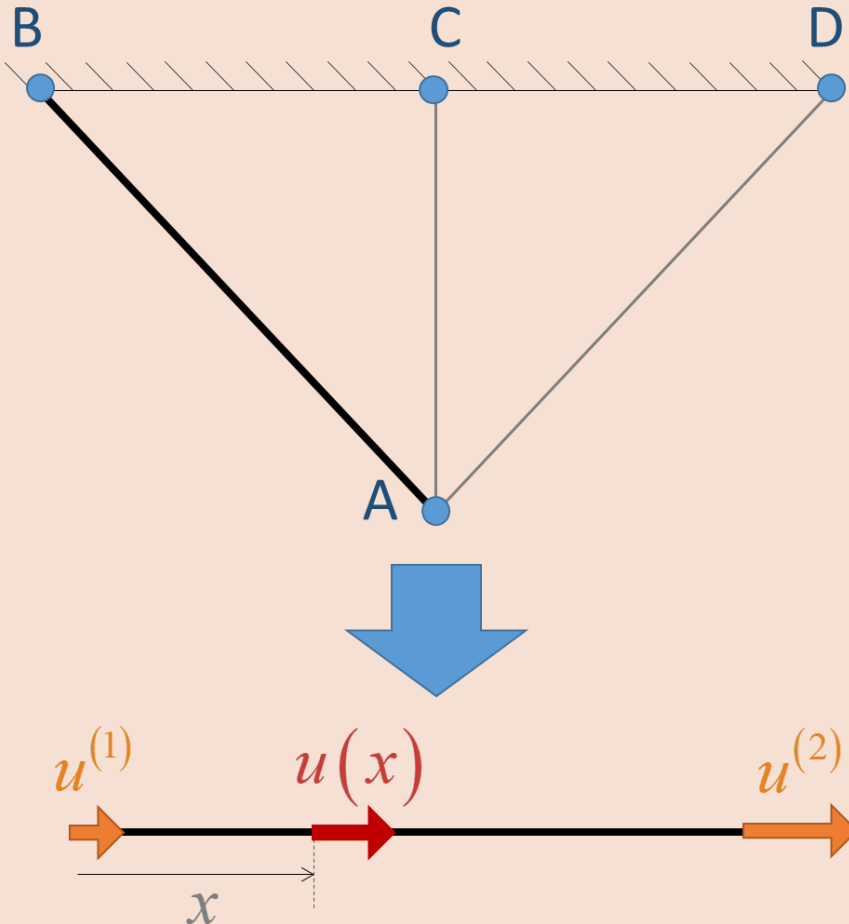


Etape 1 : fonction de formes

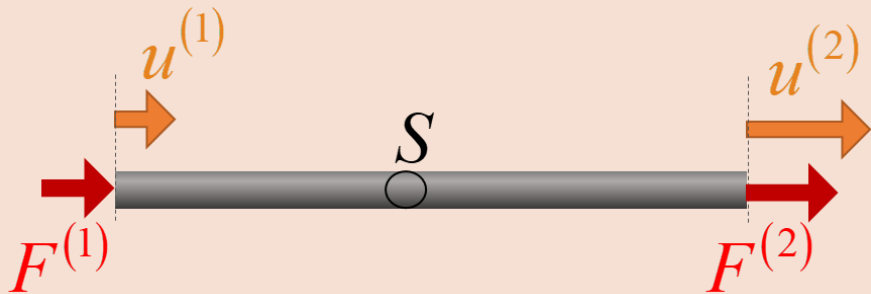
- **Hypothèse** : un seul degré de liberté par nœud
- **Hypothèse** : déplacement linéaire le long de la barre

$$\begin{cases} u(x) = \alpha + \beta x \\ u(0) = u^{(1)} \Rightarrow \alpha = u^{(1)} \\ u(l) = u^{(2)} \Rightarrow \beta = \frac{u^{(2)} - u^{(1)}}{l} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{u(x) = u^{(1)} + \frac{u^{(2)} - u^{(1)}}{l} x}$$



Etape 2 : comportement de l'élément



$$-\frac{F^{(1)}}{S} = \frac{F^{(2)}}{S} = E \times \frac{du(x)}{dx}$$

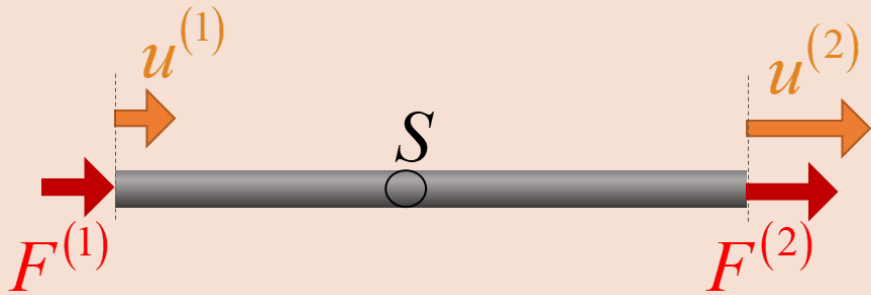
- Fonctions de formes : $u(x) = \sum_{i=1}^n N_i(x) u^{(i)}$

$$\frac{du(x)}{dx} = \frac{dN_1(x)}{dx} u^{(1)} + \frac{dN_2(x)}{dx} u^{(2)}$$

- En utilisant les formes précédentes :

$$\begin{cases} N_1(x) = 1 - x/L \\ N_2(x) = x/L \end{cases} \Rightarrow \varepsilon = \frac{du(x)}{dx} = -\frac{1}{L} u^{(1)} + \frac{1}{L} u^{(2)} = \frac{1}{L} \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{(1)} \\ u^{(2)} \end{pmatrix}$$

Etape 2 : comportement de l'élément



$$\varepsilon = \frac{1}{L} \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{(1)} \\ u^{(2)} \end{pmatrix}$$

- En reprenant la loi de Hooke :

$$\sigma = \frac{F^{(2)}}{S} = E\varepsilon \Rightarrow F^{(2)} = ES\varepsilon = \frac{ES}{L} \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{(1)} \\ u^{(2)} \end{pmatrix}$$

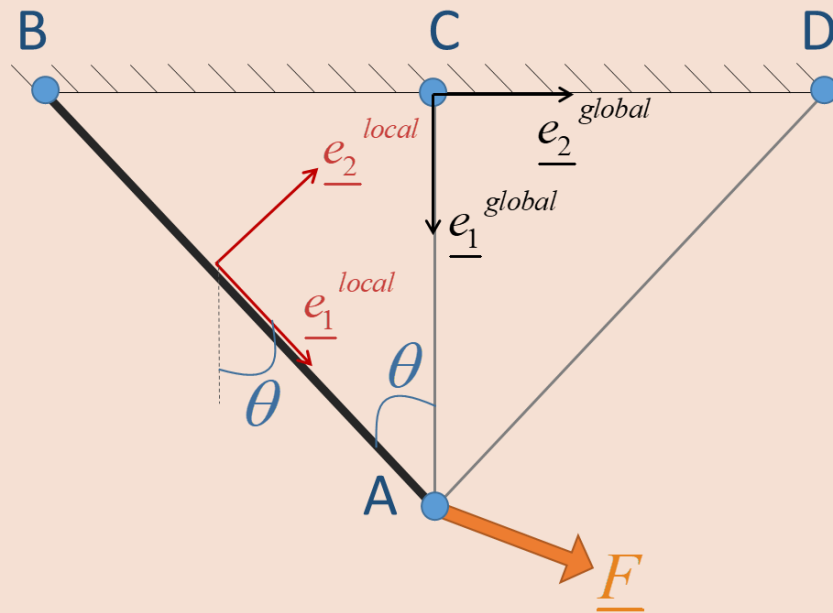
$$\sigma = -\frac{F^{(1)}}{S} = E\varepsilon \Rightarrow F^{(1)} = -ES\varepsilon = \frac{ES}{L} \begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{(1)} \\ u^{(2)} \end{pmatrix}$$

- Ou encore :

$$\begin{pmatrix} F^{(1)} \\ F^{(2)} \end{pmatrix} = \frac{ES}{L} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{(1)} \\ u^{(2)} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathbf{f}_e = \mathbf{K}_e \mathbf{u}_e$$

Etape 3 : repère de la structure



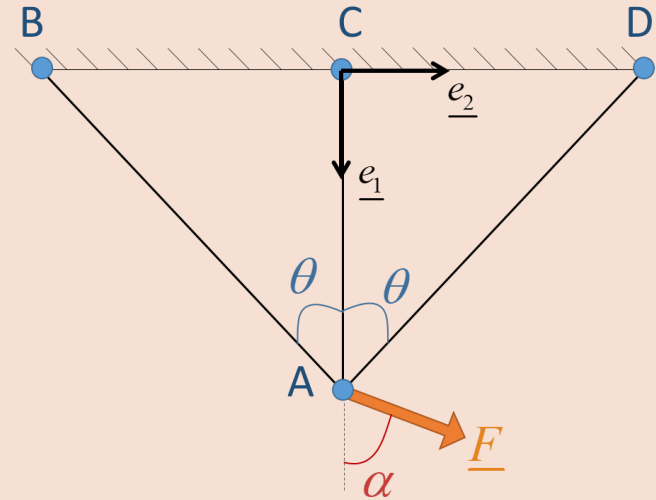
$$(\mathbf{K}_e^{AB})^{global} = \frac{E^{AB} S^{AB}}{L/c} \begin{pmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{pmatrix}$$

$$(\mathbf{K}_e^{AC})^{global} = \frac{E^{AC} S^{AC}}{L} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(\mathbf{K}_e^{AD})^{global} = \frac{E^{AD} S^{AD}}{L/c} \begin{pmatrix} c^2 & -cs & -c^2 & cs \\ -cs & s^2 & cs & -s^2 \\ -c^2 & cs & c^2 & -cs \\ cs & -s^2 & -cs & s^2 \end{pmatrix}$$

Etape 4 : assemblage des matrices élémentaires

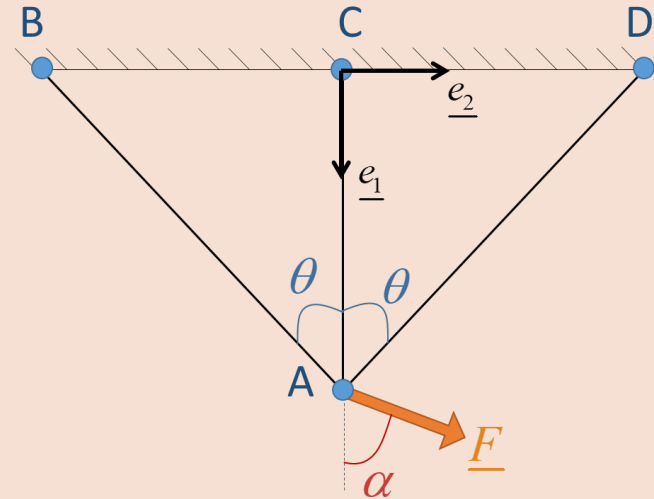
$$\mathbf{f}_s = \mathbf{K}_s \mathbf{q}_s$$



$$\begin{pmatrix} F_1^A \\ F_2^A \\ F_1^B \\ F_2^B \\ F_1^C \\ F_2^C \\ F_1^D \\ F_2^D \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} K_{11}^{AB} + K_{11}^{AC} + K_{11}^{AD} & K_{12}^{AB} + K_{12}^{AC} + K_{12}^{AD} & K_{13}^{AB} & K_{14}^{AB} & K_{13}^{AC} & K_{14}^{AC} & K_{13}^{AD} & K_{14}^{AD} \\ K_{21}^{AB} + K_{21}^{AC} + K_{21}^{AD} & K_{22}^{AB} + K_{22}^{AC} + K_{22}^{AD} & K_{23}^{AB} & K_{24}^{AB} & K_{23}^{AC} & K_{24}^{AC} & K_{23}^{AD} & K_{24}^{AD} \\ & K_{31}^{AB} & K_{32}^{AB} & & & & & \\ & K_{41}^{AB} & K_{42}^{AB} & & & & & \\ & K_{31}^{AC} & K_{32}^{AC} & & & & & \\ & K_{41}^{AC} & K_{42}^{AC} & & & & & \\ & K_{31}^{AD} & K_{32}^{AD} & & & & & \\ & K_{41}^{AD} & K_{42}^{AD} & & & & & \end{pmatrix}}_{\mathbf{K}_s} \underbrace{\begin{pmatrix} u_1^A \\ u_2^A \\ u_1^B \\ u_2^B \\ u_1^C \\ u_2^C \\ u_1^D \\ u_2^D \end{pmatrix}}_{\mathbf{q}_s}$$

Etape 5 : conditions aux limites

- Jusqu'ici : pas de prise en compte des **conditions aux limites**
- Dans cet exemple : degrés de libertés **nuls** en B, C, D et effort **connu** en A !
- Si on ne s'intéresse qu'au point A par exemple :



$$\begin{pmatrix} F_1^A = F \cos \alpha \\ F_2^A = F \sin \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{11}^{AB} + K_{11}^{AC} + K_{11}^{AD} & K_{12}^{AB} + \cancel{K_{12}^{AC}} + K_{12}^{AD} \\ K_{21}^{AB} + \cancel{K_{21}^{AC}} + K_{21}^{AD} & K_{22}^{AB} + \cancel{K_{22}^{AC}} + K_{22}^{AD} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1^A \\ u_2^A \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} F \cos \alpha \\ F \sin \alpha \end{pmatrix} = \frac{1}{L} \begin{pmatrix} E^{AB} S^{AB} c^3 + E^{AC} S^{AC} + E^{AD} S^{AD} c^3 & E^{AB} S^{AB} c^2 s - E^{AD} S^{AD} c^2 s \\ E^{AB} S^{AB} c^2 s - E^{AD} S^{AD} c^2 s & E^{AB} S^{AB} c s^2 + E^{AD} S^{AD} c s^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1^A \\ u_2^A \end{pmatrix}$$

Etape 5 : conditions aux limites

$$\begin{pmatrix} F \cos \alpha \\ F \sin \alpha \end{pmatrix} = \frac{1}{L} \begin{pmatrix} E^{AB} S^{AB} c^3 + E^{AC} S^{AC} + E^{AD} S^{AD} c^3 & E^{AB} S^{AB} c^2 s - E^{AD} S^{AD} c^2 s \\ E^{AB} S^{AB} c^2 s - E^{AD} S^{AD} c^2 s & E^{AB} S^{AB} c s^2 + E^{AD} S^{AD} c s^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1^A \\ u_2^A \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} F \cos \alpha \\ F \sin \alpha \end{pmatrix} = \frac{1}{L} \begin{pmatrix} E^{AC} S^{AC} + (E^{AD} S^{AD} + E^{AB} S^{AB}) c^3 & (E^{AB} S^{AB} - E^{AD} S^{AD}) c^2 s \\ (E^{AB} S^{AB} - E^{AD} S^{AD}) c^2 s & (E^{AB} S^{AB} + E^{AD} S^{AD}) c s^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1^A \\ u_2^A \end{pmatrix}$$

imposé

inconnu

2 équations, 2 inconnues → on peut résoudre !

→ On détermine les déplacements inconnus en A

- Aux points B, C et D : $u_1^B = u_2^B = u_1^C = u_2^C = u_1^D = u_2^D = 0$
- Efforts inconnus en ces points : **6 équations, 6 inconnues : OK !**

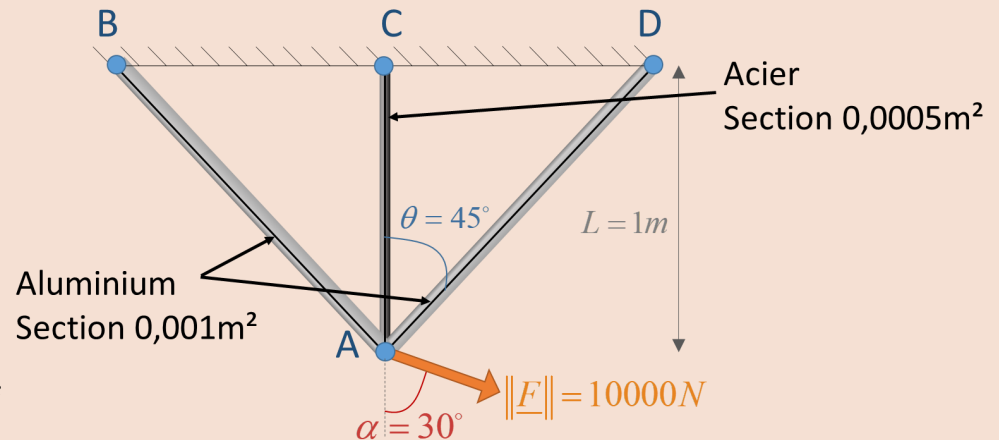
→ On détermine les efforts inconnus en B,C,D

Etape finale : résolution !

$$\begin{pmatrix} F \cos \alpha \\ F \sin \alpha \end{pmatrix} = \frac{1}{L} \begin{pmatrix} E^{AC} S^{AC} + (E^{AD} S^{AD} + E^{AB} S^{AB}) c^3 & (E^{AB} S^{AB} - E^{AD} S^{AD}) c^2 s \\ (E^{AB} S^{AB} - E^{AD} S^{AD}) c^2 s & (E^{AB} S^{AB} + E^{AD} S^{AD}) c s^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1^A \\ u_2^A \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{q}_s = \mathbf{K}_s^{-1} \mathbf{f}_s$$

→ Méthode directe



```
theta=pi/4;c=cos(theta);s=sin(theta);
```

```
alpha=pi/6;
```

```
E_AC=210e9;%acier E=210GPa= 210e9N/m²
```

```
E_AB=70e9;%alu E=70GPa=70e9N/m²
```

```
E_AD=E_AB;%alu
```

```
S_AC=0.0005;%en m²
```

```
S_AB=0.001;%en m²
```

```
S_AD=S_AB;
```

```
F=10000;% en N
```

```
L=1;%en m
```

```
F_s=[F*cos(alpha);F*sin(alpha)];
```

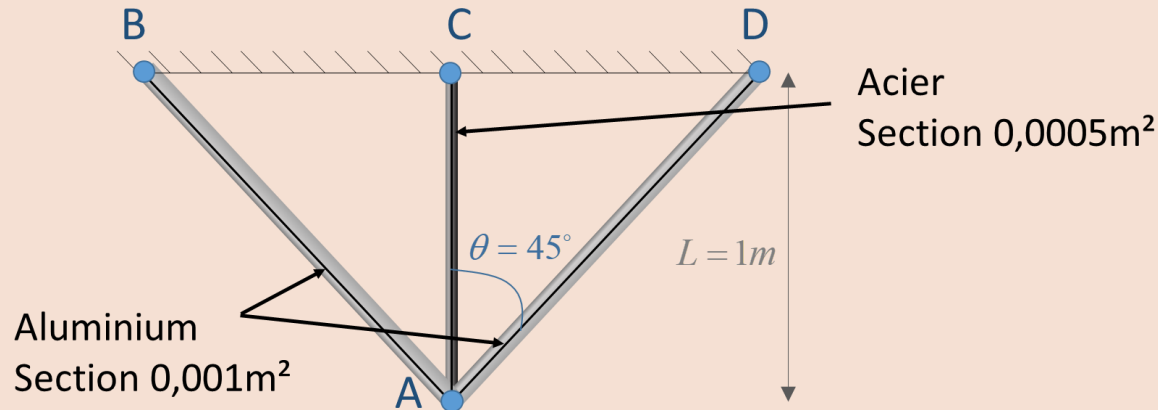
```
K_s=(1/L)*[E_AC*S_AC+(E_AD*S_AD+E_AB*S_AB)*c³ (E_AB*S_AB-E_AD*S_AD)*c²*s;...
```

```
(E_AB*S_AB-E_AD*S_AD)*c²*s (E_AD*S_AD+E_AB*S_AB)*c*s*s];
```

```
u=inv(K_s)*(F_s);
```

$$\begin{pmatrix} u_1^A \\ u_2^A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.056054 \times 10^{-3} \text{ m} = 56.054 \mu\text{m} \\ 0.101015 \times 10^{-3} \text{ m} = 101.015 \mu\text{m} \end{pmatrix}$$

Dynamique : ajout de la contribution de la masse



$$\mathbf{K}_e \mathbf{q}_e + \mathbf{M}_e \ddot{\mathbf{q}}_e = \mathbf{f}_e$$

$$\mathbf{K}_e = \frac{ES}{L} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M}_s = \rho S \int_0^L \begin{pmatrix} N_1 & 0 \\ 0 & N_1 \\ N_2 & 0 \\ 0 & N_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 \end{pmatrix} dx = \dots = \frac{\rho S L^2}{6} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

■ Système global :

$$\begin{pmatrix} F_1^{(1)} \\ F_2^{(1)} \\ F_1^{(2)} \\ F_2^{(2)} \end{pmatrix} = \frac{ES}{L} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1^{(1)} \\ u_2^{(1)} \\ u_1^{(2)} \\ u_2^{(2)} \end{pmatrix} + \frac{\rho S L^2}{6} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{u}_1^{(1)} \\ \ddot{u}_2^{(1)} \\ \ddot{u}_1^{(2)} \\ \ddot{u}_2^{(2)} \end{pmatrix}$$

Dynamique : ajout de la contribution de la masse

- Passage au repère global : changements de base

$$(\mathbf{K}_e^{AB})^{global} = \frac{E^{AB} S^{AB}}{L/c} \begin{pmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{pmatrix} \quad (\mathbf{M}_e^{AB})^{global} = \frac{\rho^{AB} S^{AB} (L/c)^2}{6} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(\mathbf{K}_e^{AC})^{global} = \frac{E^{AC} S^{AC}}{L} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\mathbf{M}_e^{AC})^{global} = \frac{\rho^{AC} S^{AC} L}{6} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(\mathbf{K}_e^{AD})^{global} = \frac{E^{AD} S^{AD}}{L/c} \begin{pmatrix} c^2 & -cs & -c^2 & cs \\ -cs & s^2 & cs & -s^2 \\ -c^2 & cs & c^2 & -cs \\ cs & -s^2 & -cs & s^2 \end{pmatrix} \quad (\mathbf{M}_e^{AD})^{global} = \frac{\rho^{AD} S^{AD} (L/c)^2}{6} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Dynamique : ajout de la contribution de la masse

- Assemblage : matrices de sélection
- Exemple au point **A** :

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{L} \begin{pmatrix} E^{AB} S^{AB} c^3 + E^{AC} S^{AC} + E^{AD} S^{AD} c^3 & E^{AB} S^{AB} c^2 s - E^{AD} S^{AD} c^2 s \\ E^{AB} S^{AB} c^2 s - E^{AD} S^{AD} c^2 s & E^{AB} S^{AB} c s^2 + E^{AD} S^{AD} c s^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1^A \\ u_2^A \end{pmatrix} \\ + \frac{L^2}{3} \begin{pmatrix} (\rho^{AB} S^{AB} + \rho^{AD} S^{AD}) / c^2 + \rho^{AC} S^{AC} & (\rho^{AD} S^{AD} - \rho^{AB} S^{AB}) / c^2 \\ (\rho^{AD} S^{AD} - \rho^{AB} S^{AB}) / c^2 & (\rho^{AB} S^{AB} + \rho^{AD} S^{AD}) / c^2 + \rho^{AC} S^{AC} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{u}_1^A \\ \ddot{u}_2^A \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathbf{K}_s \mathbf{q}_s + \mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{q}}_s = \mathbf{0}$$

- Solution sous la forme $\mathbf{q}_s(t) = \mathbf{Q} e^{i\omega t}$ avec $\omega = 2\pi f$ la pulsation propre

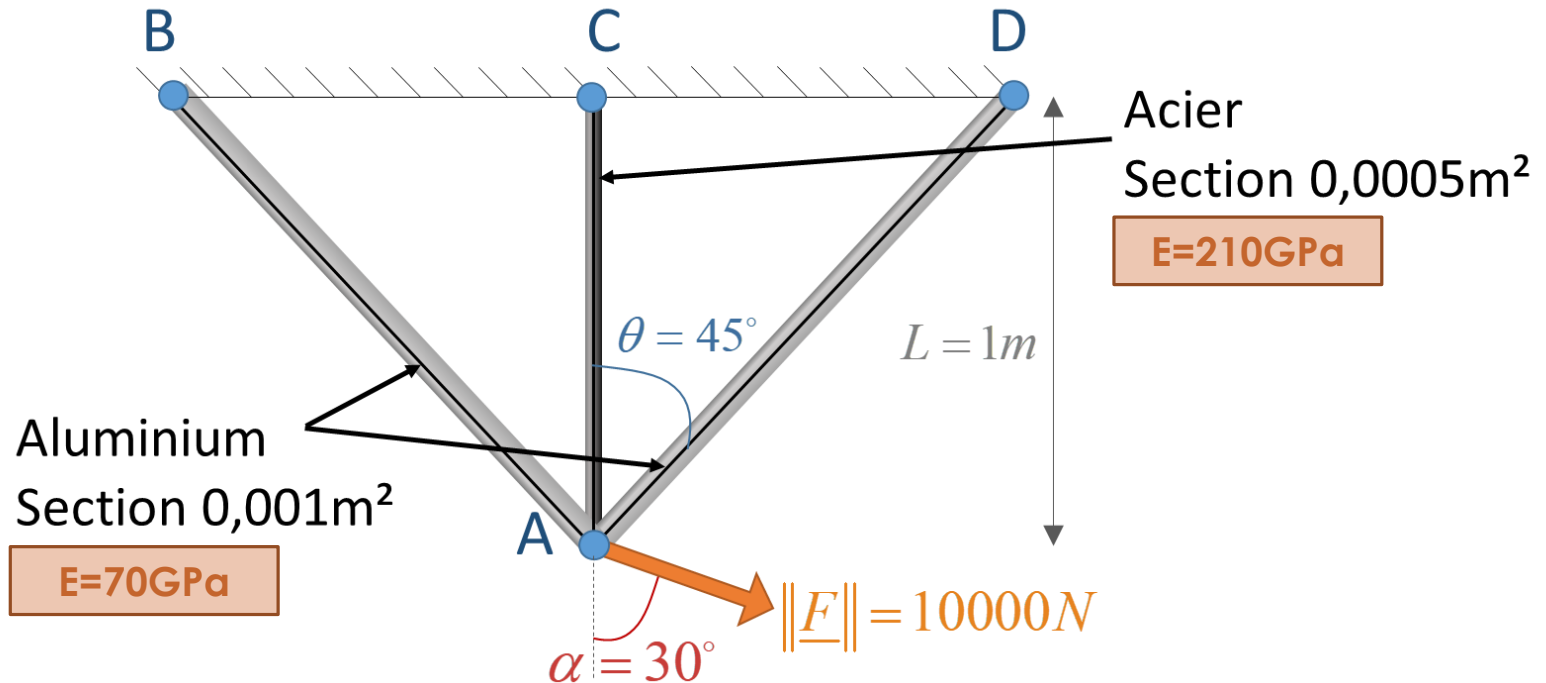
$$\begin{cases} \mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{q}}_s(t) + \mathbf{K}_s \mathbf{q}_s(t) = \mathbf{0} \\ \mathbf{q}_s(t) = \mathbf{Q} e^{i\omega t} \end{cases} \Rightarrow (i\omega)^2 \mathbf{M}_s \mathbf{q}_s(t) = -\mathbf{K}_s \mathbf{q}_s(t) \Rightarrow \det(\mathbf{K}_s - \omega^2 \mathbf{M}_s) = 0$$

- Résolution : deux fréquences

$$f_1 = 466 \text{ Hz}$$

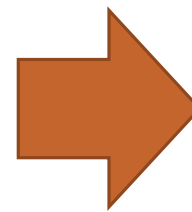
$$f_2 = 823 \text{ Hz}$$

Solutions analytiques



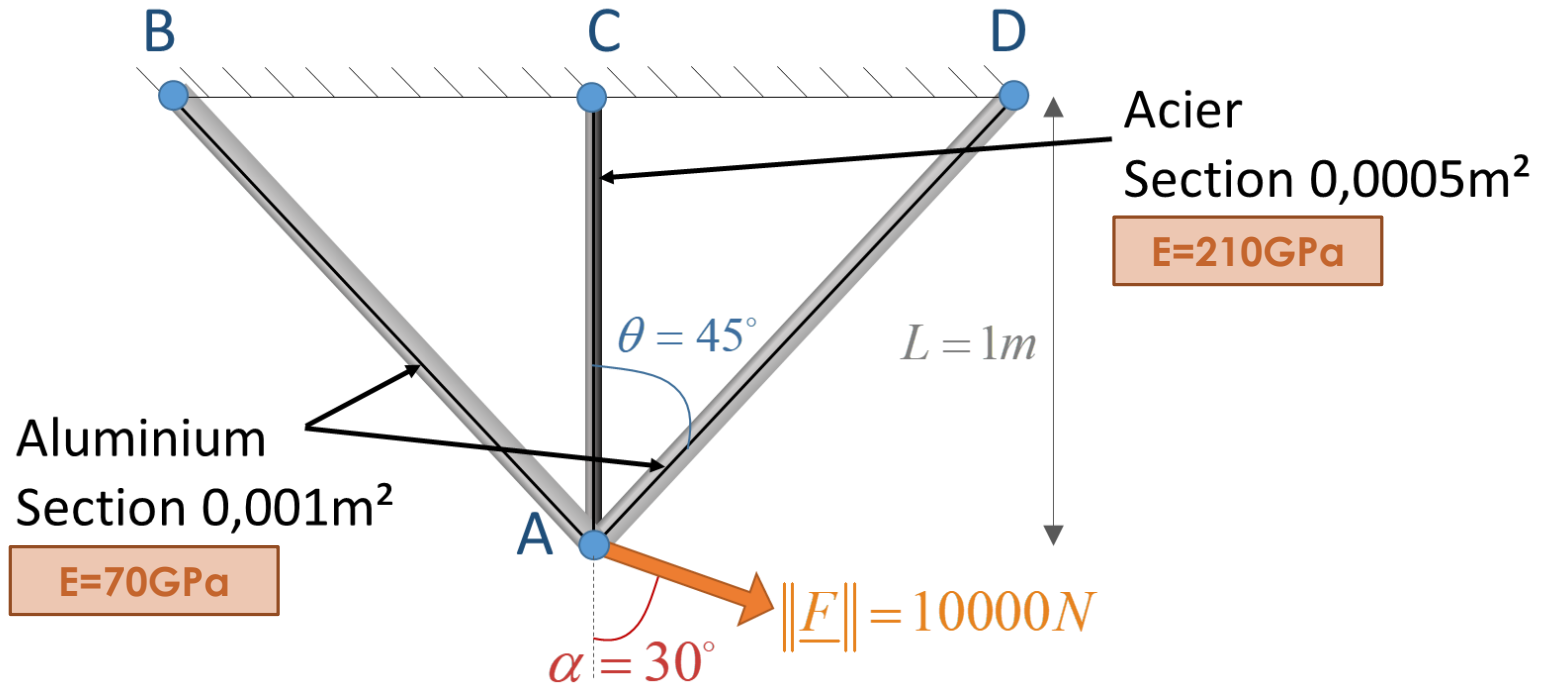
En **statique** : au point A

$$\mathbf{f}_s = \mathbf{K}_s \mathbf{q}_s \Rightarrow \mathbf{q}_s = \mathbf{K}_s^{-1} \mathbf{f}_s$$



$$\begin{pmatrix} u_1^A \\ u_2^A \end{pmatrix}_{(\underline{e}_1, \underline{e}_2)}^{theorique} = \begin{pmatrix} 56.054 \mu m \\ 101.015 \mu m \end{pmatrix}$$

Solutions analytiques



En **dynamique** : traction-compression seulement

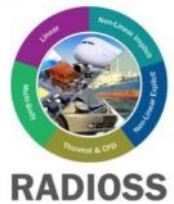
$$\begin{cases} \mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{q}}_s(t) + \mathbf{K}_s \mathbf{q}_s(t) = \mathbf{0} \\ \mathbf{q}_s(t) = \mathbf{Q}e^{i\omega t} \end{cases} \Rightarrow \det(\mathbf{K}_s - \omega^2 \mathbf{M}_s) = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} f_1 = 466.27\text{Hz} \\ f_2 = 823.56\text{Hz} \end{cases}$$



Modélisation “poutre” *calcul statique*

Logiciels utilisant la MEF

- ✓ Principaux logiciels commerciaux



Marc®

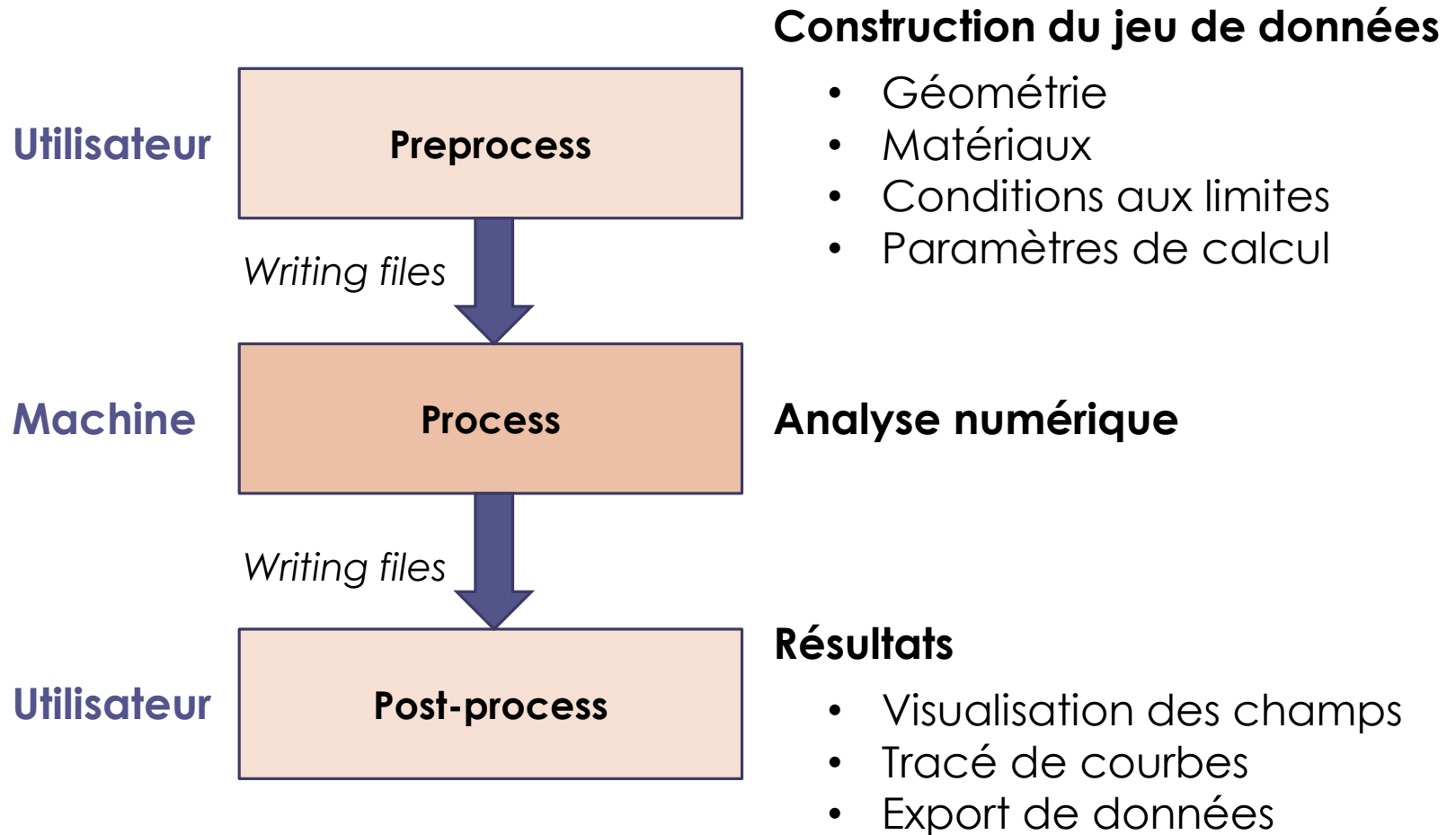


Sélectionné à l'ENSEM en raison des partenaires industriels

- ✓ Open source (orientés recherche)

- ADVENTURE
- Code Aster (EDF)
- Elmer
- FEbio (biomechanics)
- DANSOFT (geotechnics)
- Warp3D
- ParaFEM
- Open FEM
- CALCULIX
- FreeFEM++
- ...

Procédure dans les codes utilisant la MEF



ABAQUS : les trois étapes sont dans le même logiciel

Fichiers entrée / sortie

- ❑ **.cae** : contient le modèle et les calculs (celui que l'on ré-ouvre)
- ❑ **.jnl** : journal , repertoriant ce qui a été sauvegardé sur le disque
- ❑ **.rec**: ce qui a été fait depuis la dernière sauvegarde
- ❑ **.inp**: fichier d'entrée écrit par Abaqus CA, prêt à être envoyé au process
→ peut être écrit directement (sans preprocess)
- ❑ **.odb**: contient les résultats de l'analyse
- ❑ **.res**: restart : pour continuer une analyse interrompue
- ❑ **.msg**: messages d'informations sur le déroulement du calcul

✓ **Attention au répertoire d'écriture!!** → File / Set work Directory

Présentation d'Abaqus

The screenshot displays the Abaqus/CAE 6.13-1 interface. On the left, the 'Model Database' tree shows a hierarchy starting with 'Model-1', containing 'Parts', 'Materials', 'Calibrations', 'Sections', 'Profiles', 'Assembly', 'Steps (1)', 'Field Output Requests', 'History Output Requests', 'Time Points', 'ALE Adaptive Mesh Constraints', 'Interactions', 'Interaction Properties', 'Contact Controls', 'Contact Initializations', 'Contact Stabilizations', 'Constraints', 'Connector Sections', 'Fields', 'Amplitudes', 'Loads', 'BCs', 'Predefined Fields', 'Remeshing Rules', 'Optimization Tasks', 'Sketches', 'Annotations', 'Analysis', 'Jobs', 'Adaptivity Processes', 'Co-executions', and 'Optimization Processes'. The 'Modules' menu is open, showing options: Part, Property, Assembly, Step, Interaction, Load, Mesh, Optimization, Job, Visualization, and Sketch. A bracket groups these modules with the text 'Modules = sections du modèles à compléter'. The 'Create Part' dialog is open, showing 'Name: Part-1', 'Modeling Space' (3D selected), 'Type' (Deformable selected), 'Options' (None available), 'Base Feature' (Shape: Solid selected, Type: Extrusion selected), and 'Approximate size: 200'. A message box at the bottom left states: 'A new model database has been created. The model "Model-1" has been created.'

Modules
= sections du modèles à compléter

Attention :

- Pas de ctrl-z → chercher dans l'arbre...!
- Touche « **ctrl** » pour la multi-sélection = bouton « **shift** »
- Sauvegarder !

Action attendue

Fill out the Create Part dialog

Arbre du modèle:
Contient toutes les propriétés du calcul

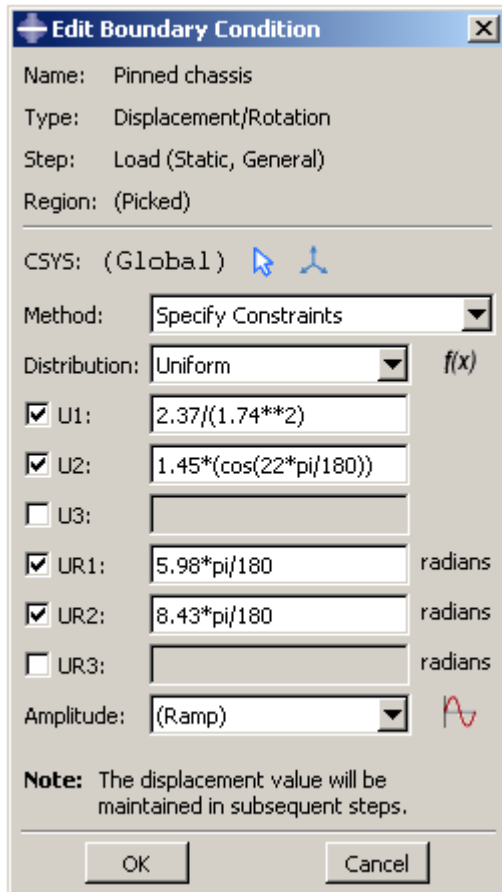
A new model database has been created.
The model "Model-1" has been created.

Zone de messages : dernière action effectuée

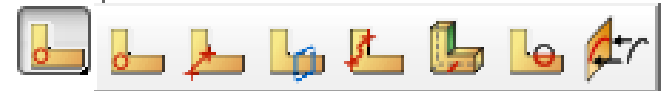
Les différents modules pour le pré-traitement

- ❑ **Part** —————> Importer ou dessiner les pièces
- ❑ **Property** —————> Définir des sections et des matériaux
- ❑ **Assembly** —————> Créer un assemblage de pièces
- ❑ **Step** —————> Type d'analyse et paramètres du calcul
- ❑ **Interactions** —> Contacts entre parties du modèle
- ❑ **Load** —————> Définir les chargements et conditions aux limites
- ❑ **Mesh** —————> Créer le maillage
- ❑ **Optimization** —> Tâche d'optimisation → **rien en 2A !**
- ❑ **Job** —————> Soumettre un calcul et suivre l'avancement
- ❑ **Visualization** —> Post-traitement des résultats du calcul
- ❑ **Sketch** —————> Créer des rapports à l'issue du post-traitement

Trucs et astuces



- ✓ Première chose à faire : **définir son répertoire de travail !!**
→ File → set work directory
- ✓ Bon à savoir: Abaqus comprend Python !!
- ✓ Quand l'icône  apparaît près d'une fonction:
→ **manager** permettant d'éditer cette fonction
- ✓ Quand une fonction est suivie du triangle 
→ **cliquer + maintenir** : plusieurs options

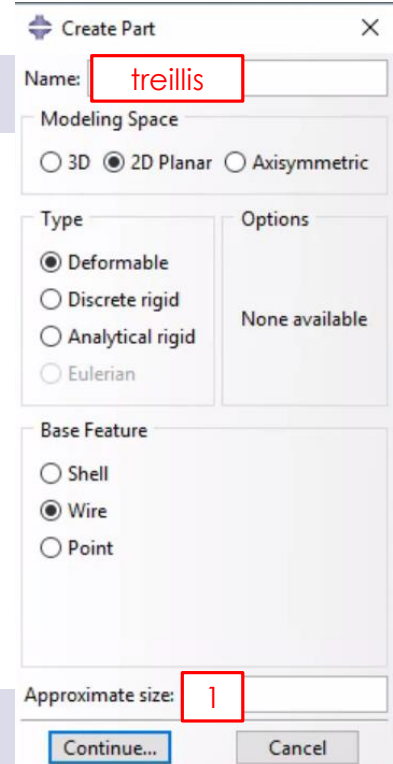


Type de modélisation

- ✓ Définir son répertoire de travail (*set work directory*)
- ✓ Créer une pièce : 
- ✓ Première étude : *2D planar, deformable*, « *base feature* » = *wire*
- ✓ Taille approximative de l'esquisse = 1 (~1 mètres)
→ **Attention** : ça n'est pas la taille du treillis !

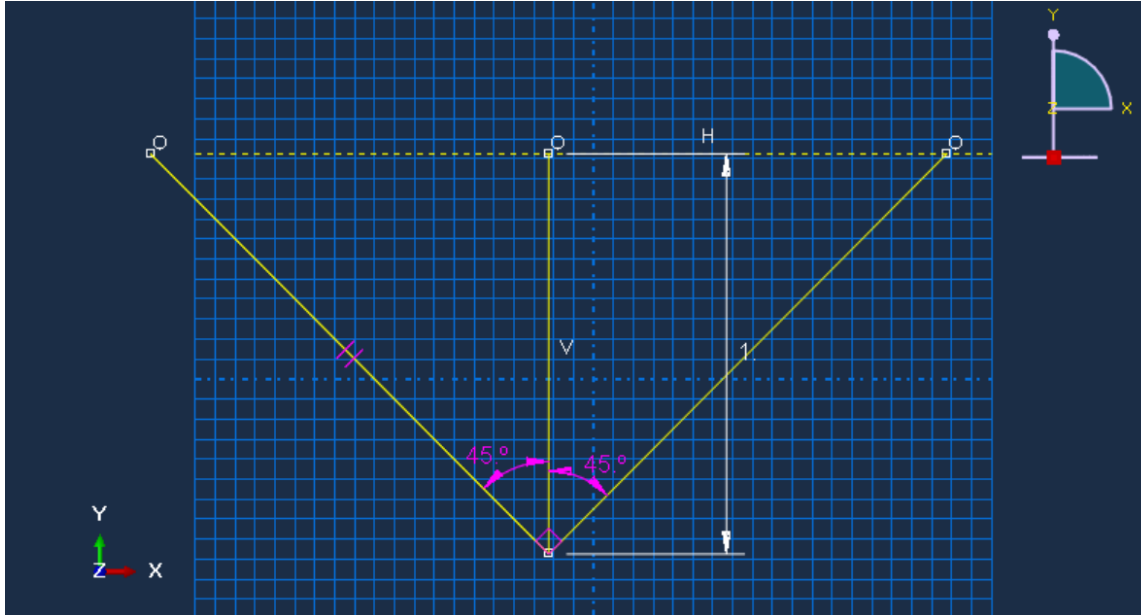
Important : les unités dans Abaqus

- ✓ Le code ne possède pas de système d'unités !!
- ✓ Cohérence : dessin en mètre → pression en $\text{N/m}^2 = \text{Pa}$
dessin en millimètre → pression en $\text{N/mm}^2 = \text{MPa}$
- ✓ Conseil : unités du système international tout le temps !



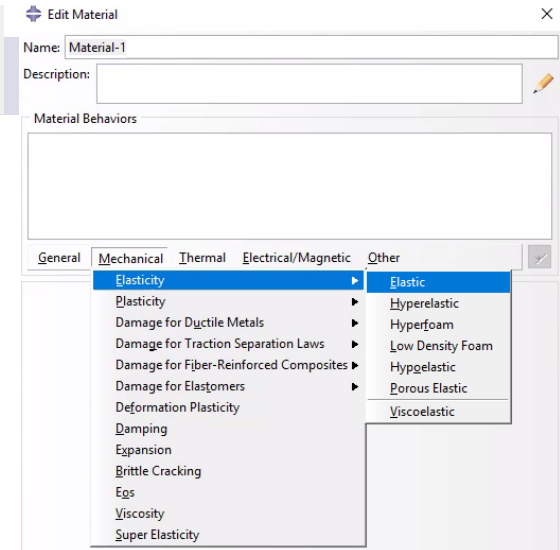
Modélisation “poutre” : module PART

- ✓ Créer des lignes 
 - solution #1 : entrer les coordonnées des points
 - Solution #2 : dessiner puis entrer des cotations 
- ✓ **Si besoin** : se servir des géométries de construction « *create construction* » et des contraintes « *add constraint* »
- ✓ Quand tout est fini →  Sketch the section for the wire 



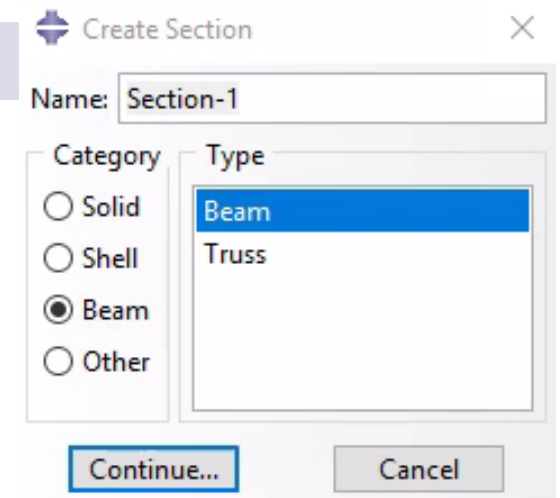
Définir les matériaux

- ✓ Pas de catalogue → entrer les propriétés!
- ✓ **Hypothèse** : les matériaux sont **élastiques linéaires isotropes**
 - Modules d'Young
 - + coefficient de Poisson
- ✓ **Attention** aux unités!!!



Définir une section

- ✓ Pourquoi faire ?
 - géométrie dessinée = ligne moyenne
 - il faut définir la section associée !
- ✓ Créer une section   associée à la ligne
 - Section de poutre « beam »



Modélisation “poutre” : module PROPERTY

Définir les profils



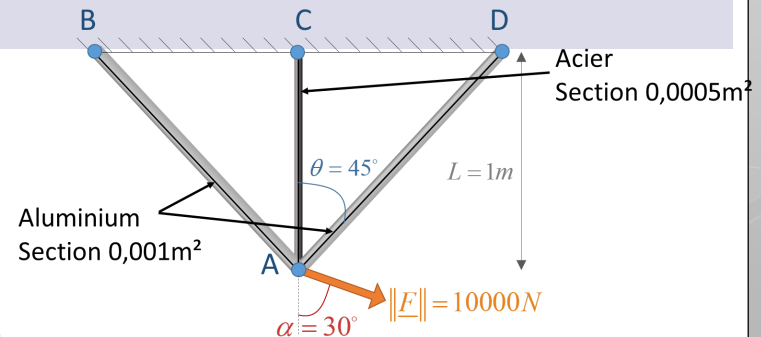
- ✓ Barres rondes / carrées : peu importe en traction/compression, seule la **section** compte !!
- ✓ Renseigner les deux profils
(rappels : Abaqus comprend Python!)

Hypothèse : les barres sont de sections **circulaires**

“Assigner” la section



- ✓ Pourquoi faire ?
→ il va y avoir plusieurs sections pour le même modèle!



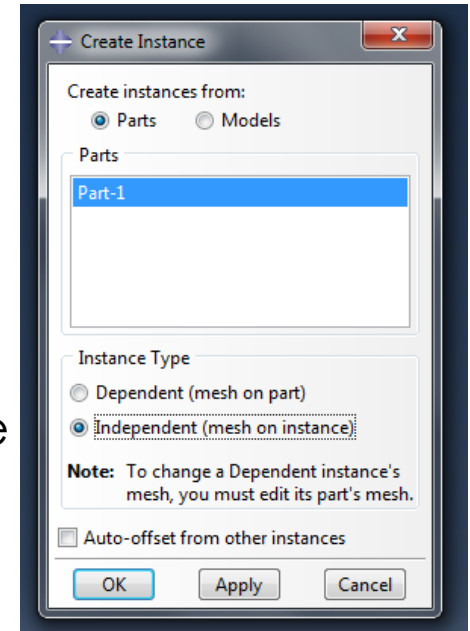
Assigner des orientations de section (“assign beam section orientation”)



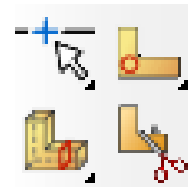
- ✓ Pourquoi faire ? Efforts normaux / transverses / etc
- ✓ Ici : par défaut !

Définir un assemblage

- ✓ Pourquoi faire ?
 - Abaqus ne considère que des assemblages!
 - Une seule pièce = assemblage quand même !
- ✓ Choisir « *independant (mesh on instance)* »
 - possibilité de mailler les pièces ou l'assemblage
 - ici : c'est la même chose !
 - on maillera l'assemblage complet (=instance)



- ✓ Outils de **transformation** des pièces dans l'assemblage



- ✓ Outils de **partition** des pièces pour faciliter le maillage ou les chargements

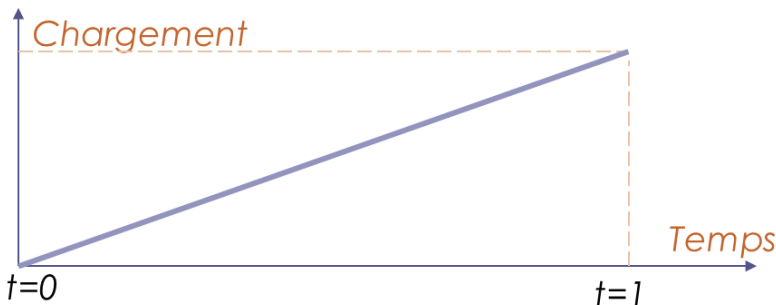
Définir le type de calcul



- ✓ Pourquoi faire ?
 - nombreuses possibilités : thermique, dynamique, ...
 - ici : *static, general*
- ✓ Paramètres temporels : pourquoi faire ?
 - nécessaire si non-linéaire (chap 6)
 - si HPP : *peu importe !*
- ✓ Nlgeom « geometrical non-linearities »

= HPP ou non

→ Si on veut retrouver le résultat RDM : Nlgeom = OFF !



Create Step

Name: Step-1

Insert new step after

Initial

Procedure type: General

Dynamic, Temp-disp, Explicit
Geostatic
Heat transfer
Mass diffusion
Soils
Static, General
Static, Riks

Continue... Cancel

Nlgeom: ☒ Off ☐ On

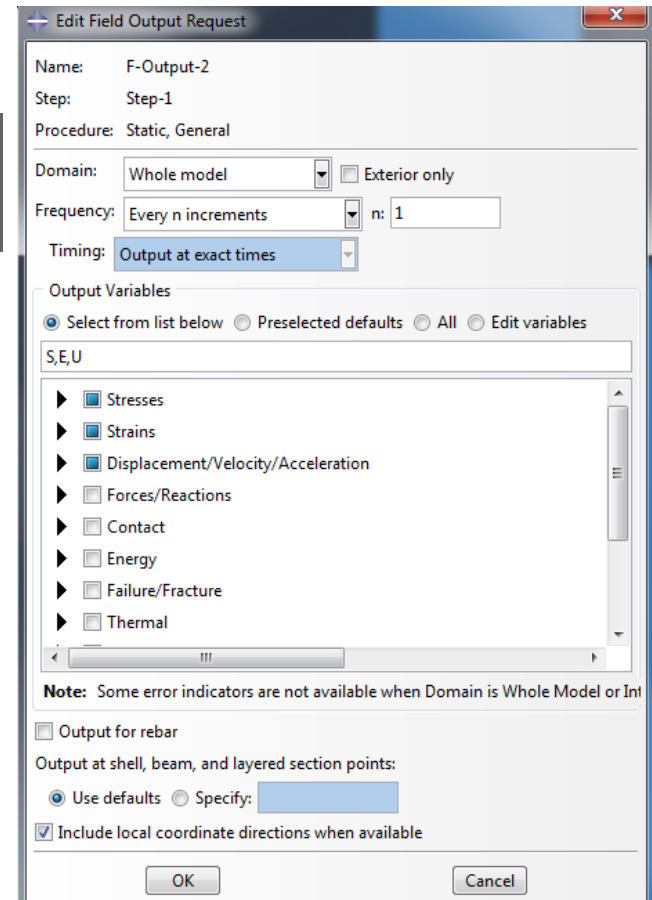
Maximum number of increments: 100

	Initial	Minimum	Maximum
Increment size:	1	1E-005	1

En HPP : un seul incrément de temps pour arriver au résultat

Définir ce qu'on veut calculer

- ✓ Pourquoi faire ?
 - on peut calculer quantités de champs
 - temps de calcul plus long !!
- ✓ définir un « field output request »
- ✓ Stresses (contraintes):
 - « stress components and invariants »
 - « Mises equivalent stress »
- ✓ Strains (déformations):
 - « E, total strain components »
- ✓ Displacement / velocity / acceleration
 - « Translations and rotations »



Définir les conditions aux limites



- ✓ Bloquer les déplacements sur les points supérieurs
→ create boundary condition : **displacements**

CSYS: (Global)  

☒ U1

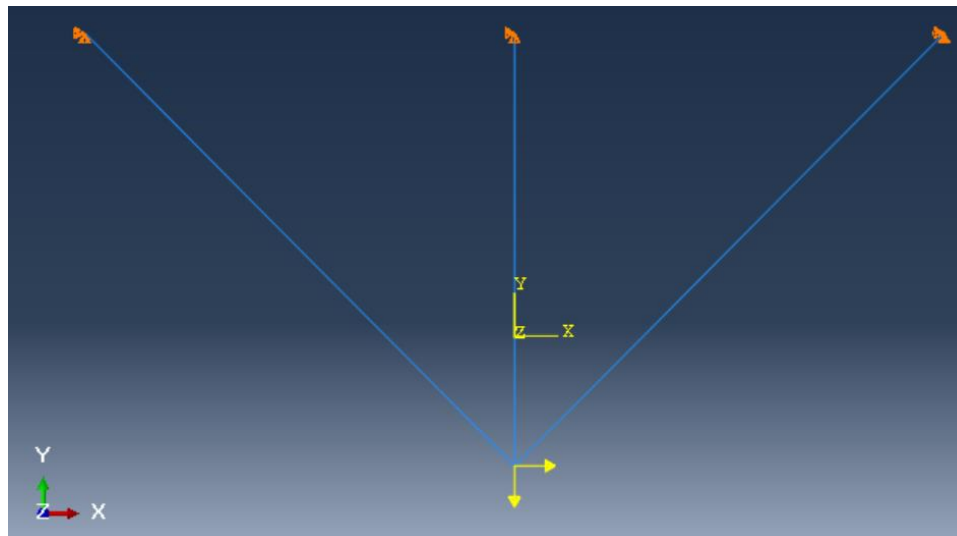
☒ U2

☐ UR3

Définir les chargements

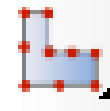


- ✓ Définir l'effort ponctuel : composantes dans les deux directions
- ✓ Rappel : Abaqus comprend python (sinus, cosinus, ...)



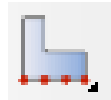
Créer un maillage

- ✓ **Etape 1 : « semer » les points** (« seed nodes »)



= définir la position des nœuds → taille approximative globale

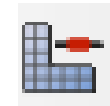
→ **alternative** : côté par côté



→ par taille ou par nombre

→ maillage utilisé pour la solution analytique : **1 seul élément par barre !**

- ✓ **Etape 2 : type de maillage** (« assign mesh controls »)



= choisir triangles / quadrangles / mélange des deux ?

→ ici : maillage 1D : pas le choix !!!

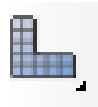
- ✓ **Etape 3 : type d'élément** (« assign element type »)



→ choisir des éléments linéaires

Geometric Order
☒ Linear ☐ Quadratic

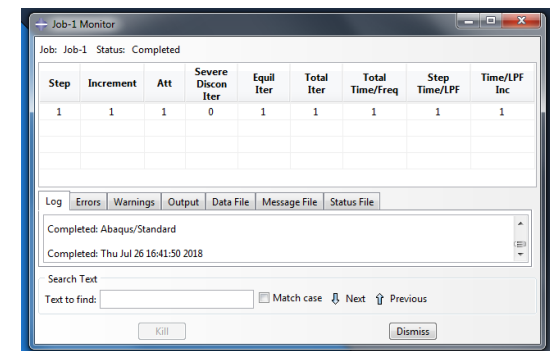
- ✓ **Etape 4 : mailler !**



OK to mesh the part instance?

Créer un “job”

- ✓ Pourquoi faire ?
 - Les calculs peuvent être délocalisés sur une autre machine
 - idée : écrire des fichiers de calcul + les envoyer au processeur
- ✓ Créer un nouveau « job » 
 - paramètres numériques : par défaut !
- ✓ Soumettre le job à la machine de calcul
 - solution #1 : arbre → clic droit sur « job » → « submit »
 - solution #2: ouvrir le manager  → submit
- ✓ Suivre l'évolution du calcul : « monitor »
- ✓ Si statut = « completed » → **results !**

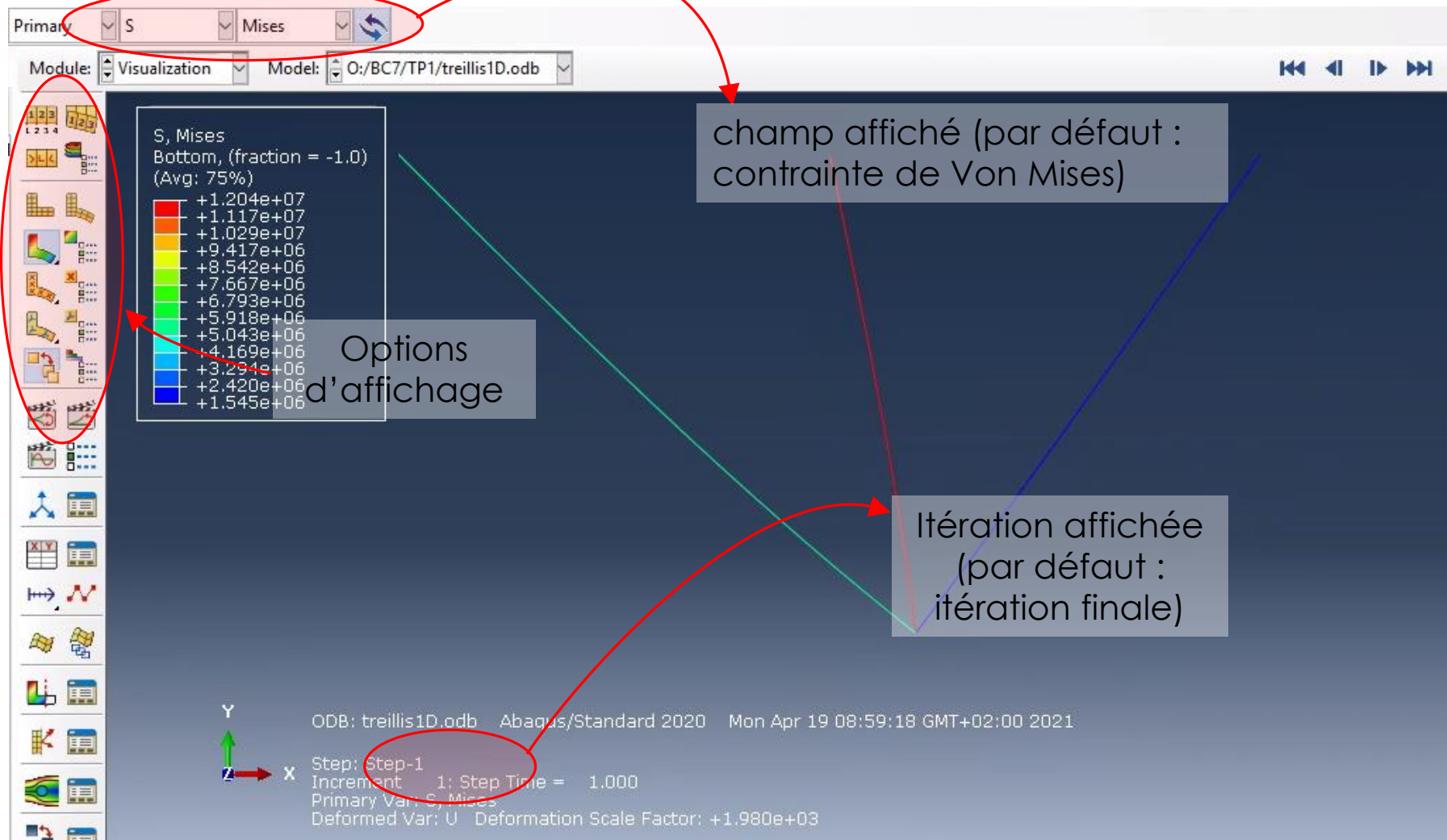




Sauvegardez votre travail !!!!

Enregistrez au format .cae qui contient votre jeu de données

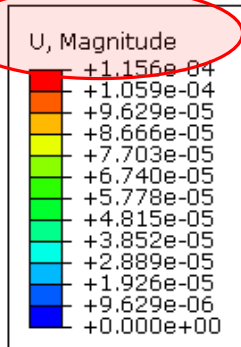
Modélisation "poutre" : onglet RESULTS



Pour mesurer des valeurs proprement : *Tools* → *query* → *nodes – probe values*

Modélisation "poutre" : onglet RESULTS

$$\begin{pmatrix} u_1^A \\ u_2^A \end{pmatrix}_{(\underline{e}_X, \underline{e}_Y)}^{numerique} = \begin{pmatrix} ?? \\ ?? \end{pmatrix}$$



Comparaison avec la solution analytique ?

Ici : magnitude $\|\underline{u}\| = \sqrt{\underline{u} \cdot \underline{u}}$

Facteur d' »agrandissement » pour la visualisation : pas à l'échelle 1 !!!



ODB: treillis1D.odb Abaqus/Standard 2020 Mon Apr 19 08:59:18 GMT+02:00 2021

Step: Step-1
Increment 1: Step Time = 1.000
Primary Var: U, Magnitude
Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +1.980e+03



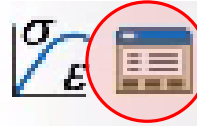
Modélisation “poutre” *calcul fréquentiel*

Modélisation “poutre” : jeu de données

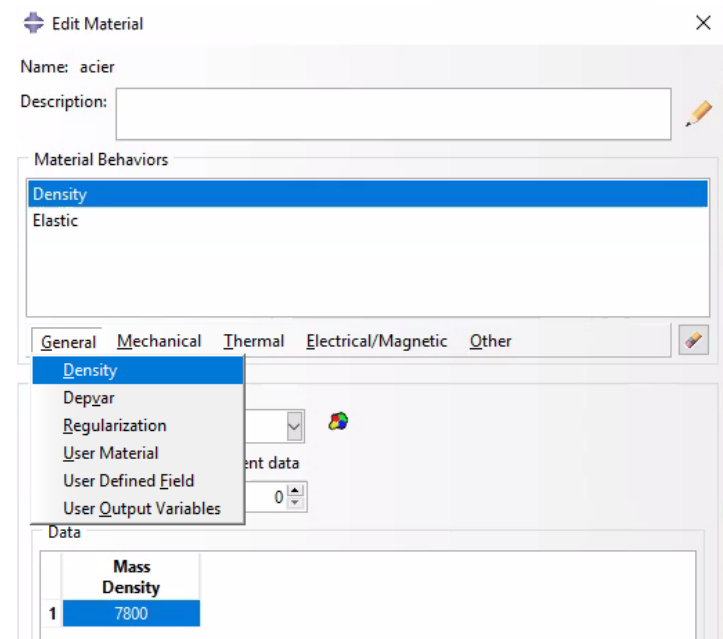
Objectif : calculer les modes de vibrations **libres** du treillis

Module “property”

- ✓ Ajouter des propriétés de masses :
→ éditer les 2 matériaux constitutifs
(attention : ne pas ajouter de nouveaux matériaux!)



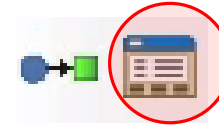
- ✓ *General* → *density*
- ✓ Ajouter la masse volumique de l'acier et de l'aluminium
→ attention : faux-ami « density »
→ masse volumique en kg/m^3 !!



Modélisation “poutre” : jeu de données

Module “step”

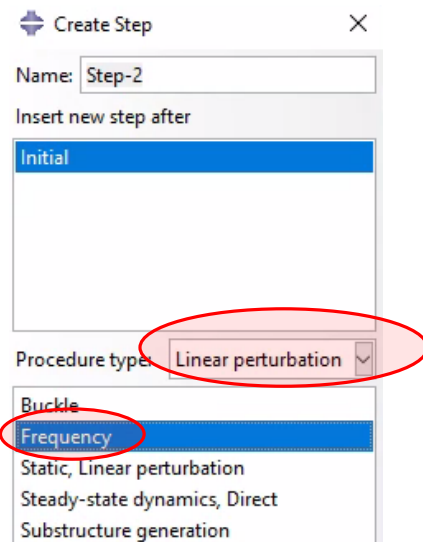
- ✓ Editer les « steps » précédents:
- ✓ Désactiver le « step » d'analyse statique



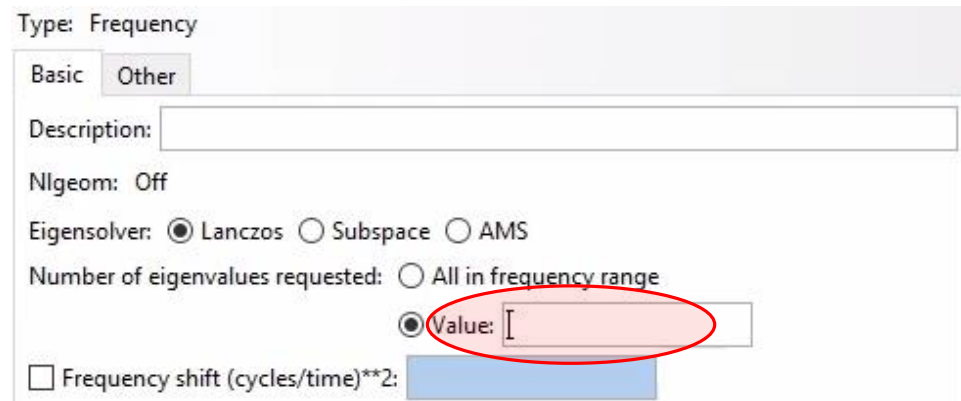
- ✓ Ajouter un « step »

Step Manager

	Name	Procedure	Nlgeom	Time
✓	Initial	(Initial)	N/A	N/A
✗	Step-1	Static, General	OFF	1



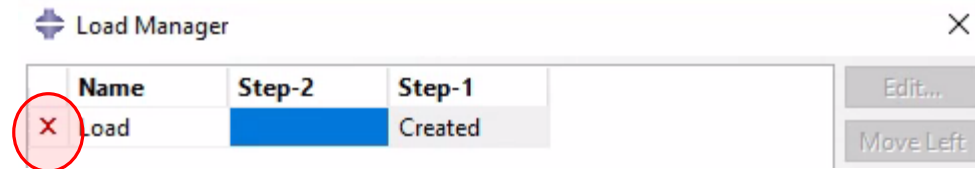
- ✓ Nombre de valeurs propres calculées = 10
→ il en existe une infinité !!!



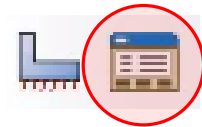
Modélisation “poutre” : jeu de données

Module “load”

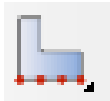
- ✓ Désactiver le chargement précédent



- ✓ Ajouter les conditions aux limites au niveau des pivots



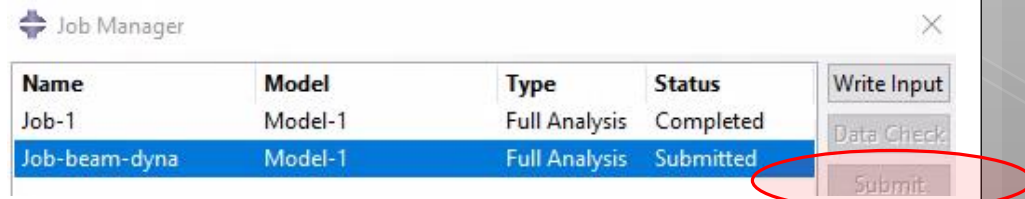
Module “mesh”



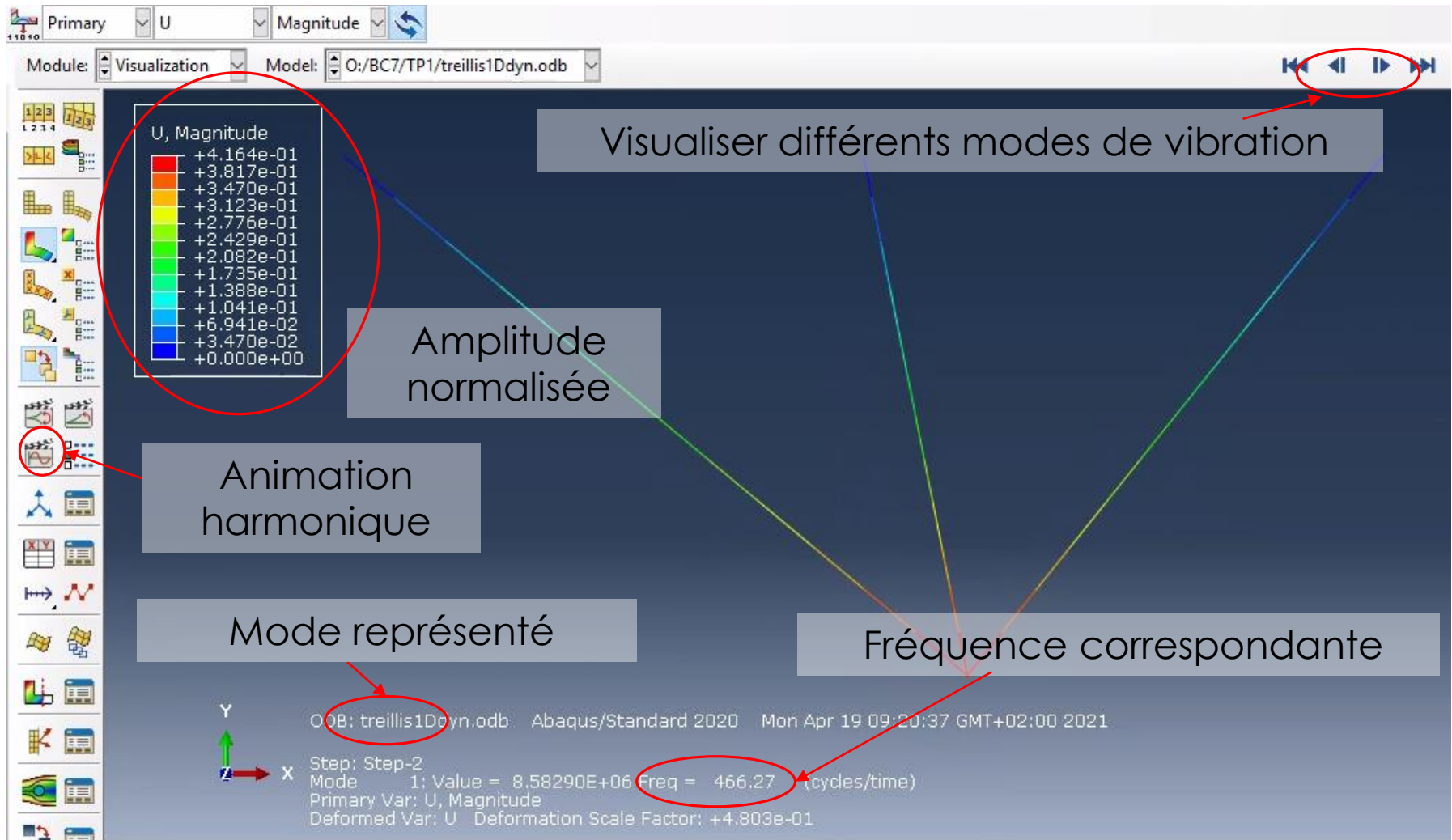
- ✓ Dans un premier temps : **un seul élément par barre** (=traction-compression)
- ✓ Par cohérence avec la théorie : éléments **linéaires**

Module “job”

- ✓ Créer un nouveau job + soumettre le job

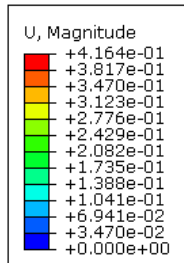


Modélisation “poutre” : onglet RESULTS



✓ Pour voir toutes les fréquences : Result → step/frame

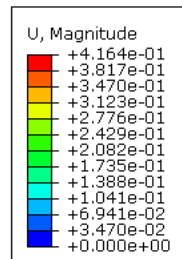
Modélisation “poutre” : onglet RESULTS



Résultat avec **un seul élément linéaire par barre = traction-compression** uniquement

Mode 1 : 466.27Hz

Pour visualiser le temps de calcul :



Log Errors Warnings Output Data File Message File Status File

ESTIMATE OF THE SCRATCH DISK SPACE IS NOT POSSIBLE.
(6) USING "RESTART, WRITE" CAN GENERATE A LARGE AMOUNT OF

THE ANALYSIS HAS BEEN COMPLETED

ANALYSIS COMPLETE

JOB TIME SUMMARY

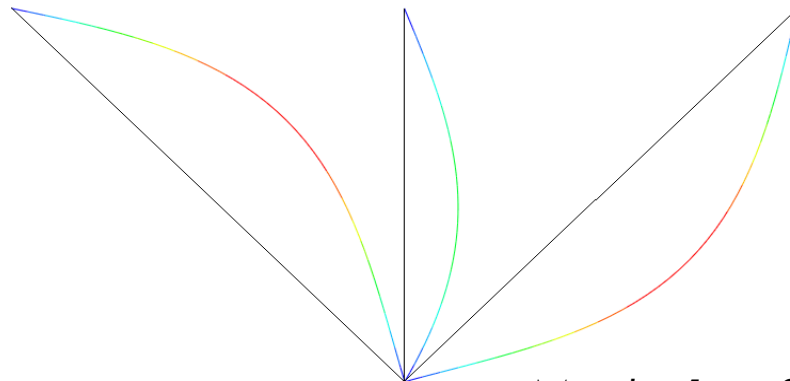
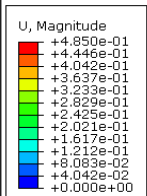
USER TIME (SEC)	=	0.0000
SYSTEM TIME (SEC)	=	0.0000
TOTAL CPU TIME (SEC)	=	0.0000
WALLCLOCK TIME (SEC)	=	1

Mode 2 : 823.56Hz

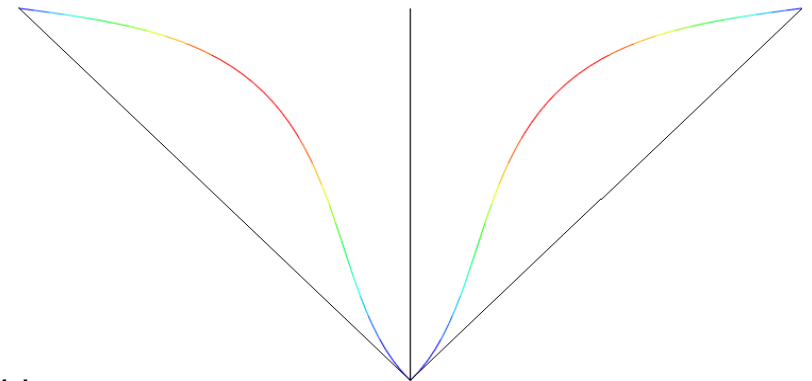
Modélisation “poutre” : onglet RESULTS

- ✓ Une seule élément barre = impossibilité de calculer les modes en **flexion**!
- ✓ Pour permettre la flexion = maillage plus fin **et/ou** éléments quadratiques
- ✓ A comparer :
 1. Différentes tailles de maillage
 2. Maillages quadratiques ou linéaires
 3. Différents profils de section

Désormais : le profil de la section a un fort impact !!
(moment quadratique)



Mode 1 : ~38Hz



Mode 2 : ~55Hz

Modes obtenus pour un profil **circulaire**



Sauvegardez votre travail !!!!

Enregistrez au format .cae qui contient votre jeu de données



Modélisation 3D : *calcul statique*

Objectif : comparaison des résultats avec le 3D complet

Plus « sexy »



Analyse locale des contraintes

Prise en compte de phénomènes non plans



Beaucoup plus long en temps de calcul !

Nécessite de faire la CAO

Résultats pas nécessairement meilleurs



- ✓ **Dépend du problème considéré**
- ✓ **3D inutile dans beaucoup de cas !!**

Importer une pièce dans Abaqus

= géométrie plus complexe à dessiner...

→ Nécessité d'un vrai logiciel de **CAO** (ex : Catia V5)

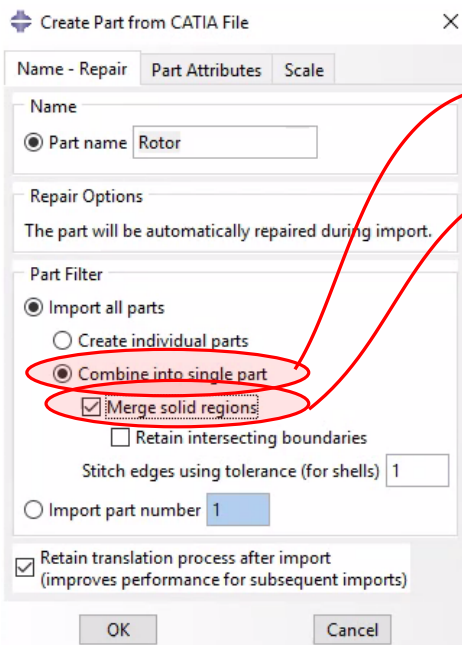
→ Hors programme du TP : fichier déjà dessiné !

→ Fichier « *Treillis.catpart* »

Importer une pièce dans Abaqus

- ✓ Catia V5 ou Abaqus = **Dassault** Systèmes → compatibles entre eux
- ✓ Ouvrir une nouvelle étude Abaqus standard/explicit
- ✓ Comme d'habitude : définir son répertoire de travail : *set workspace*
- ✓ Importer le fichier « *Treillis.catpart* » :

File → *import* → *part* → *File filter* = « *Catia V5* » → *Treillis.catpart*

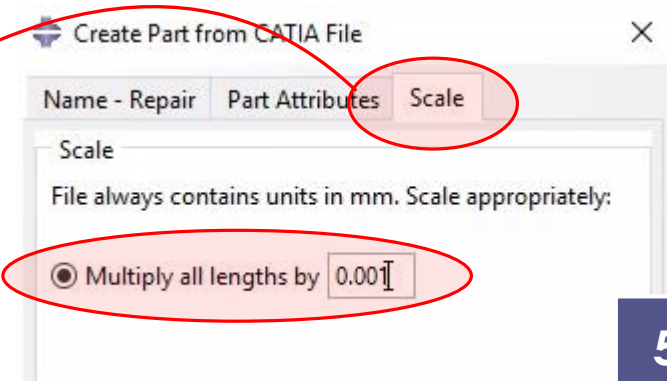


✓ Combiner tout en une seule pièce

✓ Fusionner les parties solides

✓ **ATTENTION** : dessin
en *mm* dans Catia

→ Multiplier toutes les
longueurs par 10^{-3} !!



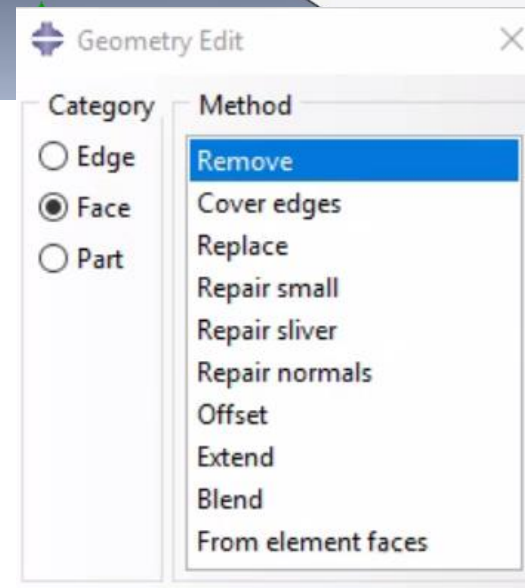
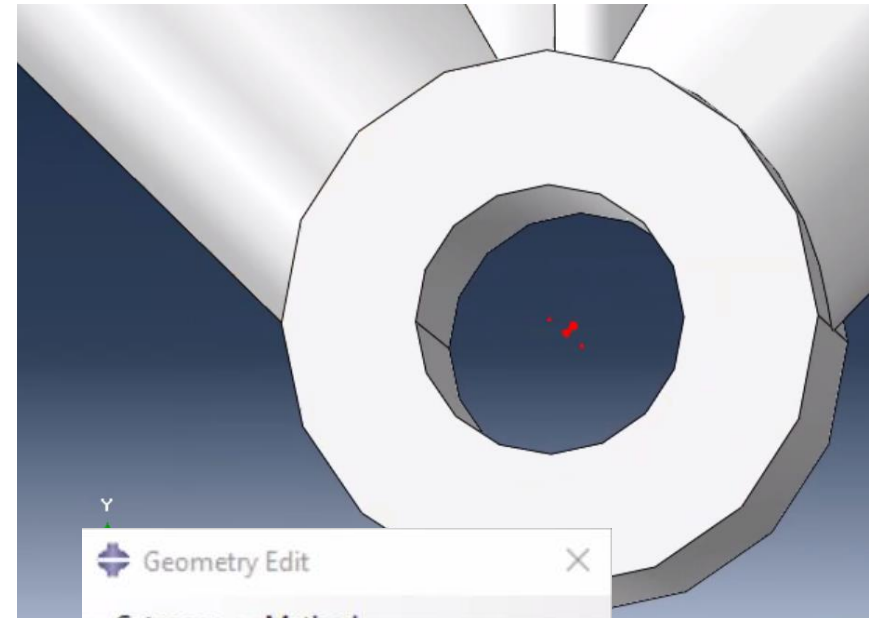
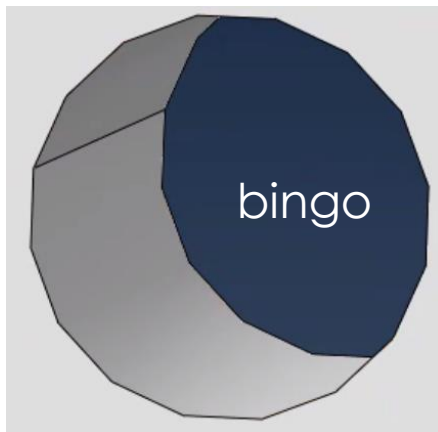
Editer la géométrie

✓ Par défaut : la pièce contient un élément de géométrie issu de la CAO !

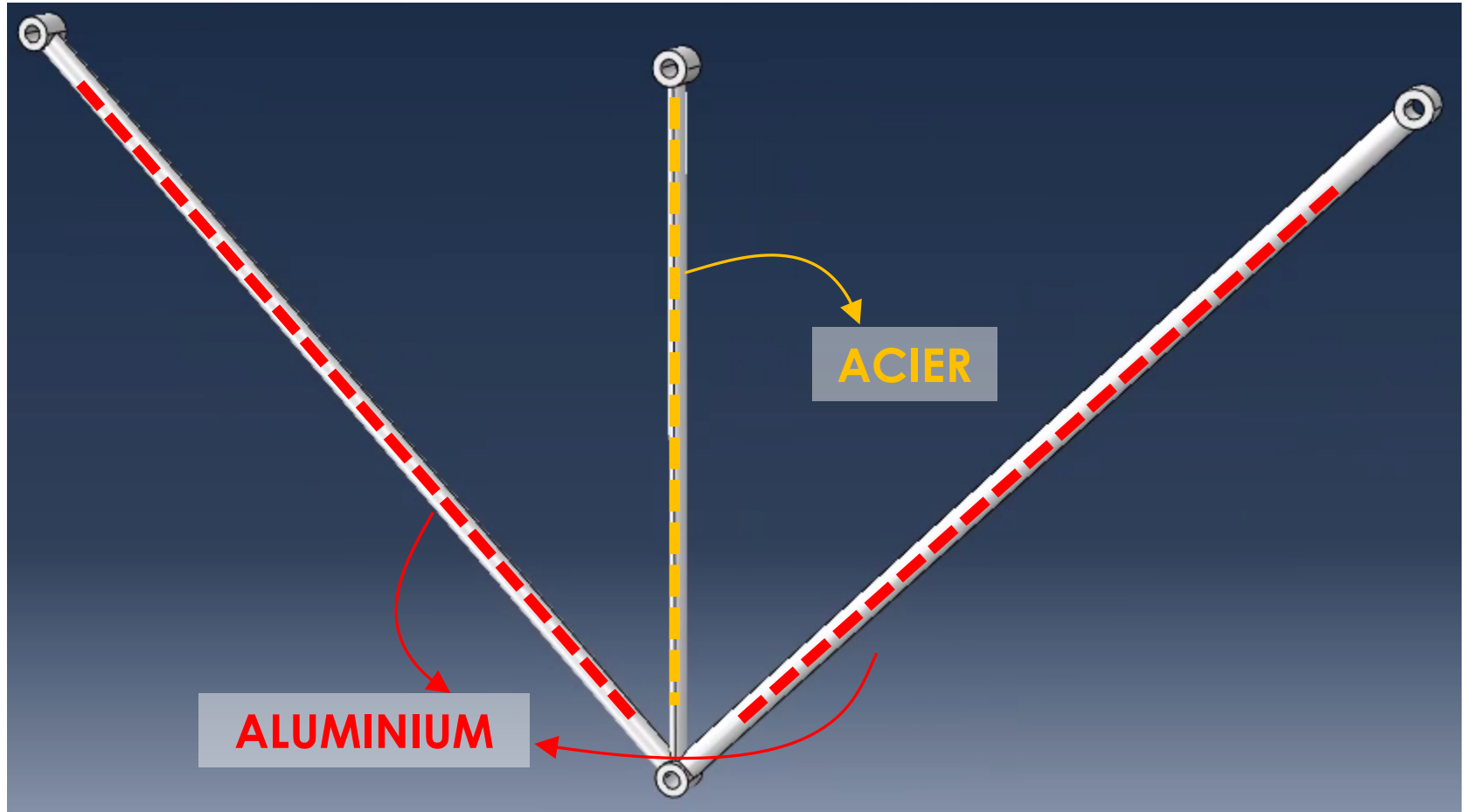
→ il faut éditer la géométrie

→ **Tools** → **geometry edit**
→ **face** → **remove**

Select the faces to be removed



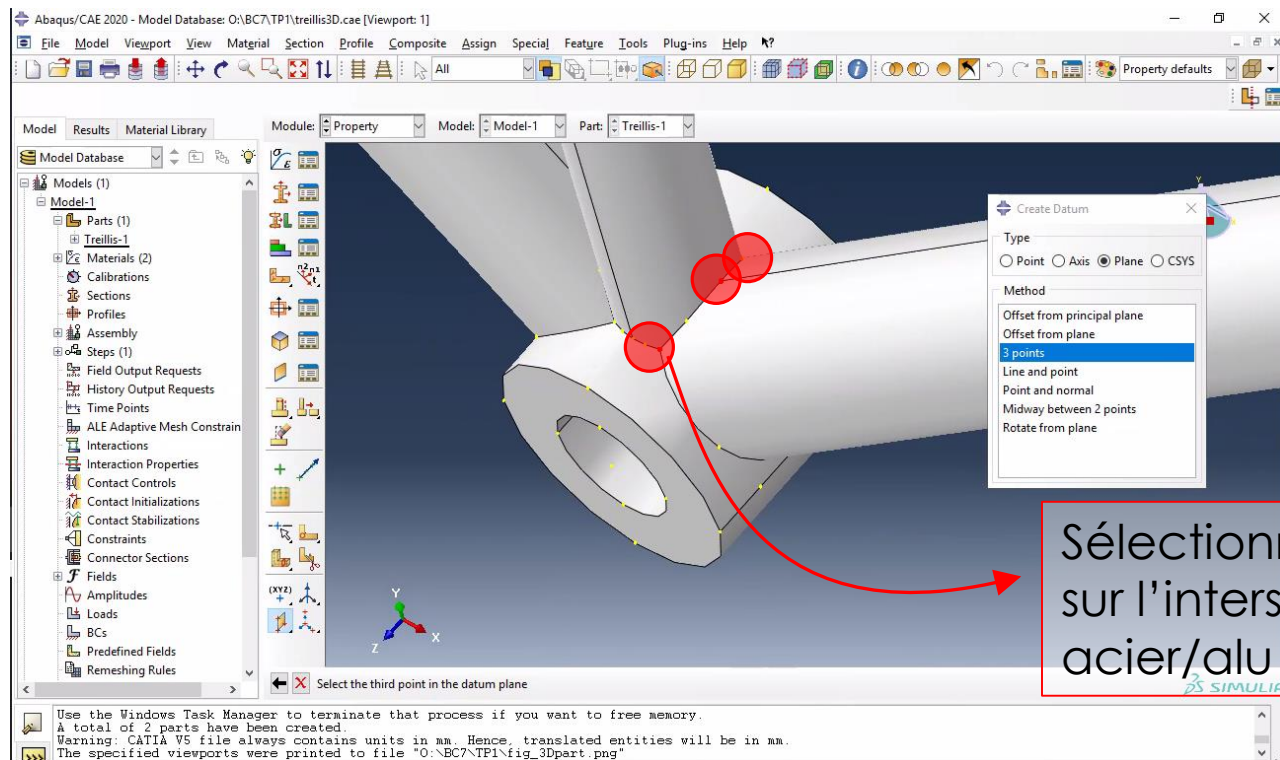
Partitionner une pièce dans Abaqus



✓ **ICI** : une seule pièce → il faut d'abord la « couper en morceaux »!!

Partitionner une pièce dans Abaqus

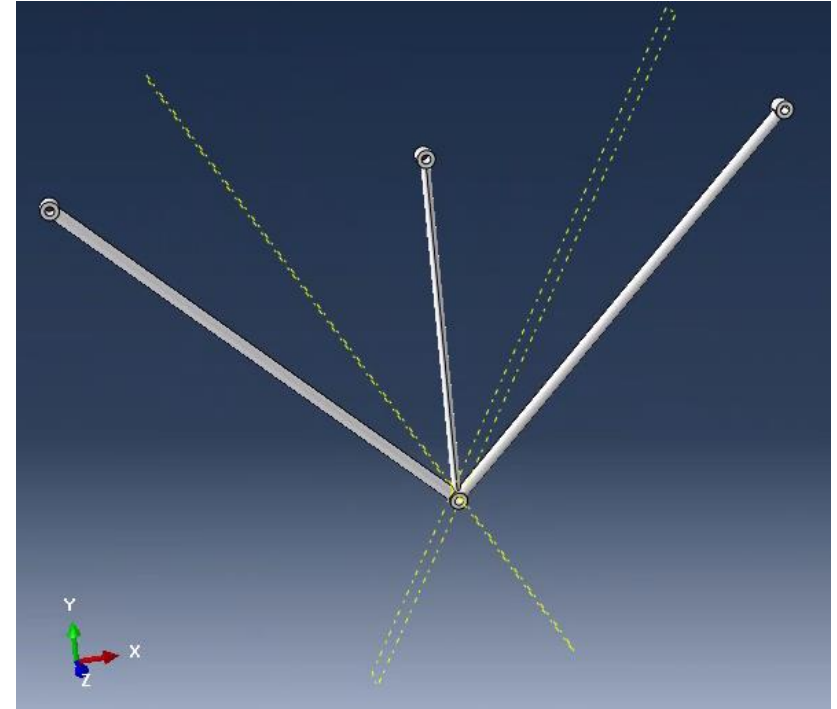
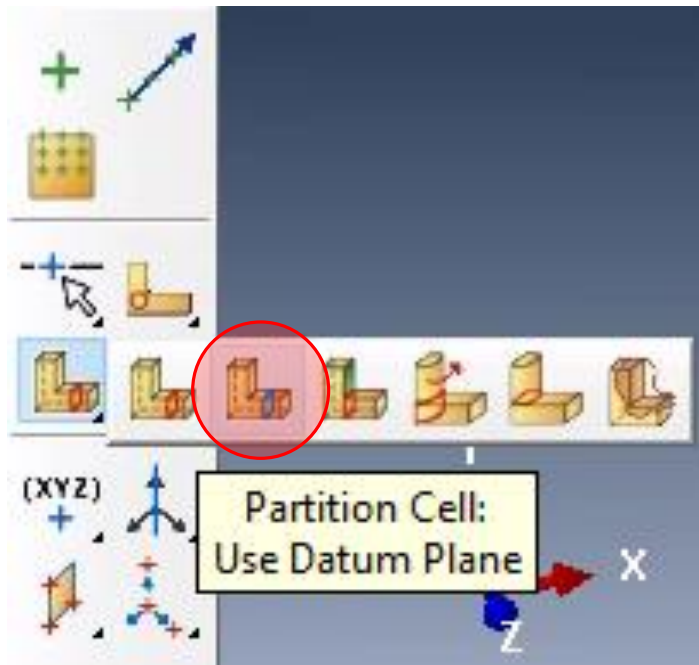
- ✓ On va devoir « partitionner » la pièce
- ✓ **Exemple de démarche** : créer des **plans de coupes**, puis découper la pièce en passant par ses plans
- ✓ **Tools** → **datum** → **plane** : créer des plans (exemple : par 3 points)



Sélectionner 3 points
sur l'intersection
acier/alu

Partitionner une pièce dans Abaqus

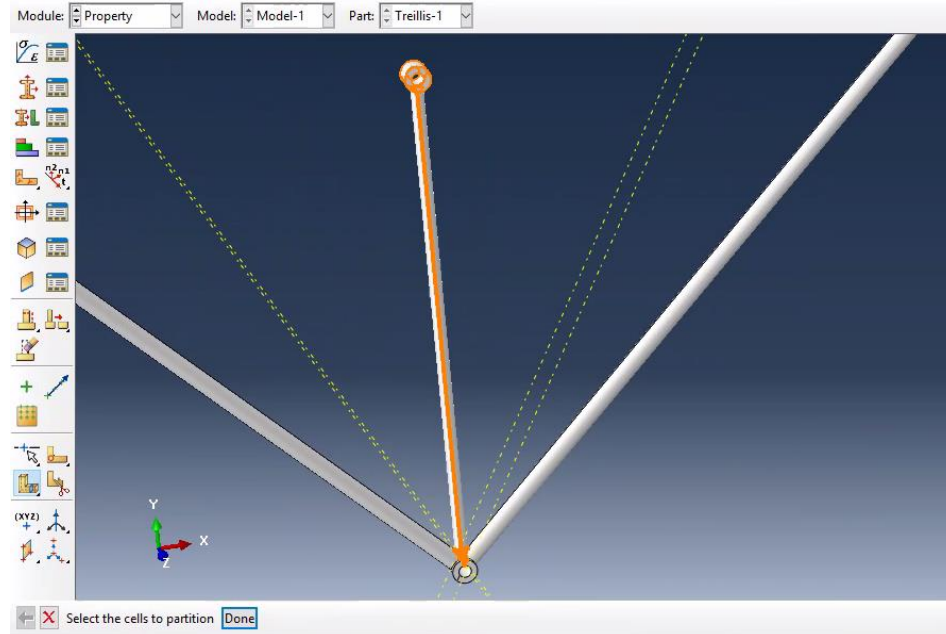
- ✓ Même démarche pour la seconde intersection acier / alu
→ les plans de coupes existent !



- ✓ Pour effectuer la coupe
→ « *partition cell* »
→ « *use datum plane* »

Partitionner une pièce dans Abaqus

- ✓ Sélectionner un plan de coupe
 - une première opération de coupe est faite
- ✓ Même opération pour découper à nouveau par le second plan
 - la pièce possède maintenant plusieurs « **partitions** » qui vont pouvoir être associés à des matériaux différents !

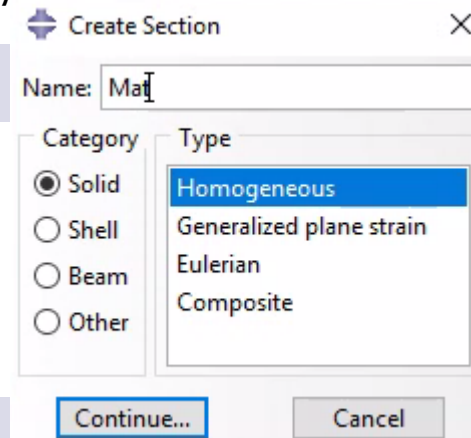


Définir les matériaux

- ✓ matériaux = acier + alu (propriétés élastique + densité)

Définir une section

- ✓ Créer 2 nouvelles sections 
 - Section de poutre « solid »
 - une pour l'alu, une pour l'acier



“Assigner” les sections

- ✓ Sélectionner la partition et assigner la nouvelle section solide

Assembly

- ✓ nouvel assemblage (*instance type = indépendant*)

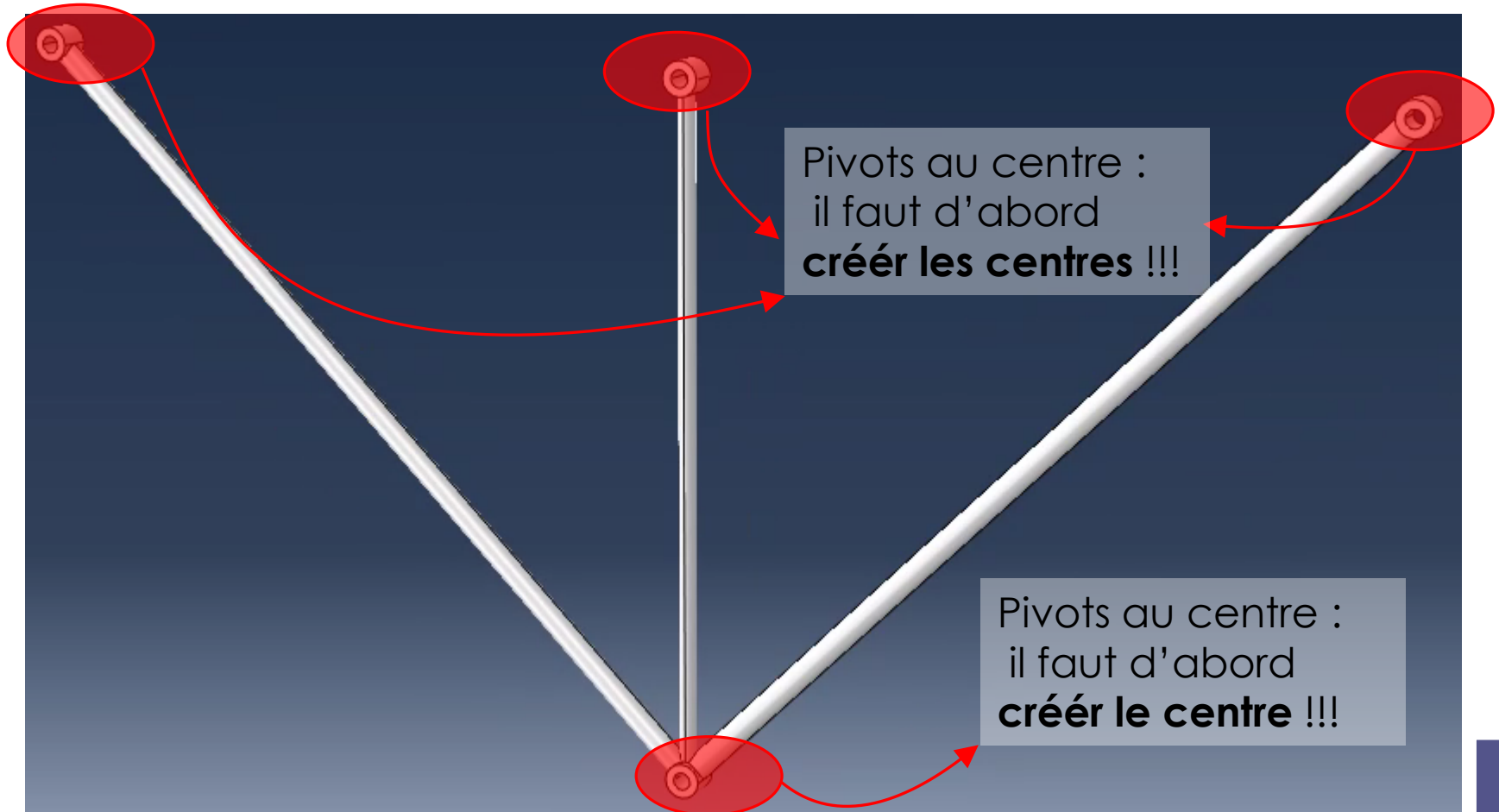
Step

- ✓ general, static

Load

- ✓ bloquer les déplacements aux pivots + imposer l'effort

- ✓ Pour les conditions aux limites : **il manque les points centraux des pivots**
→ il faut les créer sous forme de « **reference points** »



Créer des “reference point” dans Abaqus

- ✓ **OBJECTIF** : créer des points où l'on pourra imposer des conditions aux limites

→ « *=reference point* »

- ✓ **ETAPE 1 : créer le point**

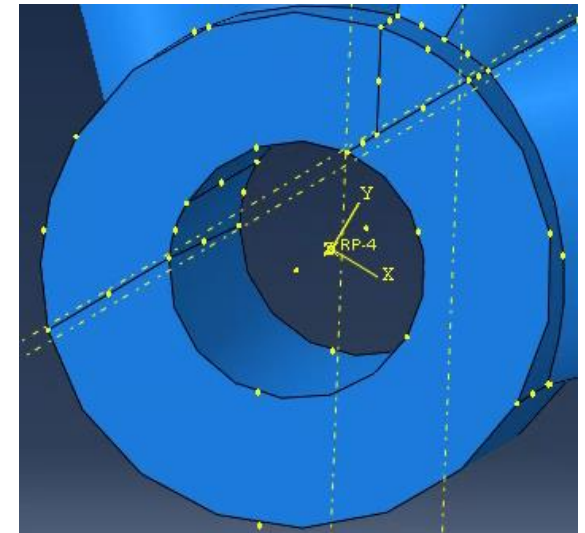
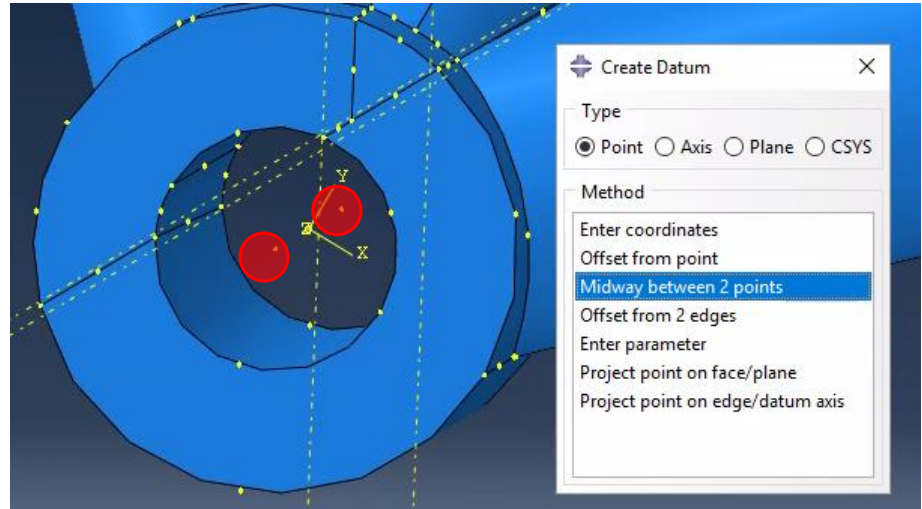
→ *Tools* → *datum* → *point*

→ « *Midway between two points* » = *point milieu*

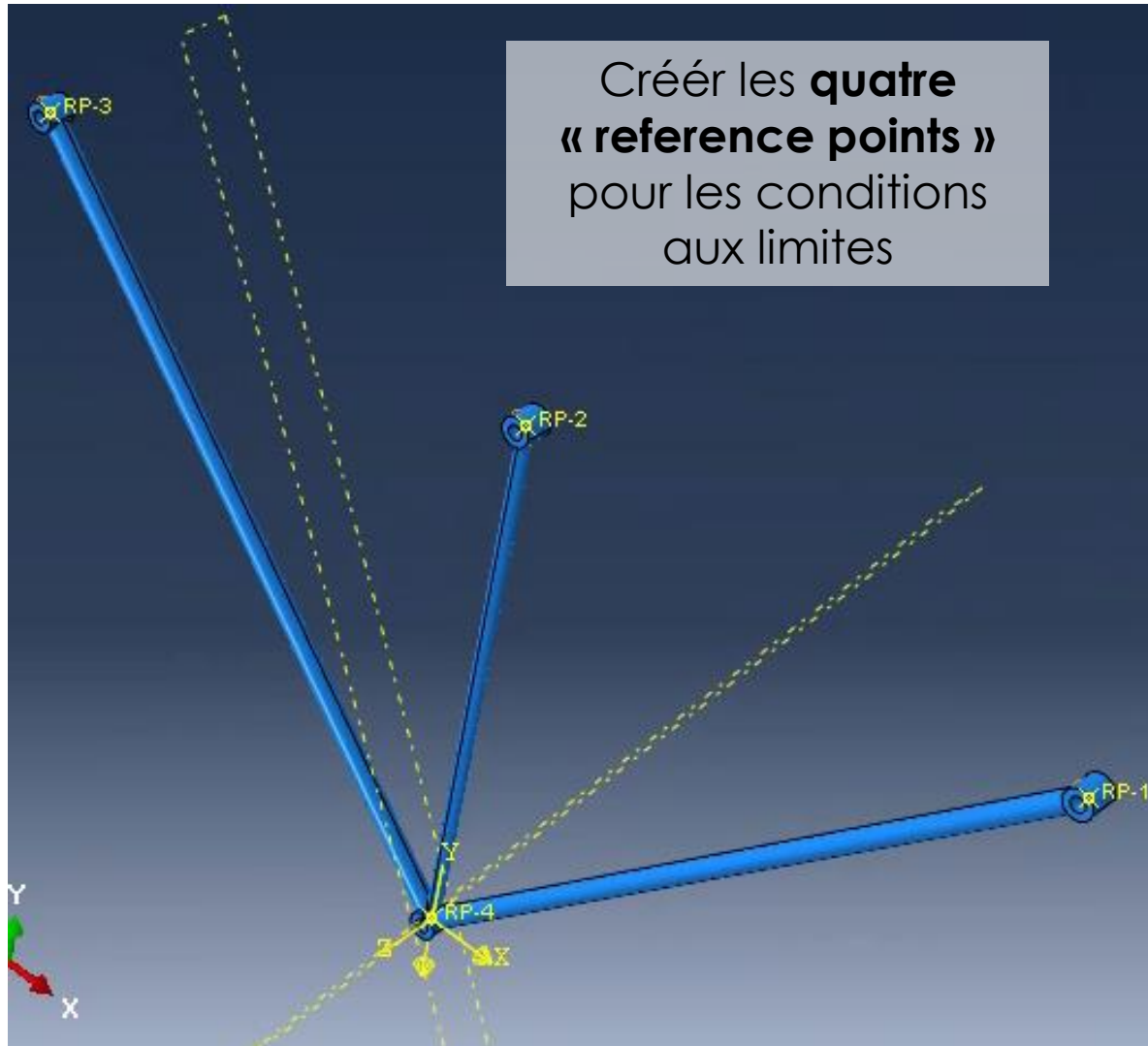
- ✓ **ETAPE 1 : définir le point en « reference point »**

→ *Tools* → *reference point*

→ Sélectionner le point milieu qui vient d'être créé

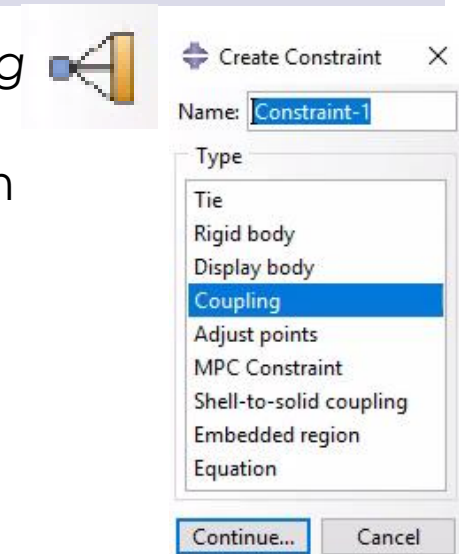
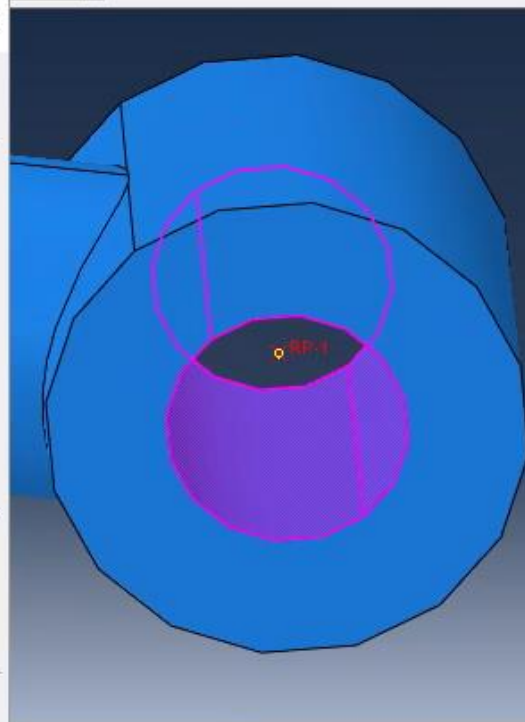
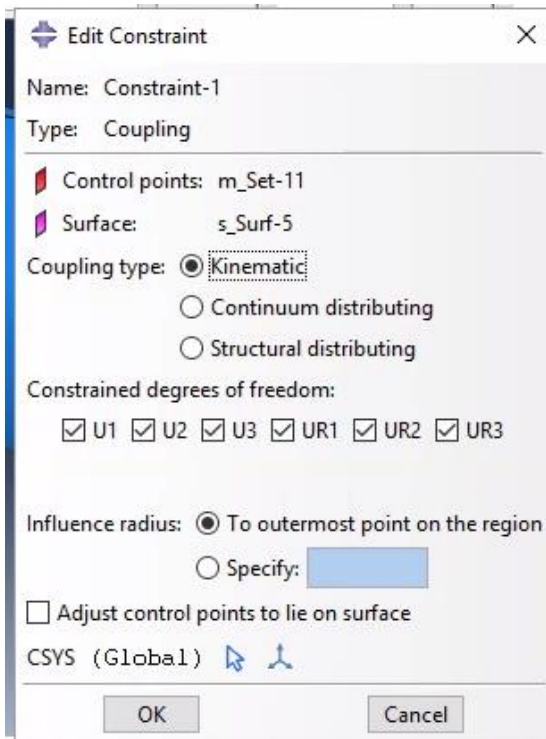


Créer des “reference point” dans Abaqus



Définir un point pour l'application du chargement

- ✓ Pour attacher le point = *create constraint* → *coupling*
- ✓ Control point = RP-1, surface = sélectionner la section

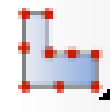


- ✓ Couplage cinématique :
tous les degrés de libertés

→ même opération pour les quatre « reference points » !

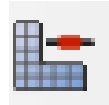
Créer un maillage

- ✓ Etape 1 : « semer » les points (« seed nodes »)



→ ici par exemple : **taille = 0,02m**

- ✓ Etape 2 : type de maillage



→ ici : maillage en tétraèdres

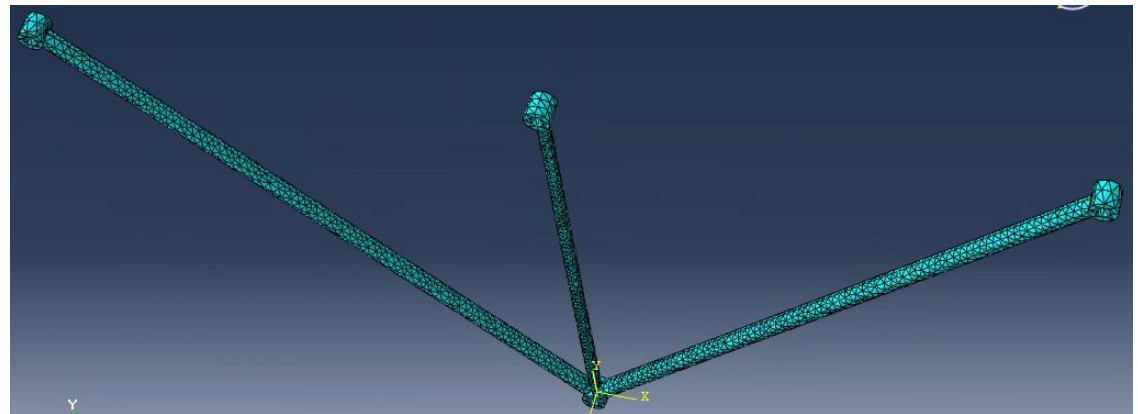
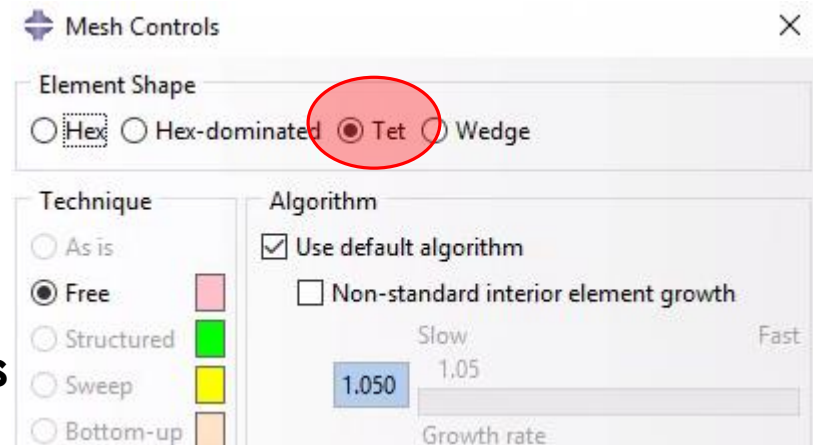
- ✓ Etape 3 : type d'élément



→ choisir des éléments **quadratiques**

- ✓ Etape 4 : mailler

OK to mesh the part instance?



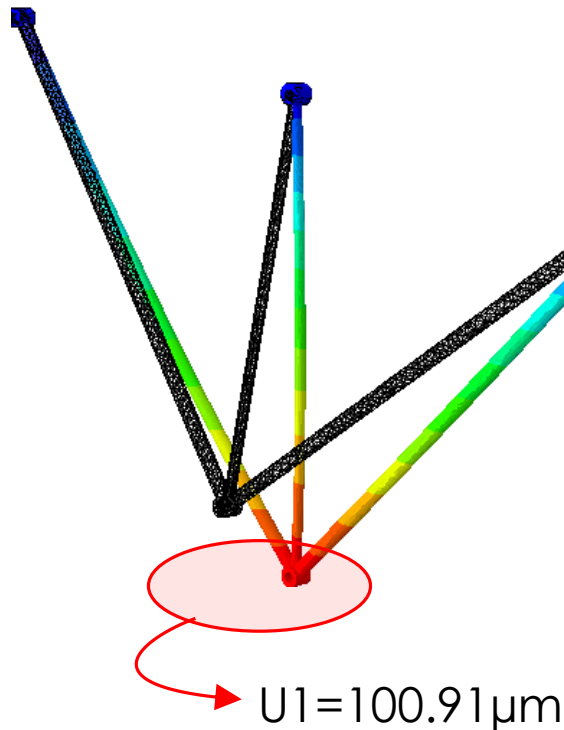


Sauvegardez votre travail !!!!

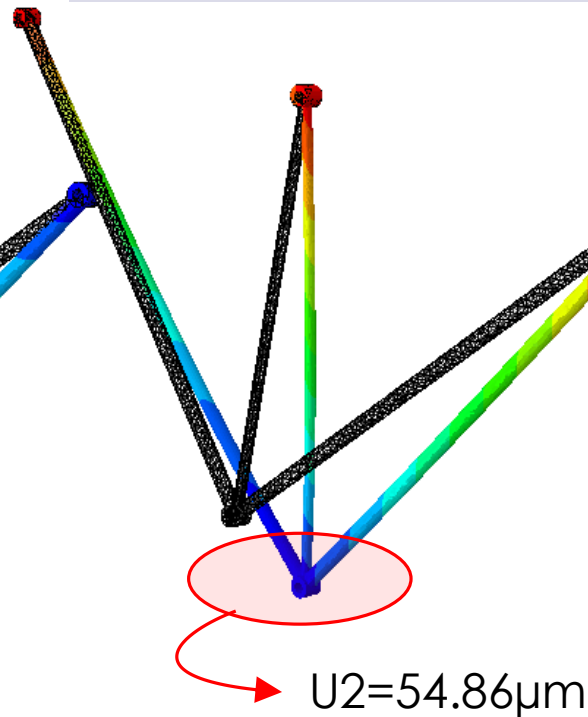
Enregistrez au format .cae qui contient votre jeu de données

Modélisation 3D : onglet RESULTS

Déplacement u_1



Déplacement u_2



Déplacement u_3



Comparaison avec la solution analytique ?

$$(u_1^A)^{theorique} = 101.015 \mu m$$

erreur acceptable ?

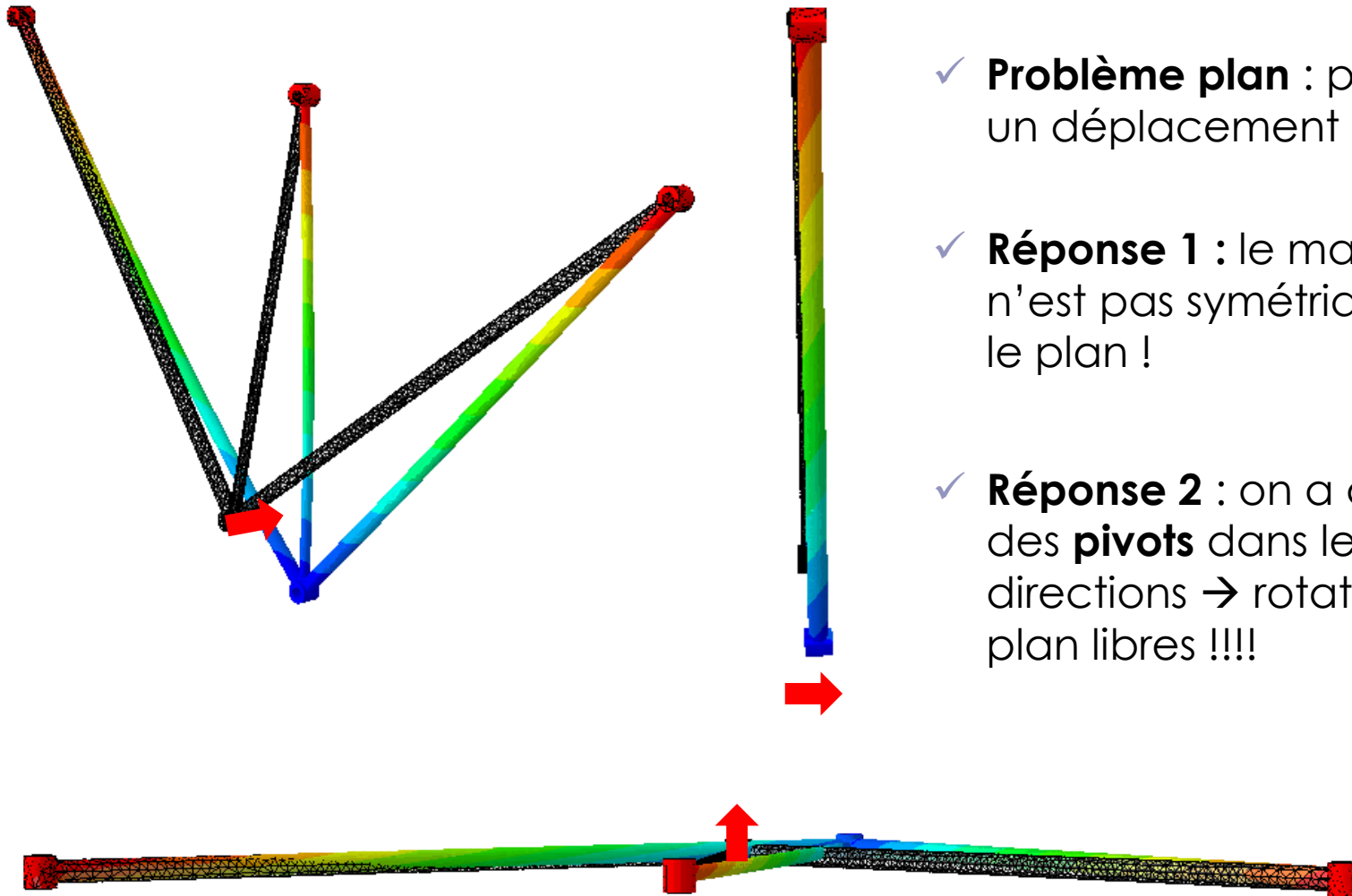
$$(u_2^A)^{theorique} = 56.054 \mu m$$

erreur acceptable ?

$$(u_3^A)^{theorique} = 0$$

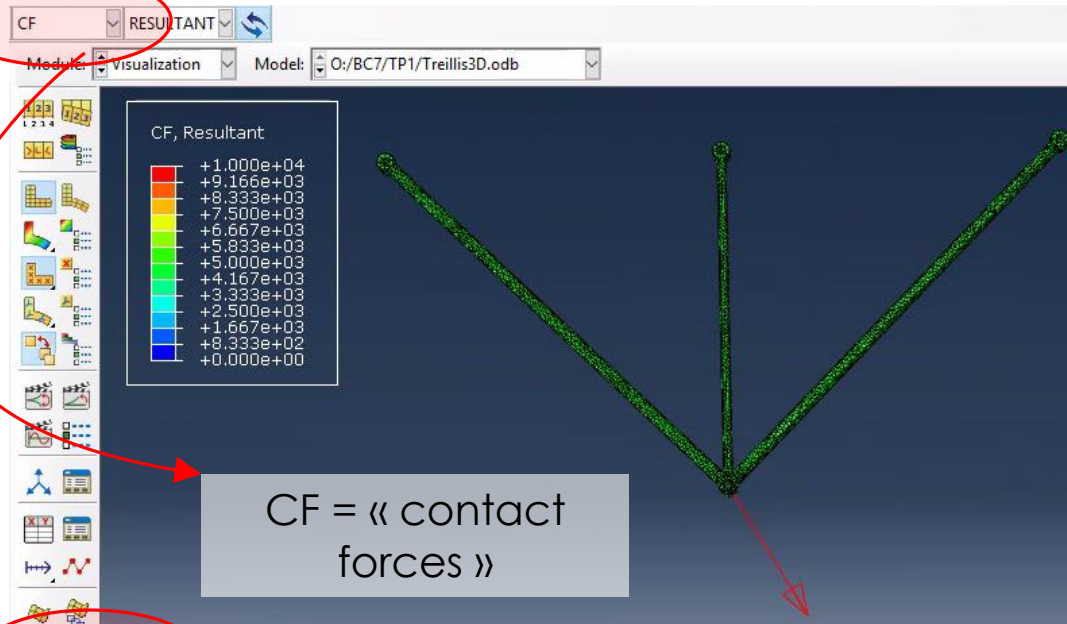
erreur « **infinie** » !

Déplacement u3

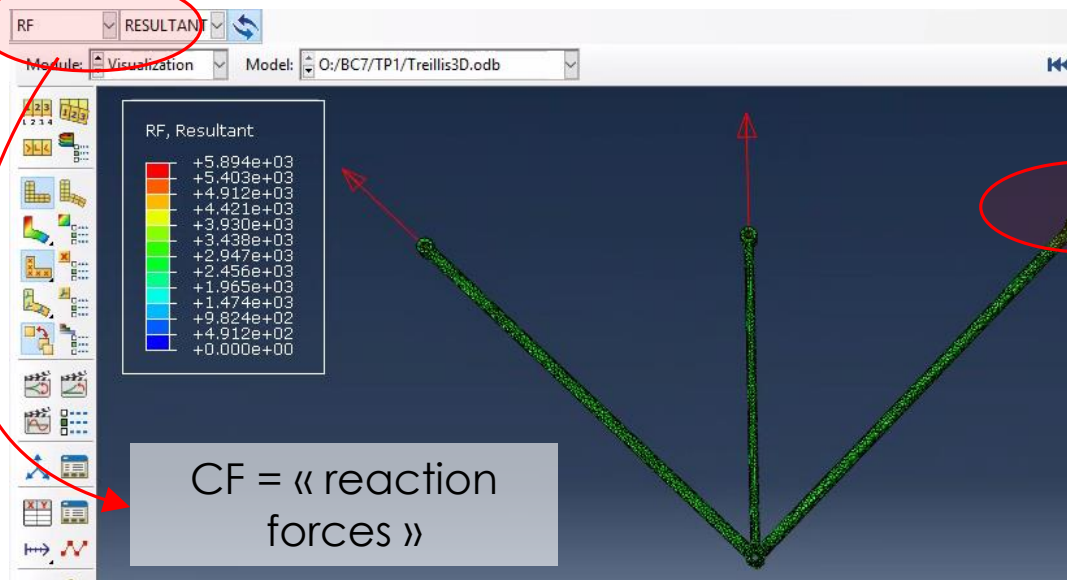


- ✓ **Problème plan** : pourquoi un déplacement selon U3?
- ✓ **Réponse 1** : le maillage n'est pas symétrique dans le plan !
- ✓ **Réponse 2** : on a défini des **pivots** dans les 3 directions → rotations hors-plan libres !!!!

Modélisation 3D : onglet RESULTS



✓ Possibilité de vérifier ici l'effort imposé



✓ Plus intéressant : **calcul des efforts de réactions**

Ce pivot n'est presque pas sollicité → barre (presque) inutile ?



Modélisation 3D : *calcul fréquentiel*

Objectif : calculer les modes de vibrations **libres** du treillis

Géométrie, matériaux, assembly

- ✓ rien ne change !

Step

- ✓ *linear perturbation, frequency*
- ✓ *number of eigenvalues requested* → nombre de modes =... ?
→ au moins les 5 premiers modes !

Load

- ✓ supprimer les CL précédentes (définies sur le mauvais « step »)
- ✓ définir les CL au niveau des 3 pivots
- ✓ vibrations **libres** = pas de chargement !

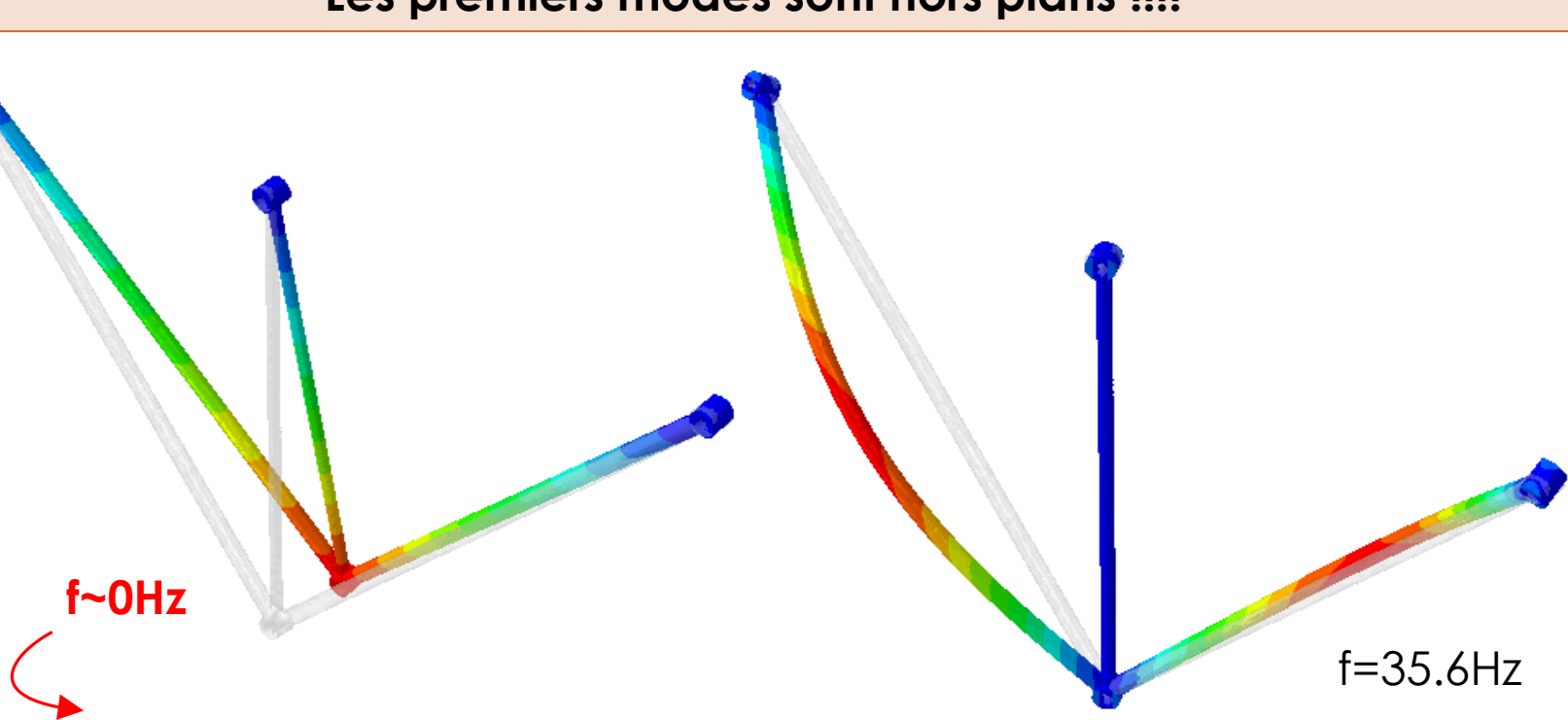
Mesh

- ✓ rien ne change !

Job

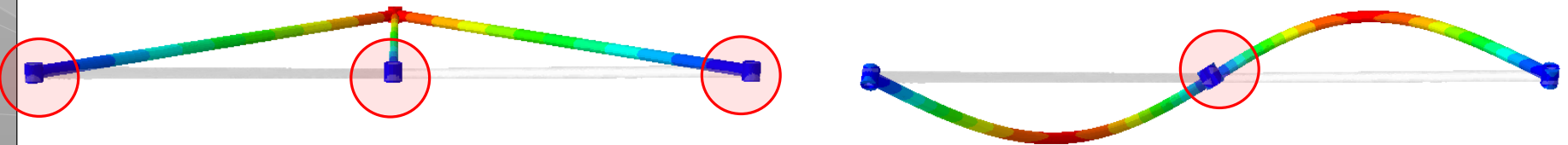
- ✓ ne pas écraser le précédent, créer un nouveau job !

Les premiers modes sont hors plans !!!!

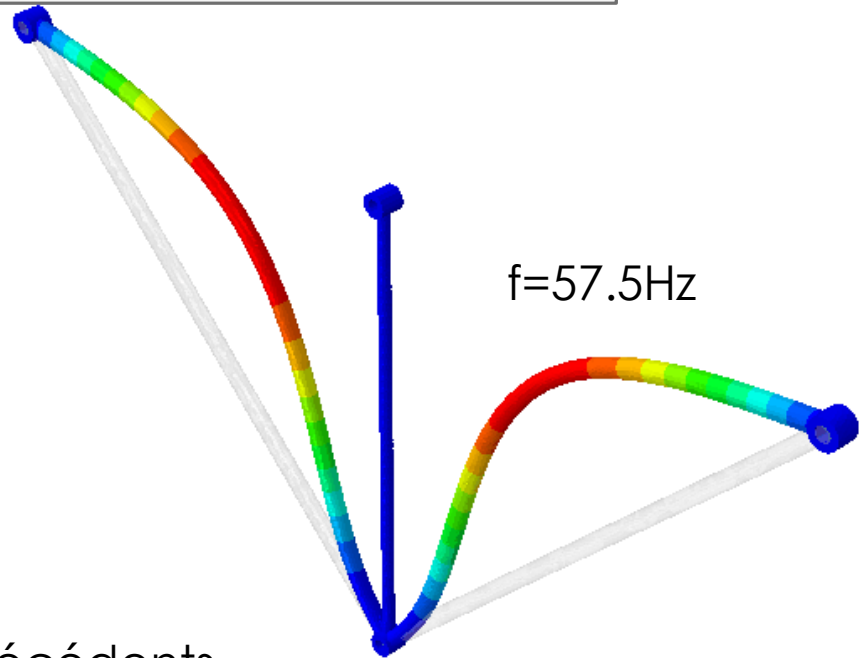
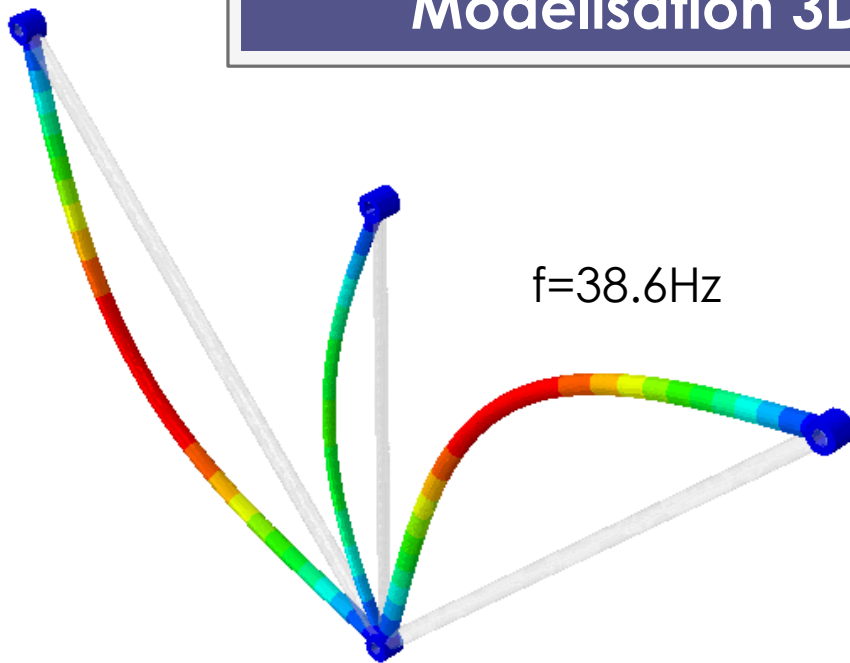


✓ **Normal** : degré de liberté en rotation!!

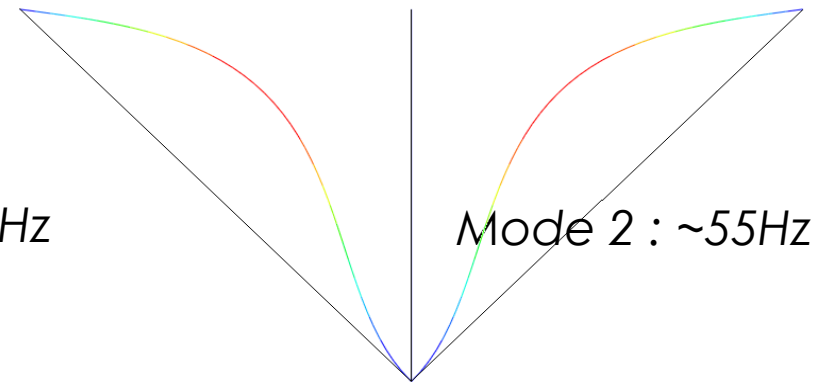
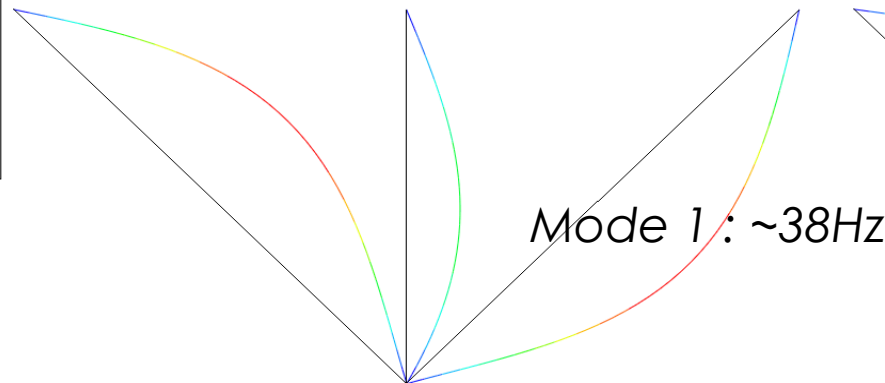
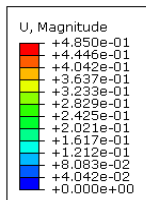
✓ **Pas de comparaison** possible avec les valeurs précédentes (2D) !



Modélisation 3D : ongle RESULTS



- ✓ **Comparables** avec les modes précédents
- ✓ **Question ouverte** : laquelle des 2 approches doit-on croire ?



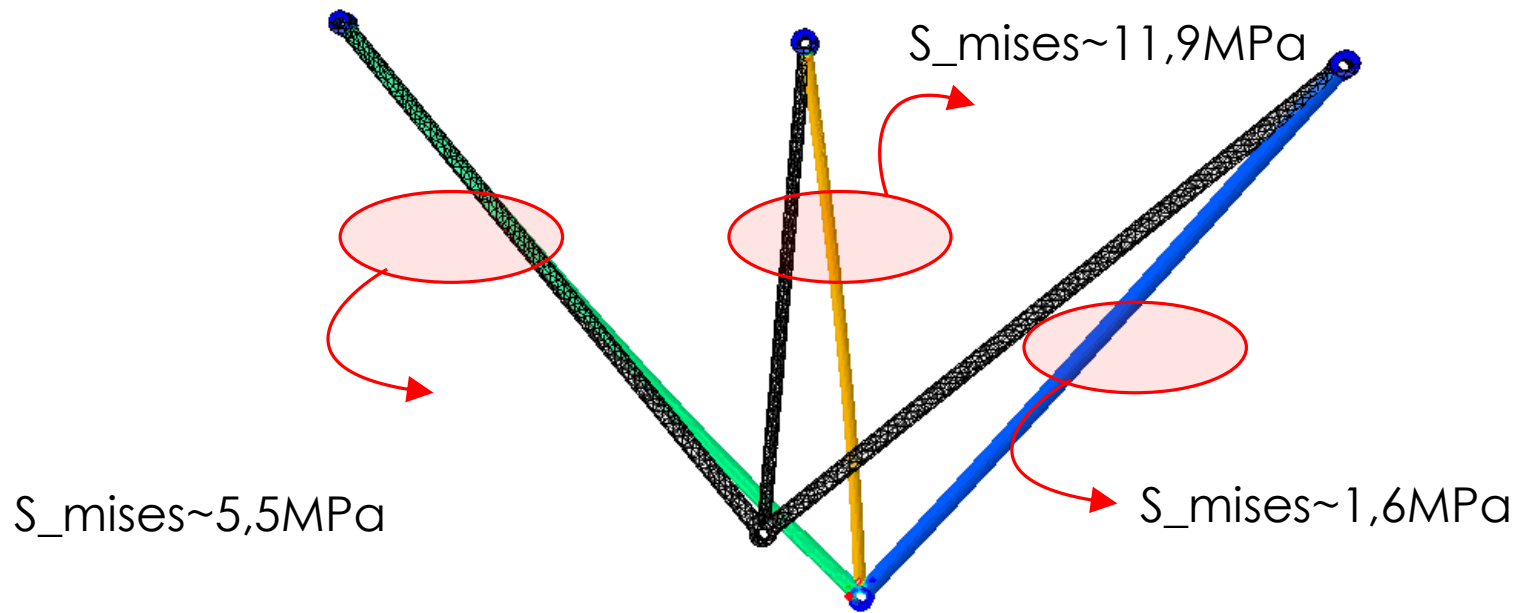
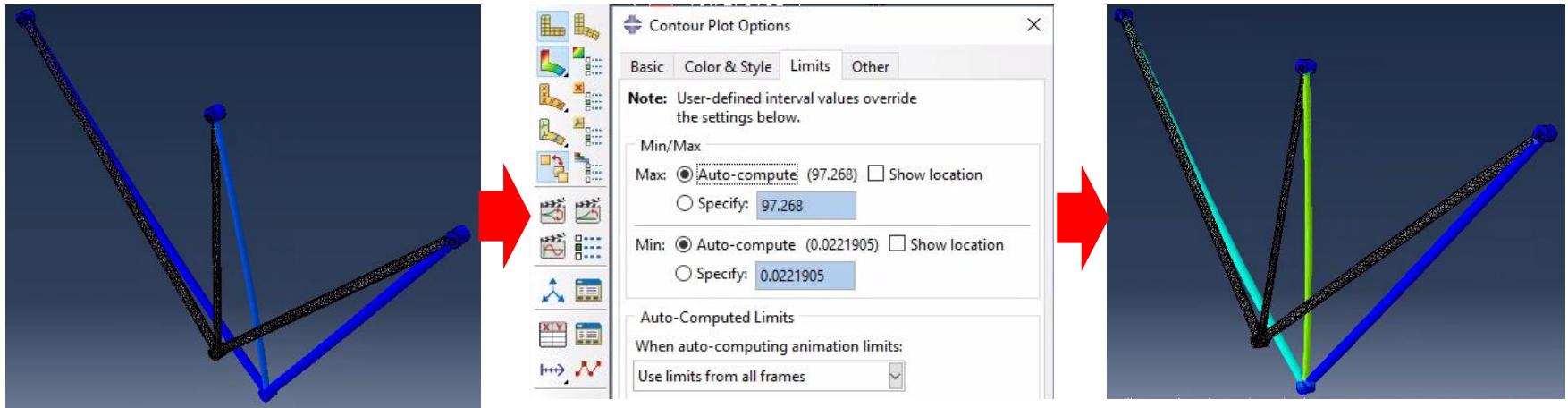


Facteur de sécurité

Analyse des contraintes

Facteur de sécurité

✓ **Par défaut** : l'échelle ne permet pas de visualiser l'état de contraintes

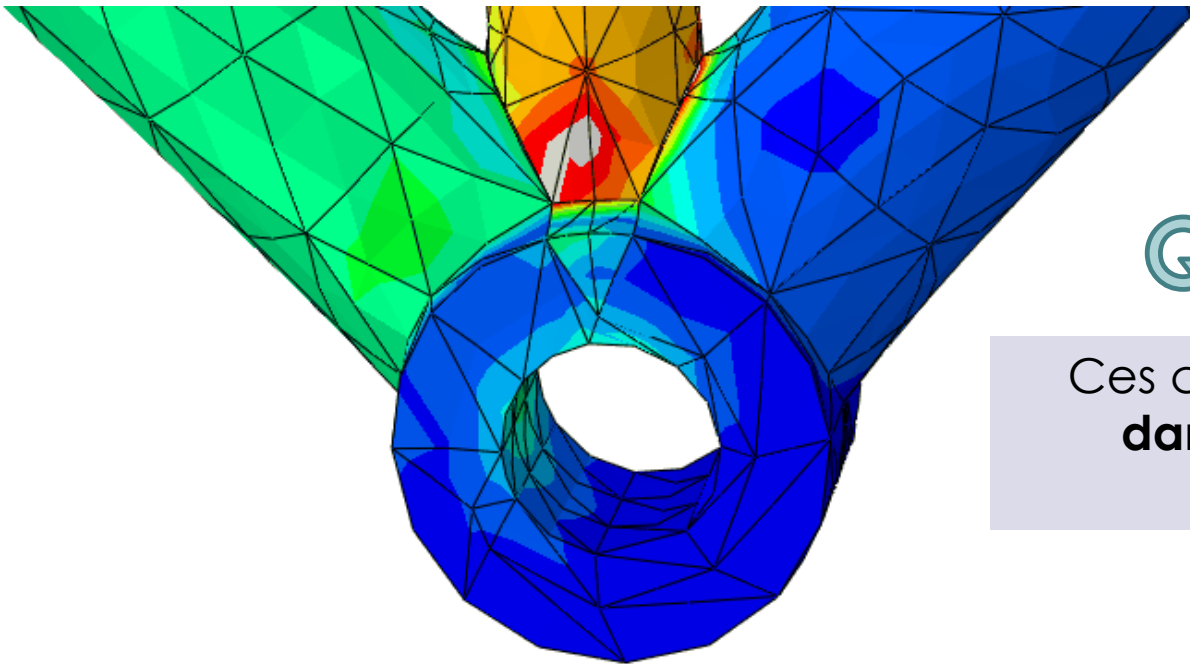


- ✓ **Résultat par défaut** : contrainte de Von Mises

$$\sigma_{VM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2)}$$

Par définition = toujours positif !!!

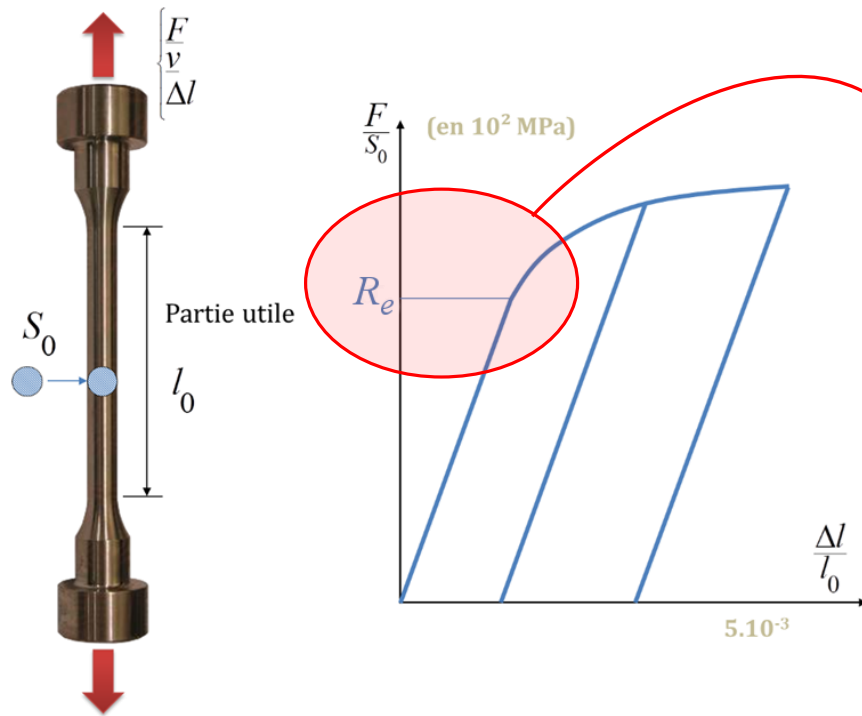
- ✓ **ZOOM**: concentration de contraintes à certains endroits !!!



Question :

Ces contraintes sont elles **dangereuses** pour la structure?

Rappel : la limite d'élasticité d'un matériau



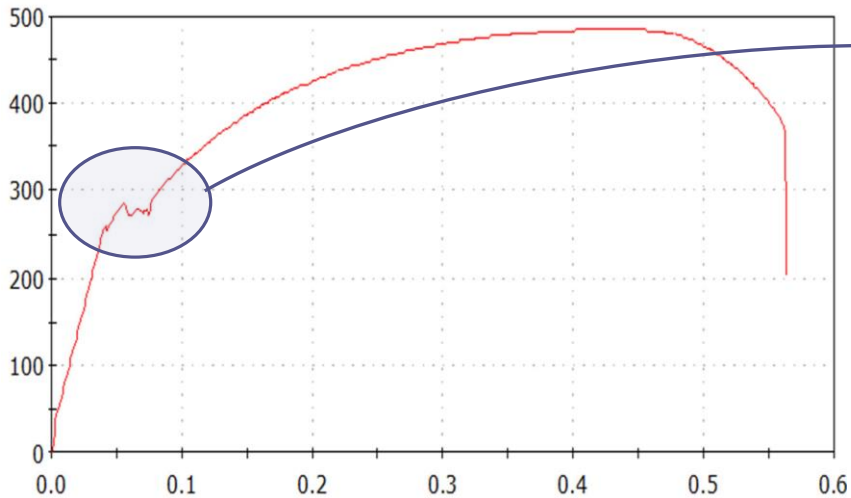
Limite d'élasticité = contrainte maximale admissible pour rester dans le domaine élastique

Rappel : critère de dimensionnement

✓ Surface de charge en 3D : $f(\underline{\underline{\sigma}}) = \sigma_{VM} - R_e = 0$

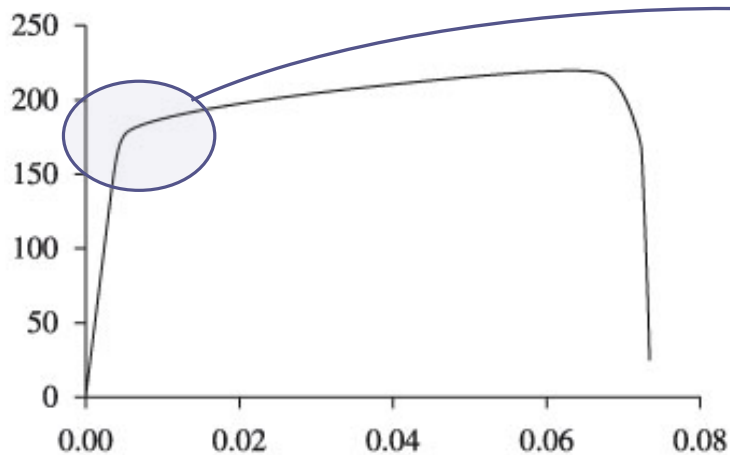
→ il suffit de comparer la contrainte σ_{VM} à la limite R_e

Limite d'élasticité de l'acier utilisé



$$R_e^{acier} = 240MPa = 2.4 \times 10^8 Pa$$

Limite d'élasticité de l'aluminium utilisé



$$R_e^{alu} = 175MPa = 1.75 \times 10^8 Pa$$

Calcul d'un facteur (ou coefficient) de sécurité

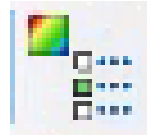
$$f = \frac{\text{contrainte admissible}}{\text{contrainte maximale}} = \frac{R_e}{\sigma_{VM}^{max}}$$

Coefficient de sécurité (s)	Conditions générale de calculs (sauf réglementation particulière)
1,5 à 2	Cas exceptionnels de grande légèreté. Hypothèse de charges surévaluées.
2 à 3	Construction où l'on cherche la légèreté (aviation). Hypothèse de calcul la plus défavorable (charpente avec vent ou neige, engrenages avec une seule dent en prise...).
3 à 4	Bonne construction, calculs soignés, haubans fixes.
4 à 5	Construction courante (légers efforts dynamiques non pris en compte. Treuils.)
5 à 8	Calculs sommaires, efforts difficiles à évaluer (cas de chocs, mouvements alternatifs, appareils de levage, manutention).
8 à 10	Matériaux non homogènes. Chocs, élingue de levage.
10 à 15	Chocs très importants, très mal connus (presse). Ascenseurs.

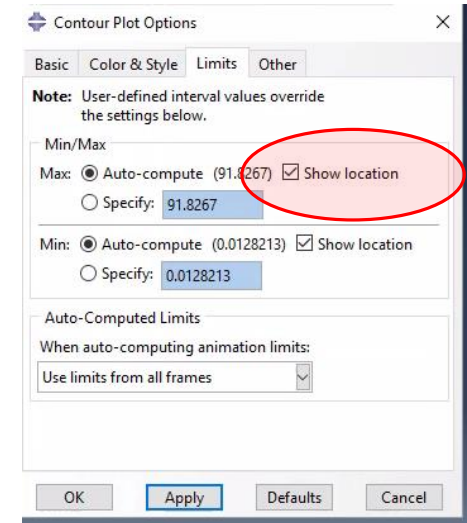
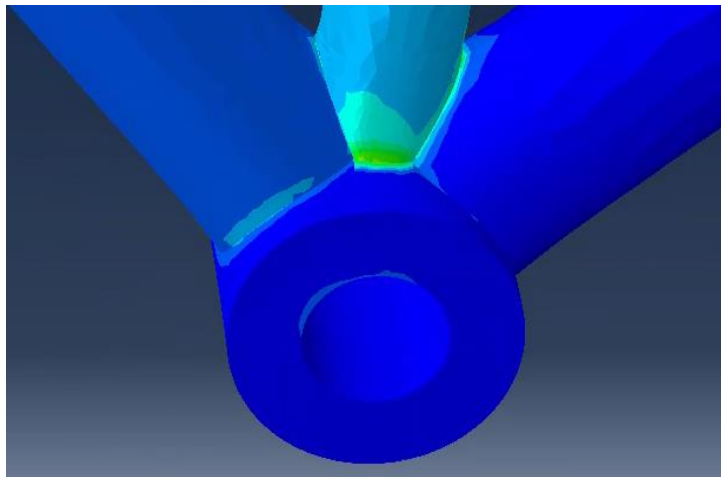
Calcul d'un facteur (ou coefficient) de sécurité

- ✓ Pour afficher les lieux des contraintes max / min

→ Contour options



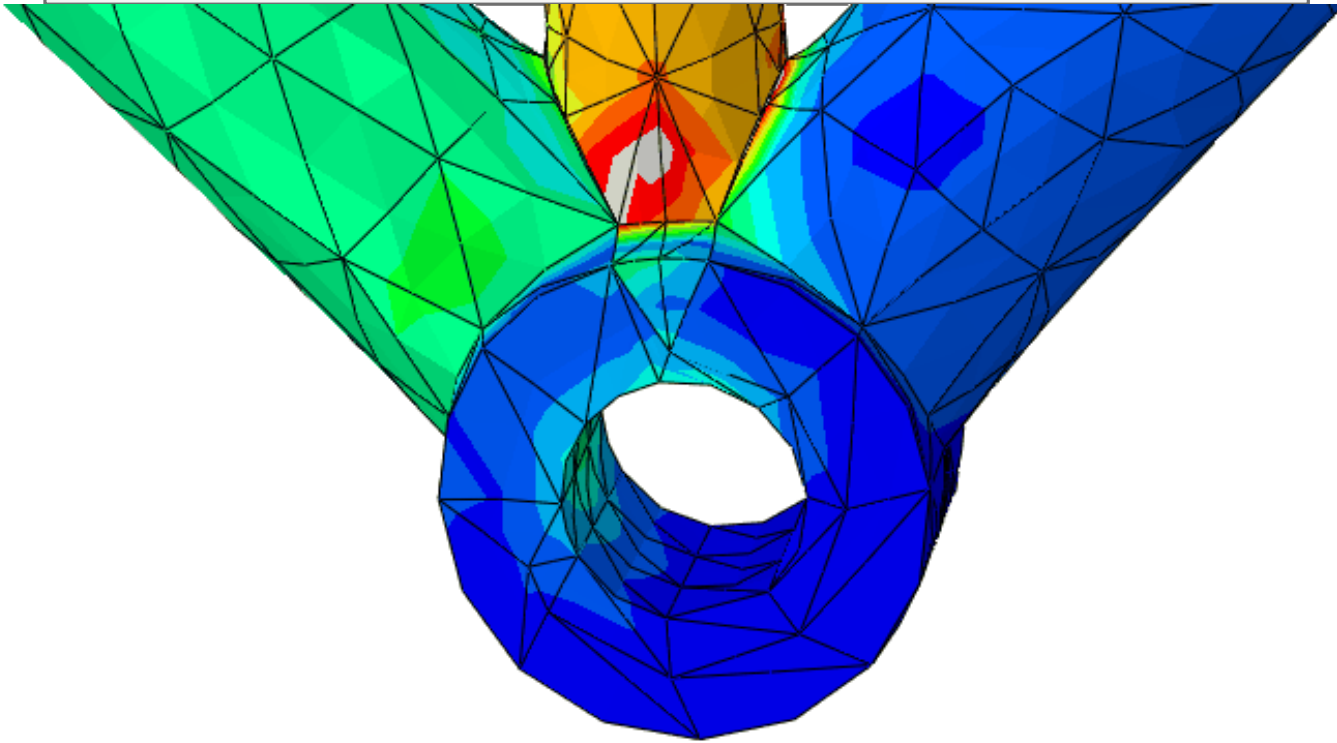
→ show location



- ✓ Contraintes équivalente (Von Mises) maximale = ??? MPa
- ✓ Contrainte atteinte dans l'acier → Re=240 MPa

- ✓ Facteur de sécurité : $f = \frac{R_e}{\sigma_{VM}^{max}} = \frac{240}{??} = ??$

OK ??

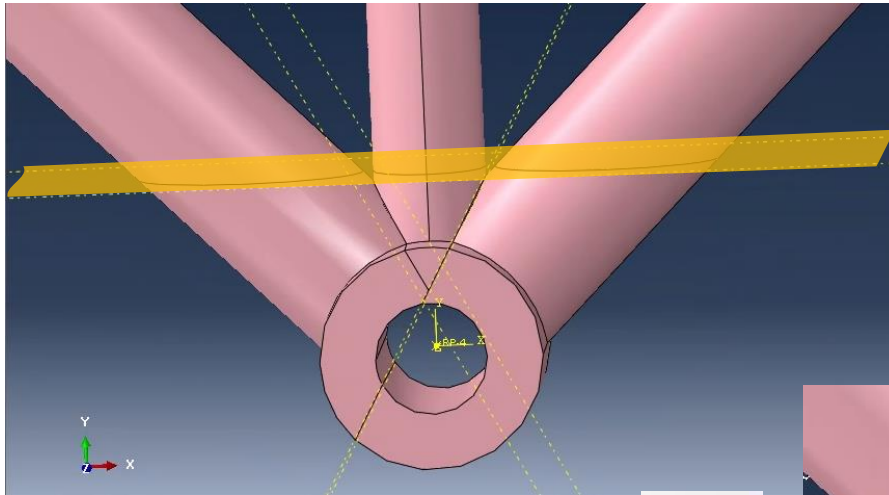


Question :

Dépendance au maillage ??

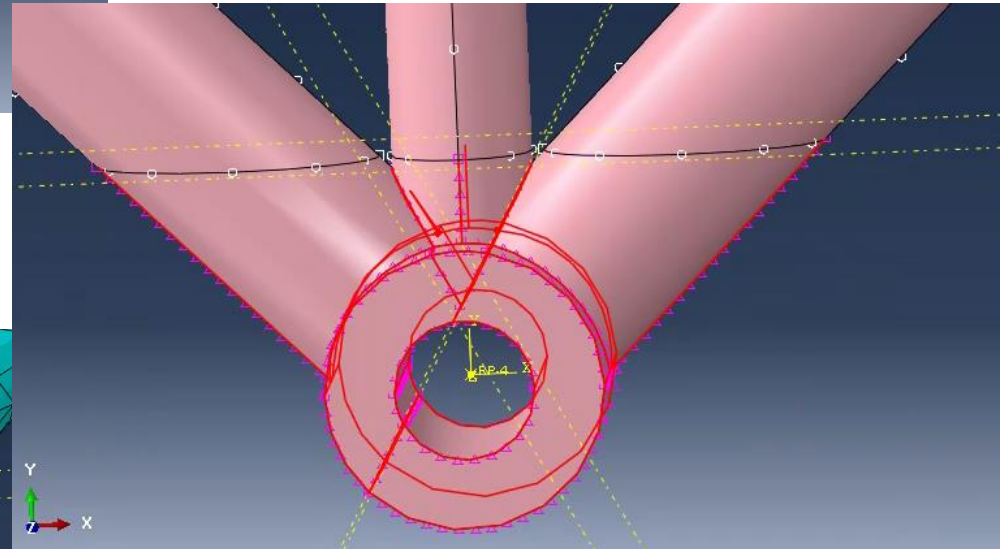
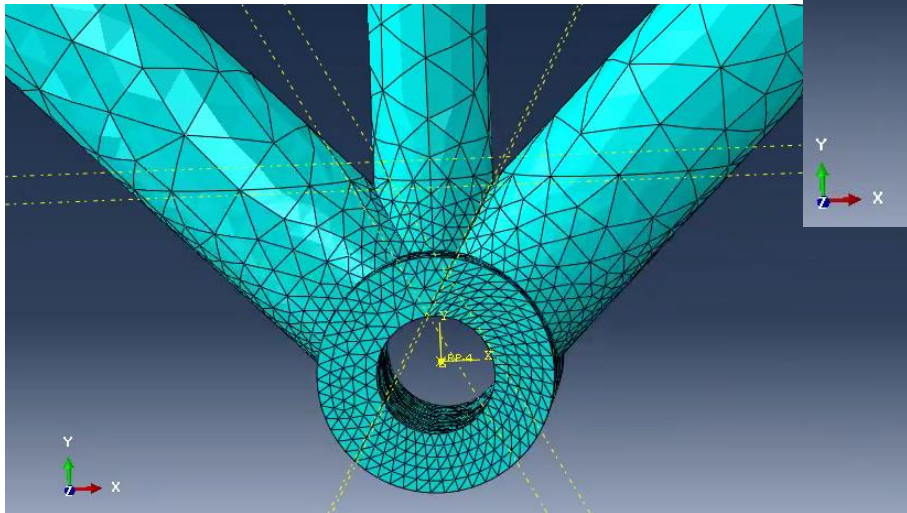
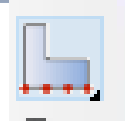
- ✓ **Solution 1 (idiot)** : raffiner globalement tout le maillage
- ✓ **Solution 2 (moins idiot)** : raffiner **localement** le maillage dans cette région

Facteur de sécurité

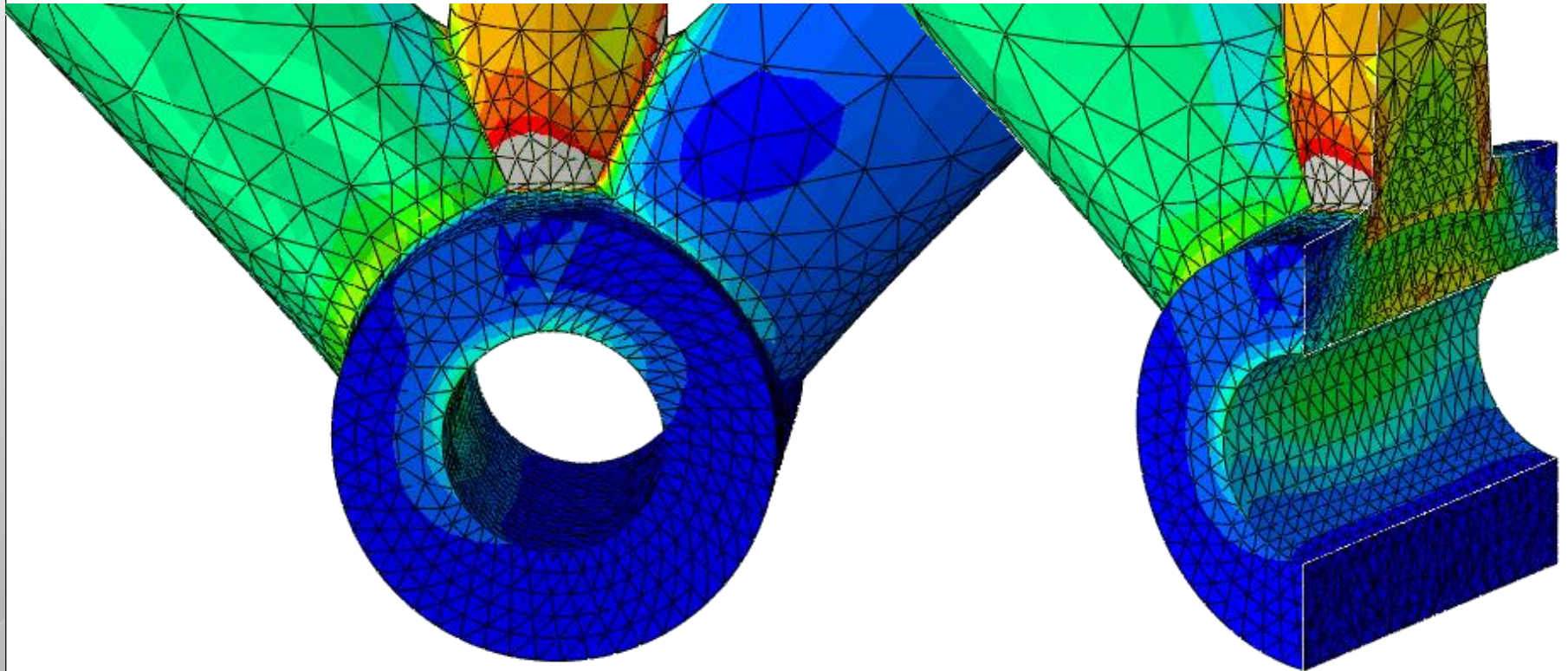


- ✓ Créer un nouveau plan de coupe et partitionner la pièce

- ✓ « Semer » des nœuds **localement** dans cette région



- ✓ = maillage plus propre !!



- ✓ Pour visualiser les contraintes à l'intérieur de la matière :



- ✓ Facteur de sécurité : $f = \frac{R_e}{\sigma_{VM}^{max}} = \frac{240}{??} = ??$ **OK ??**

A retenir aujourd'hui

- ✓ Importance des hypothèses de modélisation
- ✓ Utilisation du code de calcul Abaqus
- ✓ Qualité de la solution approchée
- ✓ Analyse des contraintes
- ✓ Calcul d'un facteur de sécurité

