

Contrôle du 6 octobre

Durée : 2h

Sont interdits : Documents, calculatrices, ordinateurs, téléphones (voire plus, à la discrétion des enseignants).

Les correcteurs seront attentifs au soin et à la qualité de la rédaction

Exercice 1. Résolvez dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 + 4z + 13 = 0$.

Pensez à vérifier que vos résultats sont bien solutions.

Exercice 2. Mettez les expressions suivantes sous la forme $a + ib$ avec $a, b \in \mathbb{R}$:

$$\frac{i+1}{i-2} + i^3$$
$$(1-i)^2 (2i+3)$$

Exercice 3. Ensemble de définition de

$$x \mapsto \sqrt{\frac{x^2-1}{x-3}}$$

Exercice 4. Ensemble de définition et dérivées de

$$(1) \quad x \mapsto \sqrt{-x^2 - x + 2}$$

$$(2) \quad x \mapsto \frac{x^2+1}{\ln(2+x)}$$

Exercice 5. Comportement aux points critiques de $x \mapsto x^2 - x - 2 \ln(1+x)$.

(On rappelle que les points critiques sont les points auxquels la dérivée s'annule, et qu'il faut alors calculer la dérivée seconde pour obtenir des informations sur le comportement.)

Exercice 6. En utilisant une fonction dont vous étudierez les variations, montrez que $e^x \geq x + 1$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Exercice 7. Domaine de définition, tableau de variation (on ne demande PAS les limites) et graphe approximatif des fonctions suivantes :

$$(1) \quad f : x \mapsto e^{-x}$$

$$(2) \quad g : x \mapsto \ln(x^3 - 3x)$$

$$(3) \quad h : x \mapsto 2x^3 - 5x^2 - 4x - 1$$

Exercice 8. Tracez le graphe de la fonction

$$x \mapsto |x-2| - x^2$$

Exercice 9. Résolvez l'équation différentielle

$$\bullet \left\{ \begin{array}{l} y' = -2y \\ y(1) = 3 \end{array} \quad \text{sur } \mathbb{R}, \right\}$$

FIN