

On notera N_A le nombre d'Avogadro. On donne $R = 8,314$ (SI).

A . Effusion gazeuse

Soit un récipient constitué de deux compartiments de même volume V maintenus à la température T . A l'instant $t = 0$, une mole d'un gaz parfait remplit le compartiment (1), le compartiment (2) est vide et on perce un petit trou de section $s = 1 \text{ mm}^2$ entre les deux compartiments.

On note N_1 et N_2 les nombres de **particules** dans les compartiments (1) et (2). On adopte pour le gaz parfait le modèle simplifié suivant : les vecteurs vitesse sont parallèles à l'une des six directions de vecteurs directeurs $\pm \vec{u}_x$, $\pm \vec{u}_y$, $\pm \vec{u}_z$ avec un sixième des molécules dans chacune de ces directions. La norme $\|\vec{v}\|$ de toutes les **particules** est identique égale à la vitesse quadratique moyenne v^* .

1) Établir l'expression du nombre $dN_{1 \rightarrow 2}$ de **particules** contenues dans le compartiment (1) et traversant la surface s entre les instant t et $t + dt$. Même question pour $dN_{2 \rightarrow 1}$.

2) En déduire les expressions de $\frac{dN_1}{dt}$ et $\frac{dN_2}{dt}$ en fonction de N_1 , N_2 , s , v^* et V .

3) Établir les expressions de $N_1(t)$ et $N_2(t)$. On fera apparaître une constante de temps caractéristique du phénomène τ en fonction de V , s et v^* . Vérifier que $N_1(t) = \frac{N_A}{2} (1 + e^{-t/\tau})$ **atomes d'hydrogène**

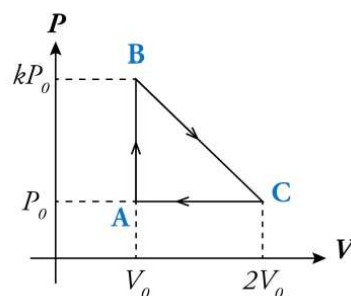
4) Comment varie τ avec la masse des **particules** ? Calculer τ pour H si $T_0 = 300 \text{ K}$ et $P_0 = 1 \text{ bar}$.

5) Quelle peut-être l'application pratique de ce phénomène d'effusion gazeuse ?

B – Bilan thermique

Un gaz parfait, de rapport $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ subit le cycle de transformations quasi-statiques (et sans frottement) décrit par le diagramme ci-contre.

- Exprimer le travail total reçu par le gaz au cours du cycle, ainsi que les transferts thermiques reçus Q_{AB} et Q_{CA} , en fonction de P_0 , V_0 , γ et k .
- Montrer que si le transfert thermique reçu lors de la transformation BC est nul, alors $k = \frac{3+\gamma}{3-\gamma}$.
- La transformation BC est-elle pour autant adiabatique ? Justifier.



C - Elévateur à piston

Données numérique

$$V_B = 1L, V_A = 330mL, T_0 = 300K, P_0 = 1bar, m = 10kg, S = 100cm^2, g = 10N.kg^{-1}, \gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1,4$$

La constante des gaz parfaits est : $R = 8,314 J.K^{-1}.mol^{-1}$.

Les capacités thermiques du gaz seront supposées indépendantes de la température.

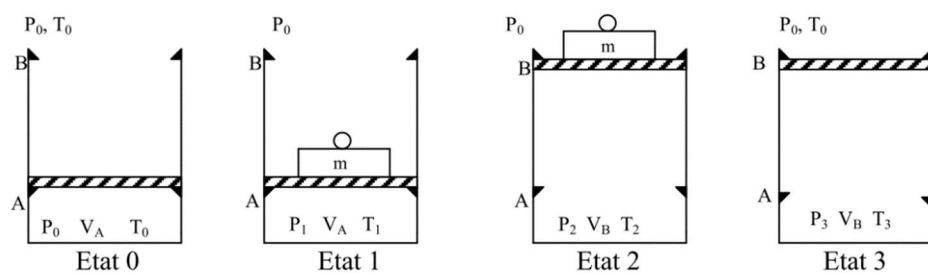
On note c_{pm} et c_{vm} les capacités thermiques *molaires* du gaz, respectivement à pression et à volume constants.

On note de même C_p et C_v les capacités pour n mol de gaz.

Le rendement r d'un moteur est défini comme $r = -W / Q_c$, où W est le travail reçu par le fluide au cours du cycle, et Q_c la quantité de chaleur que la source chaude apporte au fluide (c'est-à-dire la grandeur énergétique qui coûte de l'argent...).

Les différentes transformations sont supposées lentes et sans phénomène dissipatif (sans frottement). On imagine un cylindre aux parois conduisant la chaleur, fermé par un piston. Le piston, de masse négligeable, peut glisser sans frottement entre 2 cales A et B. Sa section est S . Dans l'état initial, le piston

est en A, le cylindre renferme un volume V_A d'air considéré comme un gaz parfait, de coefficient γ , à la température de l'extérieur: T_0 , pression P_0 , (gaz dans l'état 0: P_0, V_A, T_0)



$0 \rightarrow 1$: On place une masse m sur le piston et on chauffe très doucement le gaz par un moyen approprié, non représenté sur le schéma, jusqu'à ce que le piston décolle juste de la cale A (gaz dans l'état 1: P_1, V_A, T_1).

$1 \rightarrow 2$: Puis, on maintient le chauffage. Le piston se déplace très lentement jusqu'à ce qu'il arrive juste en B (gaz dans l'état 2: P_2, V_B, T_2), le chauffage est alors arrêté.

$2 \rightarrow 3$: On enlève m et on laisse refroidir l'ensemble jusqu'à ce que le piston décolle juste de B (gaz dans l'état 3: P_3, V_B, T_3).

$3 \rightarrow 0$: On laisse toujours refroidir lentement jusqu'à la température T_0 , et le piston revient en A (gaz dans l'état 0), le cycle est terminé.

1. Exprimer les capacités thermiques à pression et à volume constants C_p et C_v du gaz en fonction de n (quantité de matière de gaz enfermé), R , γ , puis en fonction de P_0, V_A, T_0, γ . Justifier.
2. Quelle est la nature de la transformation de 0 à 1 subie par le gaz ? (Autrement dit : comment appelle-t-on ce type de transformation ?).
3. Exprimer la pression P_1 et la température T_1 en fonction de P_0, T_0, m, g, S . Faire l'application numérique.
4. Exprimer la quantité de chaleur (transfert thermique) Q_0^1 reçue par le gaz au cours de cette transformation en fonction de C_v ou C_p , T_1, T_0 puis $P_0, T_1, T_0, V_A, \gamma$. Faire l'application numérique.
5. Quelle est la nature de la transformation 1 à 2 subie par le gaz ? Justifier.
6. Exprimer la température T_2 en fonction de T_1, V_A, V_B . Faire l'application numérique.
7. Exprimer la quantité de chaleur (transfert thermique) Q_1^2 reçue par le gaz au cours de cette transformation en fonction de C_v ou C_p , T_1, T_2 puis $P_0, T_0, T_1, T_2, V_A, \gamma$. Faire l'application numérique.
8. Quelles sont les natures des transformations 2 à 3 et 3 à 0 subies par le gaz ?
9. Exprimer le travail total W échangé par ce « moteur » avec l'extérieur, au cours du cycle, en fonction de m, g, V_A, V_B, S . Faire l'application numérique.
10. Exprimer le rendement de ce « moteur » en fonction des différents transferts d'énergie. Faire l'application numérique.
11. Tracer l'allure du diagramme de Clapeyron $P = f(V)$ du cycle.
12. Retrouver, d'après le diagramme, le travail W calculé précédemment.