

A - Cycle de Rankine (40 min ?)

Dans tout cet exercice les calculs se rapportent à une masse d'eau de $m = 1\text{kg}$.

De la vapeur d'eau (juste) saturante à la pression $p_1 = 15\text{bar}$ est introduite dans une turbine où elle se détend de manière adiabatique et réversible jusqu'à une pression $p_2 = 0,13\text{bar}$. Cette évolution sera notée $(A \rightarrow B)$. L'eau est alors évacuée vers un condenseur à la pression p_2 où elle est entièrement condensée : évolution $(B \rightarrow C)$. Une pompe élève ensuite la pression de l'eau de façon adiabatique et réversible de p_2 à p_1 : évolution $(C \rightarrow D)$. On négligera la variation de température de l'eau pendant cette compression. Enfin l'eau entre dans la chaudière de pression constante p_1 , où elle est chauffée $(D \rightarrow E)$ puis vaporisée $(E \rightarrow A)$. La capacité thermique massique de l'eau liquide vaut $c = 4,18 \times 10^3 \text{ J.K}^{-1}\text{kg}^{-1}$. On rappelle que $0^\circ\text{C} = 273\text{K}$.

1. Représenter *l'allure* du cycle ABCDEA dans un diagramme (P, V) sur lequel on représentera approximativement la courbe de saturation de l'eau (on ne demande aucun calcul).
2. Placer les points A et B sur le diagramme de Mollier ci-joint à rendre avec la copie (remarque : les autres points sont en-dehors du graphe !). En déduire le travail W_t récupéré par la turbine.

La valeur tabulée de l'enthalpie de vaporisation de l'eau à 200°C vaut $L_{200} = 1940 \text{ kJ.kg}^{-1}$ alors qu'à 50°C elle vaut $L_{50} = 2382 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

3. Montrer que l'on peut retrouver approximativement la valeur de L_{200} à l'aide du diagramme.
4. Que valent T_D et T_E ? Déterminer le transfert thermique Q_1 reçu au total par 1kg d'eau dans la chaudière (vérifier que Q_1 est proche de 2600kJ et donner la valeur au kJ près).
5. Calculer Q_2 « reçu » par l'eau dans le condenseur.
6. Déterminer l'efficacité η de ce cycle moteur.
7. Montrer (théorème de Carnot) que l'efficacité maximale d'un cycle fonctionnant entre deux sources de chaleur idéales vaut $\eta_{\max} = 1 - \frac{T_F}{T_C}$, où T_F et T_C représentent les températures des sources. Comparer cette efficacité à celle du cycle de Rankine pour les mêmes valeurs de températures, soit 50 et 200°C .

B – Congélateur (25 minutes ?)

Un congélateur est placé dans une cuisine. Il fonctionne entre deux sources de chaleur : l'air intérieur de température θ_{in} , et l'air de la cuisine de température θ_{ex} . On rappelle que $0^\circ\text{C} = 273\text{K}$. On suppose le congélateur idéal et fonctionnant de façon réversible selon un cycle de Carnot (inversé).

- 1) Définir un tel cycle. Exprimer l'efficacité η de ce cycle en fonction des quantités de chaleur Q_F et Q_C reçues par le fluide au cours d'un cycle. Montrer que cette efficacité n'est fonction que des températures θ_{in} et θ_{ex} des deux sources. Calculer sa valeur numérique dans le cas où $\theta_{ex} = 20^\circ\text{C}$ et $\theta_{in} = -18^\circ\text{C}$.

Un tel congélateur est initialement *ouvert* dans une cuisine à la température $\theta_{ex} = 20^\circ\text{C}$. A l'instant $t = 0$, on le ferme : la température θ_{in} de son air intérieur passe de 20°C à $\theta_f = -18^\circ\text{C}$. La puissance du compresseur vaut $P = 100\text{W}$ et la capacité thermique de l'intérieur du congélateur est $C = 20 \text{ kJ.K}^{-1}$.

- 2) Sur une durée dt , exprimer le travail δW du compresseur, le transfert thermique δQ_F reçu par le fluide réfrigérant dans l'évaporateur, puis la variation $d\theta_{in}$ de la température de l'air intérieur. En déduire que $P dt = -C \left(\frac{\theta_{ex}}{\theta_{in}} - 1 \right) d\theta_{in}$
- 3) En déduire que $t = a \ln(\theta_{in}) + b \theta_{in} + d$, où les constantes a , b et d sont à exprimer en fonction des données. Calculer la valeur numérique du temps t_R de refroidissement.

C - Les carottes sont cuites (25 minutes ?)

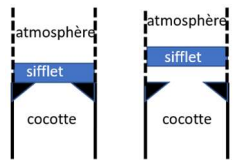
La cuisson de carottes dans une simple casserole d'eau bouillante nécessite environ 20 minutes. On veut en déduire le temps de cuisson des carottes dans l'eau d'un autocuiseur (« cocotte-minute »).

Données :

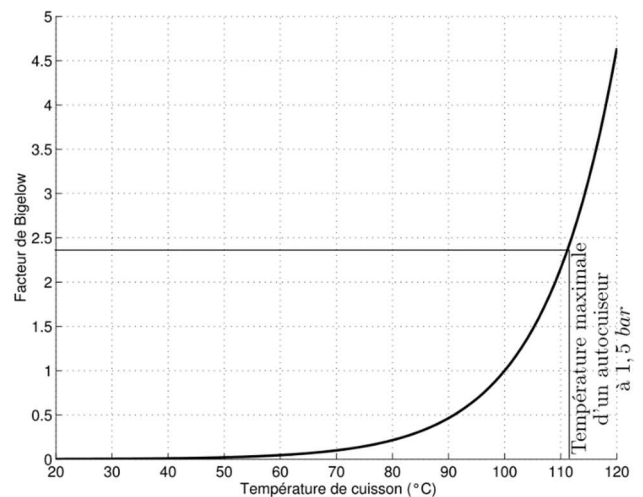
Intensité de la pesanteur $g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$. Masse de la soupape de fonctionnement (ou « sifflet ») $m = 51 \text{ g}$. Le sifflet est posé sur la tige d'évacuation de la vapeur, de section $s = 6 \text{ mm}^2$. Pression atmosphérique $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$. On admet que le sifflet peut être modélisé par un piston de masse m et de section s . Lorsqu'il se soulève, la vapeur de la cocotte peut sortir.



Enthalpie massique de vaporisation de l'eau supposée *constante* dans le domaine de température étudié : $\Delta H_{\text{vap, massique}} = 2,25 \times 10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$. Température d'ébullition de l'eau à la pression atmosphérique : $T_0 = 373 \text{ K}$. La masse molaire de l'eau est $M = 18 \text{ g.mol}^{-1}$.



On admet que la vapeur d'eau se comporte comme un gaz parfait et on rappelle la valeur de la constante des gaz parfaits $R = 8,314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$. Le graphe ci-contre représente le « facteur de Bigelow » F . Ce facteur sans dimension indique la vitesse (relative) de cuisson en fonction de la température maximale atteinte par l'eau.



On rappelle la relation de Clapeyron :

$$\Delta H_{\text{vap}} = T (v_{\text{vap}} - v_{\text{liq}}) \left(\frac{dP}{dT} \right)_{L/V}, \text{ où } P \text{ représente la pression}$$

de vapeur saturante à la température T .

1. En vous inspirant du schéma, justifier qu'au moment où le sifflet se soulève et laisse échapper de la vapeur, la pression P_1 dans la cocotte vaut environ 1,8 bar (donner la valeur avec 3 chiffres significatifs).
2. Que peut-on dire de v_{liq} par rapport à v_{vap} ? En déduire, à partir de la relation de Clapeyron, que si la température dans la cocotte passe de T_0 à T_1 , la pression de vapeur saturante passe de P_0 à P_1 telle que $\frac{1}{T_1} \approx \frac{1}{T_0} - \frac{R}{\Delta H_{\text{vap}}} \ln \frac{P_1}{P_0}$, où ΔH_{vap} est l'enthalpie molaire de vaporisation de l'eau.
3. En déduire la température T_1 dans la cocotte et la durée approximative de cuisson des carottes dans une cocotte-minute.

NOM : _____

Diagramme de Mollier de l'eau à rendre (même vide) avec la copie

