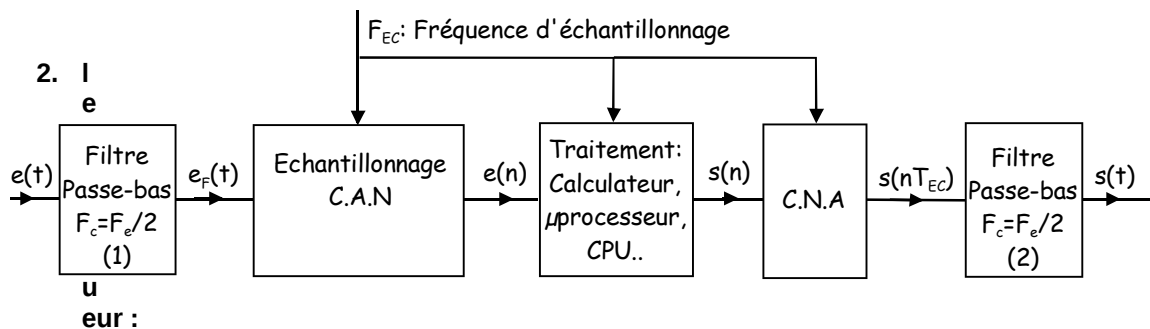


I. Analyse du signal échantillonné :

A. Généralités :

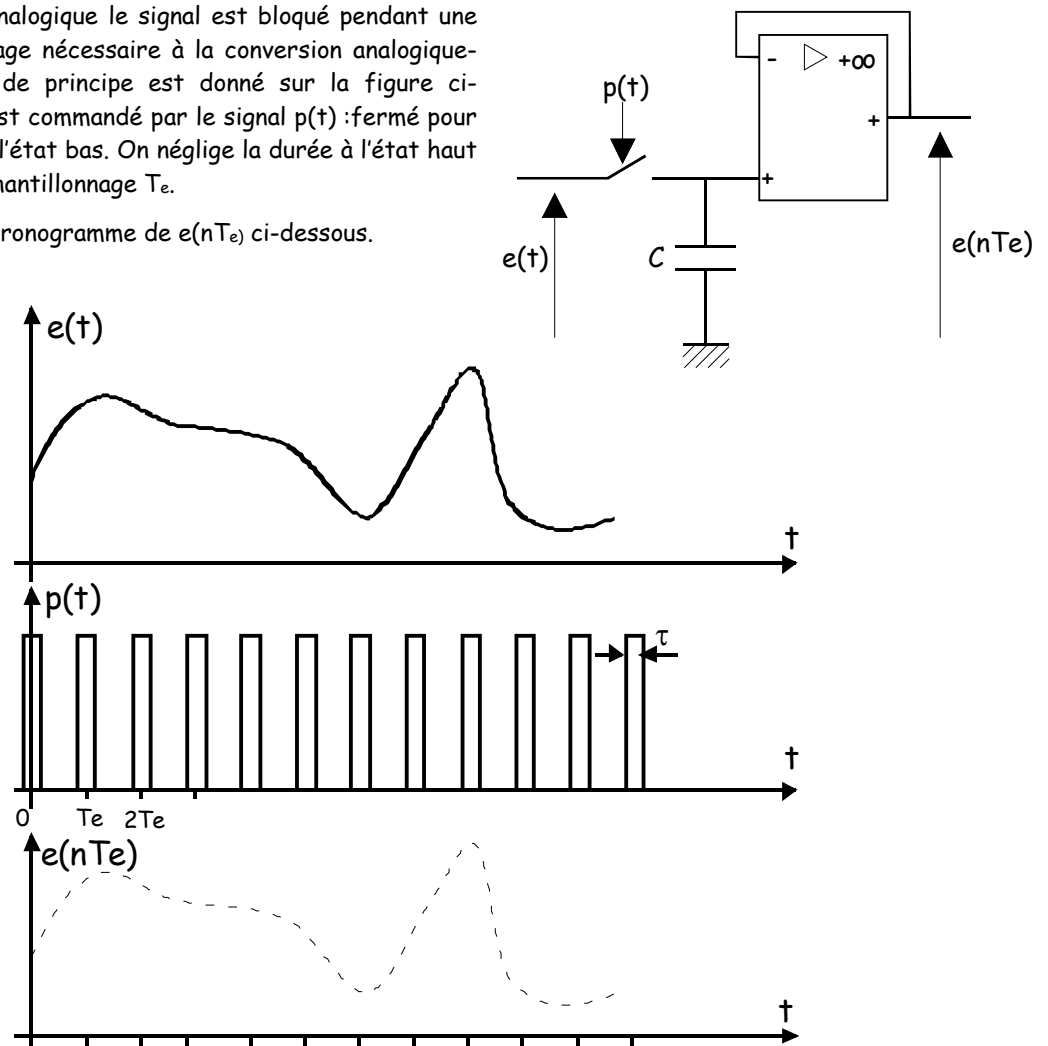
1. Schéma de principe d'une chaîne numérique :

Une chaîne numérique est souvent constituée d'un filtre passe-bas (1) anti-repliement, d'un convertisseur analogique numérique qui échantillonne le signal, d'un calculateur effectuant le traitement, d'un convertisseur numérique analogique pour reconstituer un signal analogique et d'un filtre passe-bas de lissage.



Lors de la conversion analogique le signal est bloqué pendant une durée T_e d'échantillonnage nécessaire à la conversion analogique-numérique. Le schéma de principe est donné sur la figure ci-contre. L'interrupteur est commandé par le signal $p(t)$: fermé pour l'état haut, ouvert pour l'état bas. On néglige la durée à l'état haut τ devant la période d'échantillonnage T_e .

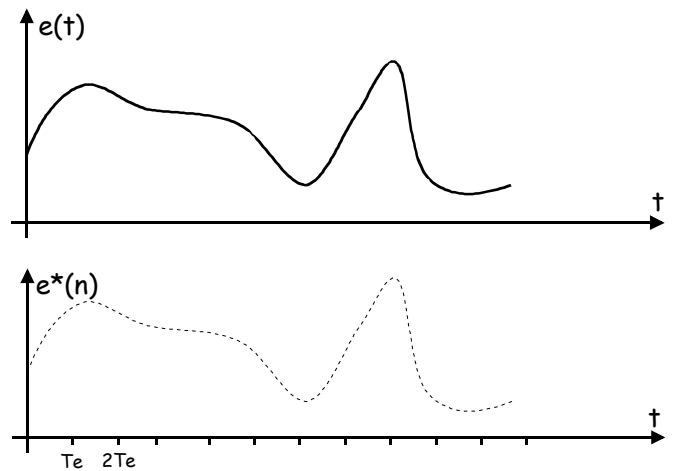
- Compléter le chronogramme de $e(nT_e)$ ci-dessous.



3. L'échantillonnage ;

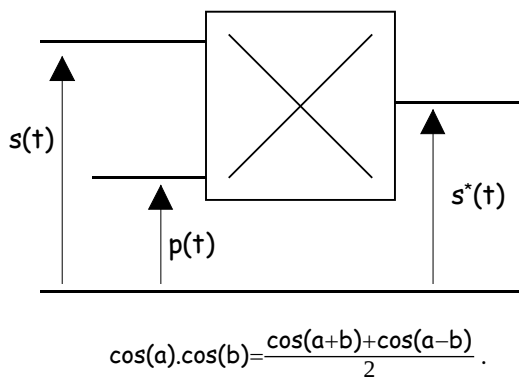
La conversion analogique-numérique consiste à prélever une valeur de $e(t)$ après blocage toute les périodes T_e . En dehors de ces instants, le signal $e^*(n)$ « numérique » est considéré comme nul. Cette phase est appelé échantillonnage.

- Compléter le chronogramme de $e^*(n)$ ci-dessous.



B. Analyse spectrale d'un signal numérisé :

1. Spectre d'un signal échantillonné :

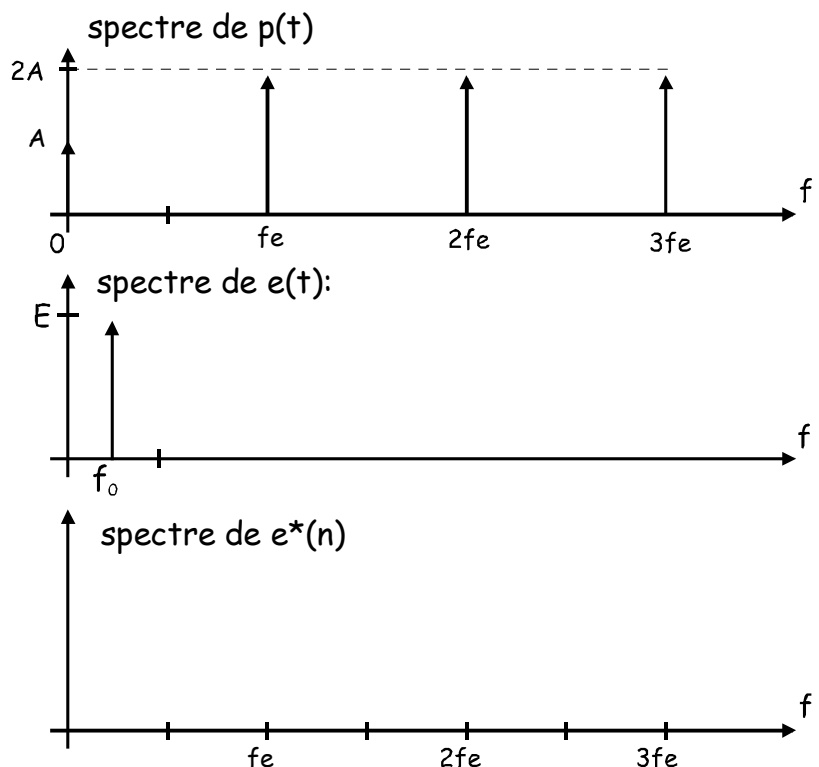


Un signal échantillonné $e^*(n)$ est défini comme étant la multiplication d'un signal $e(t)$ continu par un train d'impulsion périodique $p(t)$ (peigne de Dirac). Chaque impulsion aura une amplitude égale à $1/\tau$, une durée à l'état haut de τ avec $\tau \rightarrow 0$. On donne la décomposition en série de

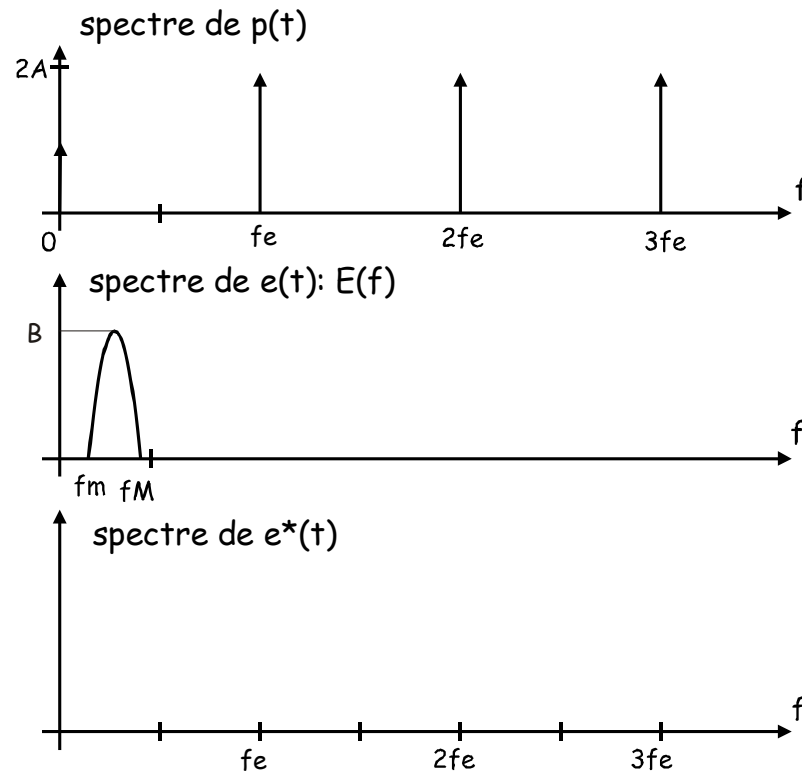
Fourier de $p(t)$: $p(t) = A + \sum_{n=1}^{\infty} 2A \cos(n2\pi f_e t)$ avec $f_e = 1/T_e$.

- Dans le cas ou $e(t) = E \cos(2\pi f_0 t)$ est sinusoïdal, écrire l'expression de $e^*(t)$. On rappelle la relation

- En prenant comme hypothèse $f_0 \ll f_e$, tracer le spectre de $e^*(n)$.



- Généralisation : Compléter le graphe du spectre d'un signal e^* échantillonné ci-dessous pour un signal $e(t)$ quelconque de spectre $E(f)$.

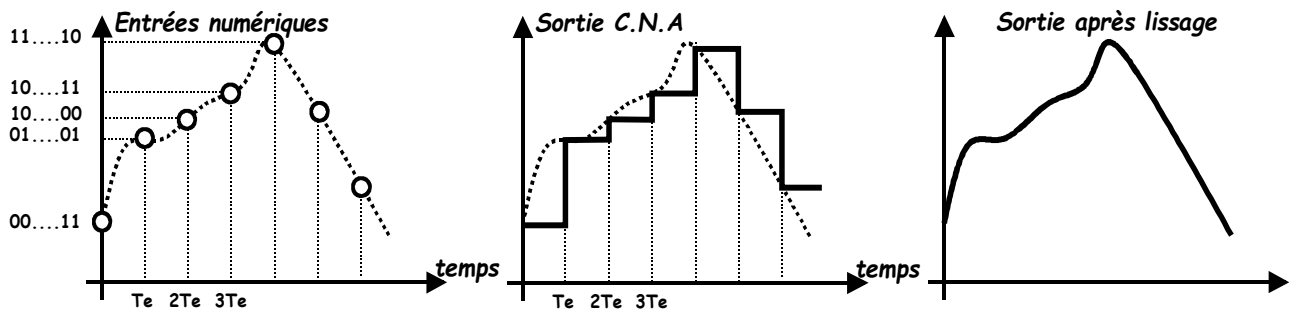


2. Limitations :

- On augmente la fréquence f_0 ($e(t)=E.\cos(2\pi f_0 t)$) de $e(t)$. Montrer qu'il existe une fréquence maximale à ne pas dépasser pour ne pas perdre le signal $e(t)$ après échantillonnage.
- Justifier l'utilisation du filtre passe-bas (1).
- Le signal e^* ($e(t)=E\cos(2\pi f_0 t)$) est appliqué à l'entrée d'un filtre passe-bas idéal de fréquence de coupure égal à $f_e/2$. Donner le spectre du signal filtré et son allure temporelle.

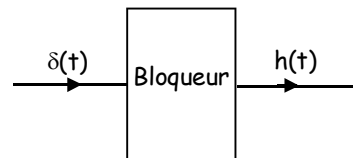
3. Restitution :

La restitution d'un signal numérique consiste à fabriquer un signal continu à partir d'une suite de nombres choisis de façon périodique (T_e). On reconstitue le signal à partir des échantillons numériques et après un lissage (filtrage).

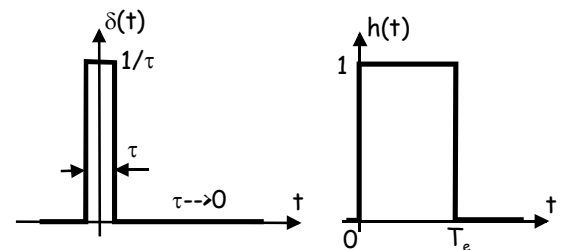


4. $\delta(t)$ Fonction de transfert d'un bloqueur d'ordre 0 :

Chaque échantillon placé à l'entrée du CNA est considéré comme une impulsion Dirac $\delta(t)$ pondérée par la valeur numérique n_i du signal. Le convertisseur donne alors en sortie un signal créneau d'amplitude n_i et de durée T_e .



- Retrouver la transmittance opérationnelle de Laplace du bloqueur : $T(p) = \frac{H(p)}{\Delta(p)}$ avec $H(p)$ la transformée de Laplace de $h(t)$ et $\Delta(p)$ la transformée de l'impulsion Dirac.



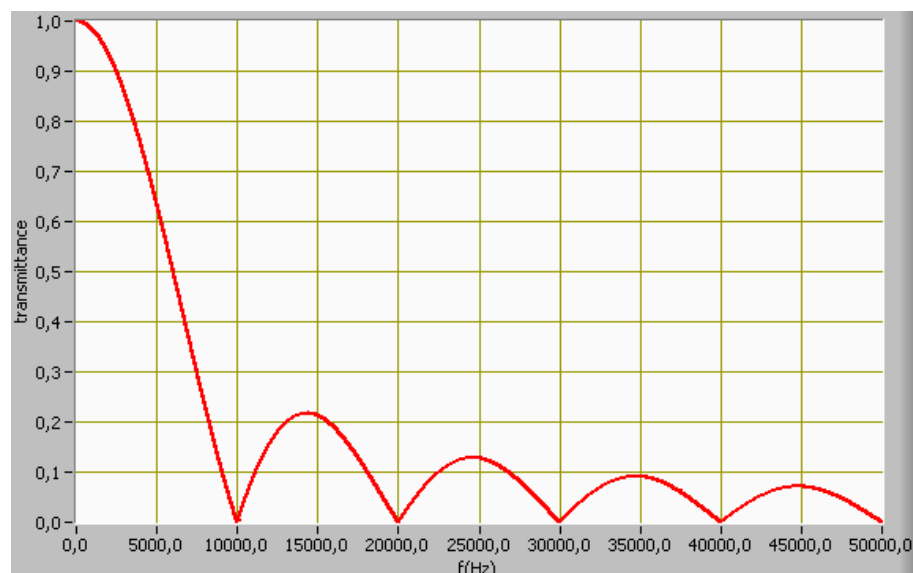
- En déduire $T(j\omega)$ la transmittance complexe du bloqueur.

On montre que le module de la transmittance peut se mettre sous la

forme : $T(\omega) = T_0 \frac{\sin(\frac{\omega T_e}{2})}{\frac{\omega T_e}{2}}$ ou encore

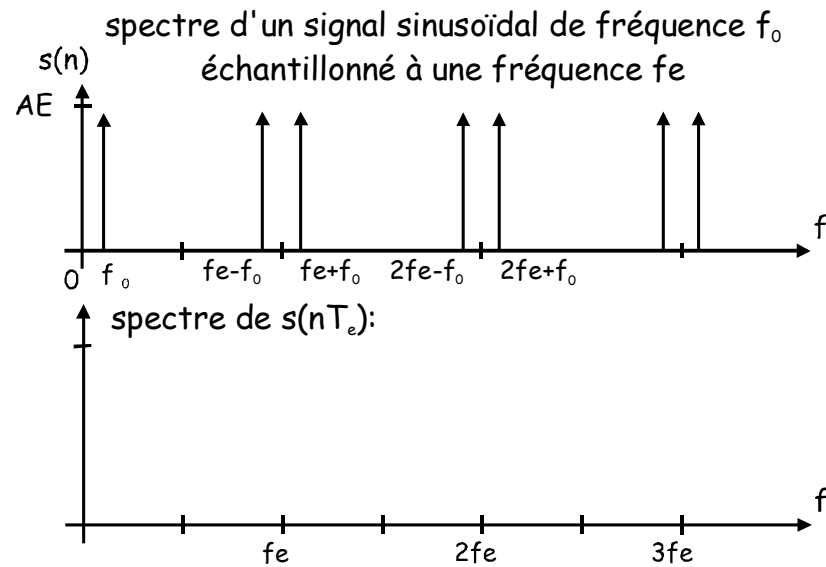
pour simplifier : $T(\omega) = \frac{\sin(\frac{\omega T_e}{2})}{\frac{\omega T_e}{2}}$.

L'allure de $T(f)$ est donnée sur le graphe ci-contre avec $f_e = 10\text{kHz}$.

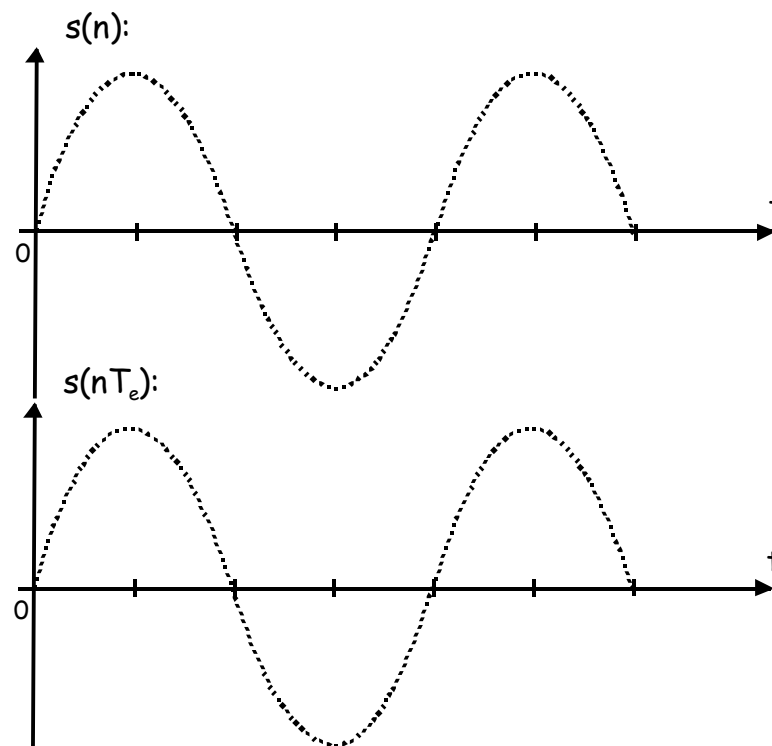


On donne l'allure du spectre d'un signal sinusoïdal de fréquence $f_0=1\text{kHz}$ numérisé à une fréquence $f_e=10\text{kHz}$.

- Compléter l'allure du spectre de $s(nT_e)$ en sortie du CNA.



- Tracer l'allure temporelle de $s(n)$ et $s(nT_e)$.



C. Cas de la numérisation du son :

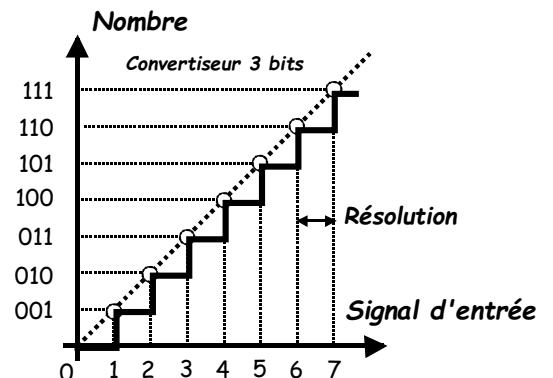
1. Rappel sur la nature du son :

- Le son est une variation rapide de la pression atmosphérique. Pour son traitement, il est généralement transformé en variations proportionnelles de tension électrique grâce à un "microphones".
- Musicalement, on parle d'un son aigu ou grave. Physiquement, cela correspond à la **fréquence** - nombre de variations de pression par seconde (Hertz, Hz). Plus un son est aigu, plus sa fréquence est élevée. **La bande des fréquences** audibles par les êtres humains s'étale entre 20 Hertz à 15 kHz ou 20 kHz selon l'âge.
- Deux instruments différents ou deux personnes peuvent émettre un son de mêmes amplitude et fréquence et pourtant être reconnaissables. Ce ne sont pas exactement les mêmes sons. Les musiciens parlent de différences de **timbre** permettant de reconnaître les instruments.
- **L'intensité** est ce que l'on nomme généralement la "force" d'un son. Fort, faible, "fortissimo" ou "pianissimo" etc. Cela correspond physiquement à l'amplitude des variations de pression de l'air. Elle **se repère en décibels**.

2. Influence de la numérisation sur la qualité sonore :

- Le nombre de bits des convertisseurs et donc la précision est nécessaire pour obtenir une bonne fidélité.

Nombre de bits	Combinaisons possibles
4	16
5	32
8	256
10	1024
16	65536



- Le choix de la fréquence d'échantillonnage: La fréquence d'échantillonnage minimale requise pour pouvoir ensuite restituer un signal est d'au moins le **double** de la fréquence **la plus haute** de ce signal que l'on souhaite restituer: $f_e > 2f_{\max}$.