

Nom, Prénom :

ENSEM 1A - FISE

EPREUVE DE THERMODYNAMIQUE

Durée : 1 heure, documents et téléphones et montres connectées non autorisés. Calculatrice autorisée.

La propreté, la lisibilité de la copie et le respect des notations données dans l'énoncé seront pris en compte dans la notation.

Les parties 1 et 2 sont indépendantes mais les résultats de la partie 1 peuvent être utiles pour la seconde partie.

Partie 1 : Questions générales (6 pts)

1. Rappeler la 1^{ère} loi de Joule en explicitant les différents termes et leur unité. A quel type de système est-elle applicable ? (2 pts)

$$dU = (n \text{ ou } m) \cdot C_V \cdot dT$$

- dU : variation infinitésimale d'énergie interne en J.
- C_V : capacité thermique isochore en $\text{J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ ou kg^{-1}
- n ou m : masse (kg) ou nombre de mole du système
- dT : variation infinitésimale de température en K.

La loi de Joule n'est applicable que pour un gaz parfait.

2. Rappeler la variation infinitésimale d'entropie dS d'un système dans un cas général. Quel est le terme traduisant l'échange d'entropie et quelle est la particularité du terme de création d'entropie. (2 pts)

$$dS = \frac{\delta Q}{T} + \delta S^{\text{créé}}$$

L'échange d'entropie est le terme $\delta Q/T$

Le terme de création d'entropie $\delta S^{\text{créé}} \geq 0$ ($= 0$ si transformation réversible et > 0 si la transformation est irréversible).

3. Montrer que, pour n moles de gaz parfait, l'échange d'entropie au cours d'une transformation réversible d'un état d'équilibre initial (P_0, T_0, V_0) vers un état d'équilibre final (P_F, T_F, V_F) peut s'écrire :

$$S^{éch} = n \cdot C_V \cdot \ln\left(\frac{T_F}{T_0}\right) + n \cdot R \cdot \ln\left(\frac{V_F}{V_0}\right)$$

On supposera que seules les forces de pression fournissent ou reçoivent du travail. (2 pts)

$$S^{éch} = \int \frac{\delta Q}{T} = \int \frac{dU + PdV}{T} = n \cdot C_V \cdot \int_{T_0}^{T_F} \frac{dT}{T} + n \cdot R \cdot \int_{V_0}^{V_F} \frac{dV}{V}$$

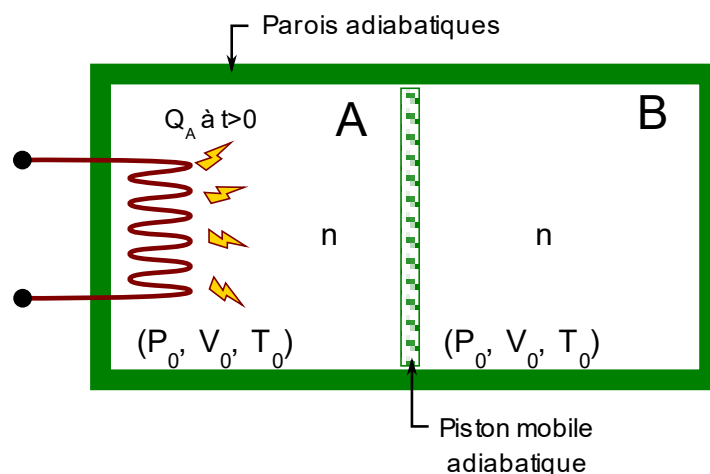
$$S^{éch} = n \cdot C_V \cdot \ln\left(\frac{T_F}{T_0}\right) + n \cdot R \cdot \ln\left(\frac{V_F}{V_0}\right)$$

Partie 2 : Détente, variation d'énergie interne et d'entropie (14 pts)

Un piston adiabatique, mobile sans frottement, sépare deux compartiments A et B d'un cylindre rigide aux parois externes adiabatiques.

Dans l'état initial ($t = 0$), A et B contiennent chacun n moles d'air et sont caractérisés par le même état (P_0, V_0, T_0) . L'air est assimilé à un gaz parfait diatomique avec $C_P = 7R/2$ et $C_V = 5R/2$, $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ et $\gamma = C_P/C_V$.

On donne $P_0 = 1 \text{ bar}$ (10^5 Pa), $V_0 = 1 \text{ L}$ ($1 \times 10^{-3} \text{ m}^3$) et $T_0 = 300 \text{ K}$.



A $t = 0$, on chauffe le compartiment A à l'aide d'une résistance électrique. Le chauffage du compartiment est progressif de sorte que l'on puisse considérer la transformation comme quasi-statique. Le système est chauffé jusqu'à ce que la pression dans le compartiment A atteigne $P_A = 3P_0$, le chauffage est arrêté et le piston est immobile.

1. Calculer le nombre de moles n dans chaque compartiment. (1 pt)

$$n = \frac{P_0 \cdot V_0}{RT_0} = 0,04 \text{ mol}$$

2. Définir le type et la nature des transformations ayant opéré dans les deux compartiments A et B. (1 pt)

Dans B, c'est une compression adiabatique réversible.

Dans A, c'est une détente réversible.

3. Donner les expressions des variables de l'état final dans le compartiment B (P_B , V_B , T_B) en fonction de (P_0 , V_0 , T_0) et γ . Calculez leur valeur numérique. (2 pts)

A l'équilibre, on a : $P_B = P_A = 3P_0 = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

$$P_0 \cdot V_0^\gamma = P_B \cdot V_B^\gamma \text{ alors } V_B = V_0 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{1/\gamma} = 0,46 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 0,46 \text{ L}$$

$$T_B = 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \cdot T_0 = 410,6 \text{ K}$$

4. En déduire les expressions des variables de l'état final dans le compartiment A (P_A , V_A , T_A) en fonction de (P_0 , V_0 , T_0) et γ . Calculez leur valeur numérique. (2 pts)

Indication : $T_A > 1000 K$.

$$P_A = 3P_0 = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$V_A = 2V_0 - V_B = \left(2 - \left(\frac{1}{3}\right)^{1/\gamma}\right) \cdot V_0 = 1,54 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 1,54 \text{ L}$$

$$T_A = 3 \cdot \left(2 - \left(\frac{1}{3}\right)^{1/\gamma}\right) \cdot T_0 = 1390 \text{ K}$$

5. Déterminer les variations d'énergie interne dans chaque compartiment ΔU_A et ΔU_B . (2 pts)

Loi de Joule pour un gaz parfait :

$$\Delta U_A = n \cdot C_V \cdot (T_A - T_0) = 907,8 \text{ J}$$

$$\Delta U_B = n \cdot C_V \cdot (T_B - T_0) = 92,2 \text{ J}$$

6. Déterminer la chaleur Q_A cédée par la résistance électrique au gaz contenu dans le compartiment A. Calculer Q_A . (2 pts)

Indication : attention au système que vous avez défini.

Dans le compartiment A : $\Delta U_A = W_A + Q_A$

Dans le compartiment B : $\Delta U_B = W_B$

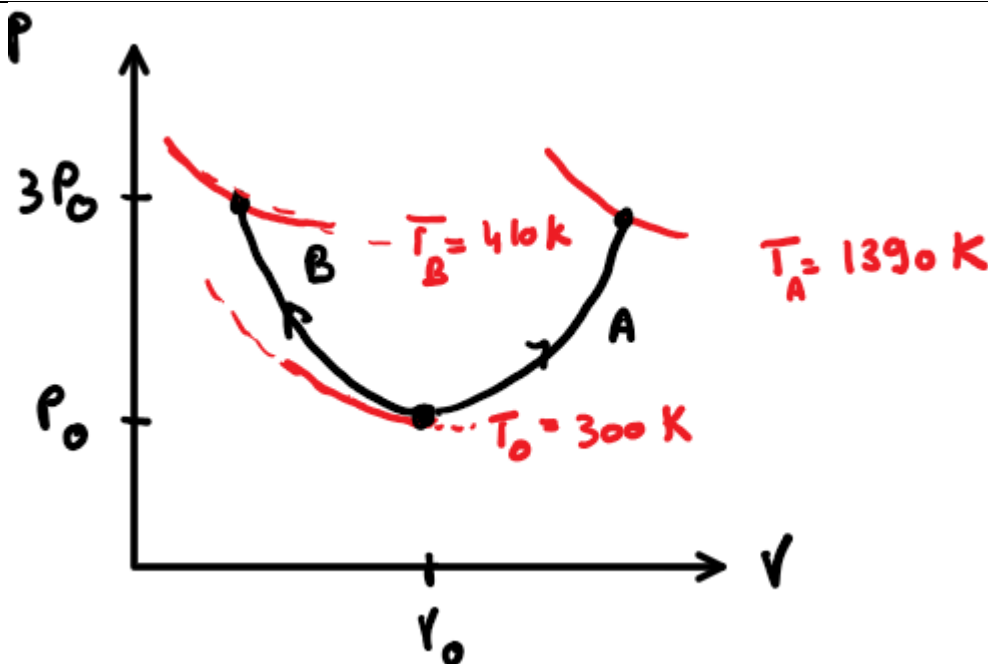
Or $W_A = -W_B = -\Delta U_B$ donc $Q_A = \Delta U_A + \Delta U_B = n \cdot C_V \cdot (T_A + T_B - 2T_0)$

Ce qui est logique car puisque les parois sont adiabatiques, l'énergie apportée par la résistance permet d'augmenter l'énergie interne de chaque gaz dans A et B. J'accepterai cette explication.

Une autre façon de voir consiste à considérer le système constitué des 2 compartiments : $\Delta U = W + Q$ or $W = 0$ (cylindre rigide) et l'énergie interne est une grandeur extensive donc $\Delta U_A + \Delta U_B = Q_A$

$$Q_A = 1 \text{ kJ}$$

7. Tracer le diagramme de Clapeyron $P(V)$ pour les deux transformations. Tracer également les lignes correspondantes à des transformations isothermes à T_0 , T_A et T_B . (2 pts)



8. Déterminer la variation d'entropie ΔS_B dans le compartiment B et donner sa valeur. (1 pt)

Transformation adiabatique réversible donc $\delta Q_B = 0$ et $\delta S^{crée} = 0$ donc la transformation dans B est isentropique $\Delta S_B = 0 \text{ J.K}^{-1}$.

9. Déterminer la variation d'entropie ΔS_A dans le compartiment A et donner sa valeur. (1 pt)

En utilisant le résultat de la partie 1-3 :

$$\Delta S_A = n \cdot C_V \cdot \ln\left(\frac{T_A}{T_0}\right) + n \cdot R \cdot \ln\left(\frac{V_A}{V_0}\right) = 1,42 \text{ J.K}^{-1}$$