

Nom, Prénom :

(-5 pts si oubli)

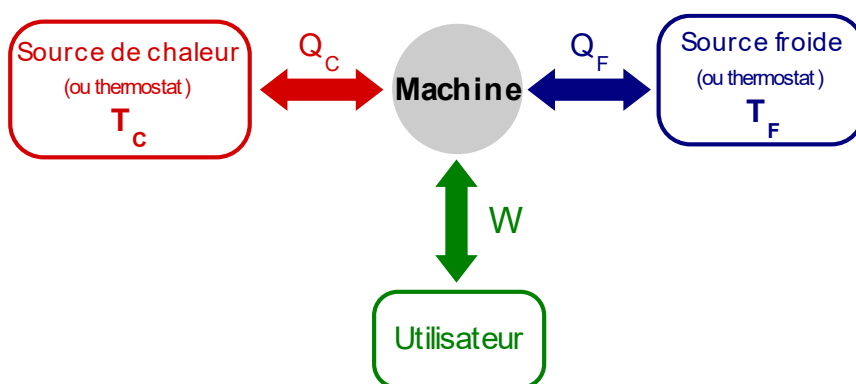
ENSEM 1A UE Fondements de la mécanique

EPREUVE DE THERMODYNAMIQUE

*Durée : 2 heures, documents et téléphones non autorisés. Calculatrice autorisée.
La propreté, la lisibilité de la copie et le respect des notations données dans l'énoncé seront pris en compte dans la notation.*

Partie 1 : Les machines thermiques (10 pts)

Une machine thermique fonctionnant entre deux sources de chaleur suit le principe suivant :



Où Q_C , Q_F sont les chaleurs échangées entre la machine et les sources chaude et froide respectivement et W est le travail échangé entre la machine et un utilisateur.

1. Préciser les signes de W , Q_C et Q_F pour le fonctionnement des trois types de machines : le moteur (M), le réfrigérateur (RF) et la pompe à chaleur (PAC).

Moteur :

$W < 0$ (la machine fournit du travail)

$Q_C > 0$ (la machine reçoit de la chaleur de la source chaude)

$Q_F < 0$ (la machine cède de la chaleur à la source chaude)

Réfrigérateur et PAC :

$W > 0$ (la machine reçoit du travail)

$Q_C < 0$ (la machine cède de la chaleur à la source chaude)

$Q_F > 0$ (la machine reçoit de la chaleur de la source froide)

2. Définir en fonction de W , Q_C ou/et Q_F le rendement du moteur η_M , l'efficacité du réfrigérateur e_{RF} et le coefficient de performance de la pompe à chaleur COP_{PAC} .

Moteur :

$$\eta_M = \frac{|W|}{Q_C} = \frac{-W}{Q_C}$$

Réfrigérateur :

$$e_{RG} = \frac{Q_F}{W}$$

Pompe à chaleur

$$COP_{PAC} = \frac{|Q_F|}{W} = \frac{-Q_F}{W}$$

3. En considérant que ces machines effectuent un cycle de transformations réversibles et en considérant les sources chaude et froide comme des thermostats à des températures constantes (respectivement T_C et T_F). Exprimer les relations données par les deux premiers principes de la thermodynamique.

Le premier principe de la thermodynamique s'écrit :

$$\Delta U_{cycle} = W + Q_C + Q_F = 0 \Rightarrow W = -Q_C - Q_F$$

Le second principe pour des transformations réversibles :

$$\Delta S_{cycle} = \frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} = 0$$

4. En déduire, de cette évolution cyclique réversible, le rendement de Carnot η_C pour le moteur, l'efficacité du réfrigérateur e_{RF} et le coefficient de performance de la PAC COP_{PAC} en fonction des deux températures des sources chaude T_C et froide T_F (on continue de considérer les sources comme des thermostats).

Pour le moteur, le rendement de Carnot est :

$$\eta_C = 1 - \frac{T_F}{T_C}$$

Pour le réfrigérateur, l'efficacité est :

$$e_{RG} = \frac{Q_F}{-Q_C - Q_F} = \frac{1}{\frac{T_C}{T_F} - 1} = \frac{T_F}{T_C - T_F}$$

Pour la pompe à chaleur, le coefficient de performance :

$$COP_{PAC} = \frac{-Q_F}{W} = \frac{1}{1 - \frac{T_F}{T_C}} = \frac{T_C}{T_C - T_F}$$

5. On suppose maintenant un fonctionnement irréversible du moteur. On note $S^{crée}$, l'entropie créée à chaque cycle du moteur. Quel est le signe de cette quantité et que devient l'expression du second principe sur ce cycle possédant des irréversibilités ?

L'entropie créée est toujours positive ou nulle.

L'expression du second principe est :

$$\Delta S_{cycle} = \frac{Q_C^{irr}}{T_C} + \frac{Q_F^{irr}}{T_F} + S^{crée} = 0$$

Je ne tiendrais pas rigueur des notations « irr » si elles ne sont pas présentes.

6. Montrer que la nouvelle expression du rendement du moteur peut s'écrire sous la forme :

$$\eta_M = \eta_C - \frac{T_F \cdot S^{crée}}{Q_C^{irr}}$$

où η_C est le rendement du moteur de Carnot. Ce rendement est-il plus grand ou plus petit que le rendement de Carnot ?

$$\eta_M = \frac{-W^{irr}}{Q_C^{irr}} = \frac{Q_C^{irr} + Q_F^{irr}}{Q_C^{irr}} = 1 + \frac{Q_F^{irr}}{Q_C^{irr}}$$

Le second principe permet d'exprimer Q_F :

$$Q_F^{irr} = -\frac{T_F}{T_C} Q_C^{irr} - T_F S^{crée}$$

On remplace cette expression dans la précédente :

$$\eta_M = 1 + \frac{Q_F^{irr}}{Q_C^{irr}} = 1 - \frac{T_F}{T_C} - \frac{T_F S^{crée}}{Q_C^{irr}}$$

$$\eta_M = 1 + \frac{Q_F^{irr}}{Q_C^{irr}} = \eta_C - \frac{T_F S^{crée}}{Q_C^{irr}}$$

Le rendement η_M est plus petit que le celui du moteur de Carnot car T_F , $S^{crée}$ et Q_C sont des quantités positives.

Au cours d'un cycle moteur (toujours irréversible), la machine fournit à chaque cycle un travail $W^{irr} = -15$ kJ. Le degré d'irréversibilité de la machine, défini par $r = \eta_M/\eta_C$, vaut 0,94. On donne $T_C = 1450$ K et $T_F = 290$ K.

7. Calculer le rendement d'un moteur de Carnot fonctionnant entre ces deux températures et le rendement du moteur η_M .

Le rendement d'un moteur de Carnot fonctionnant à ces températures :

$$\eta_C = 1 - \frac{290}{1450} = 0,8$$

Le rendement du moteur fonctionnant de façon irréversible :

$$\eta_M = r \cdot \eta_C = 0,94 \cdot 0,8 = 0,768$$

8. Déterminer les valeurs des quantités de chaleur Q_C^{irr} et Q_F^{irr} échangées au cours d'un cycle irréversible ainsi que l'entropie créée $S^{crée}$.

Indications :

Vous avez 3 équations (1^{er} et 2^{ème} principe et l'équation du rendement η_M) et 3 inconnues (Q_C^{irr} , Q_F^{irr} et $S^{crée}$), ça devrait être possible.

Vous pouvez démontrer que $Q_C^{irr} = -\frac{W^{irr}}{\eta_M}$

Toute valeur numérique donnée sans une démonstration correcte ne sera pas comptabilisée.

Pour les chaleurs échangées et l'entropie créée, on a un système de 3 équations (1^{er} principe, 2^{ème} principe et rendement) et 3 inconnues. Je choisis d'éliminer Q_F et $S^{crée}$ des équations pour déterminer Q_C .

A partir de l'expression du 1^{er} principe, on déduit :

$$Q_F^{irr} = -W^{irr} - Q_C^{irr}$$

A partir de l'expression du 2^{ème} principe, on déduit :

$$S^{crée} = -\frac{Q_C^{irr}}{T_C} - \frac{Q_F^{irr}}{T_F} = -\frac{Q_C^{irr}}{T_C} + \frac{Q_C^{irr}}{T_F} + \frac{W^{irr}}{T_F} = \left(\frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_C}\right) \cdot Q_C^{irr} + \frac{W^{irr}}{T_F}$$

$$T_F \cdot S^{crée} = \left(1 - \frac{T_F}{T_C}\right) \cdot Q_C^{irr} + W^{irr} = \eta_C \cdot Q_C^{irr} + W^{irr}$$

En utilisant la 3^{ème} équation, celle du rendement :

$$\eta_M = r \cdot \eta_C = \eta_C - \frac{T_F S^{créée}}{Q_C^{irr}} = \eta_C - \frac{\eta_C \cdot Q_C^{irr} + W^{irr}}{Q_C^{irr}} = -\frac{W^{irr}}{Q_C^{irr}}$$

Donc :

$$Q_C^{irr} = -\frac{W^{irr}}{r \cdot \eta_C} = \frac{15000}{0,768} = 19,5kJ$$

On en déduit :

$$Q_F^{irr} = -W^{irr} - Q_C^{irr} = 15000 - 19531 = -4,5kJ$$

Et enfin $S^{créée}$:

$$S^{créée} = -\frac{Q_C^{irr}}{T_C} - \frac{Q_F^{irr}}{T_F} = \frac{-19531}{1450} + \frac{4531}{290} = 2,15J/K$$

Partie 2 – Changements d'état d'un corps pur (8 pts)

L'équilibre entre l'eau liquide et sa vapeur est caractérisé, à différentes températures, par les données suivantes :

Temp. (°C)	P _{sat} (bar)	Liquide saturé			Vapeur saturée		
		v _L (m ³ .kg ⁻¹)	h _L (kJ.kg ⁻¹)	u _L (kJ.kg ⁻¹)	v _G (m ³ .kg ⁻¹)	h _G (kJ.kg ⁻¹)	u _G (kJ.kg ⁻¹)
35	0,056	1,00.10 ⁻³	146	146	25,24	2561	2423
50	0,123	1,01.10 ⁻³	209	209	12,04	2587	2443
100	1,013	1,04.10 ⁻³	418	418	1,673	2671	2506

On dispose d'un cylindre indéformable muni d'un piston. Le cylindre et le piston ont des parois adiabatiques.

L'entropie massique d'un système à l'équilibre liquide-vapeur, de titre en vapeur X , à la température T est donnée par la relation :

$$s(X, T) = c_L \cdot \ln(T) + \frac{X \cdot L_{\text{vap}}(T)}{T} + \text{constante}$$

Dans laquelle c_L désigne la capacité thermique massique du liquide saturé et $L_{\text{vap}}(T)$ la chaleur latente de vaporisation à la température T en Kelvin.

Le piston est initialement fixé dans une position qui délimite un volume de 10 litres (1 litre = 10^{-3} m^3) dans le cylindre, ce dernier est vide. On introduit une masse $m = 10 \text{ g}$ d'eau liquide dans le cylindre à la température $T_0 = 100^\circ\text{C}$.

1. Quel est l'état du système à l'équilibre ? Justifier votre réponse.

On commence par déterminer le volume massique :

$$v = V / m = 10^{-2} \text{ m}^3 / 10^{-2} \text{ kg} = 1 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$$

D'après le tableau, on voit pour $T = 100^\circ\text{C}$ que $v_L < v < v_G$, donc le système est dans un équilibre liquide-vapeur.

2. Exprimer le titre en vapeur X en fonction du volume massique du système à l'équilibre v et des volumes massiques du liquide et de la vapeur saturés respectivement notés v_L et v_G . Calculer numériquement la valeur de X .

Avec la définition établie en cours, le titre en vapeur X à l'équilibre est :

$$X = \frac{v - v_L}{v_G - v_L}$$

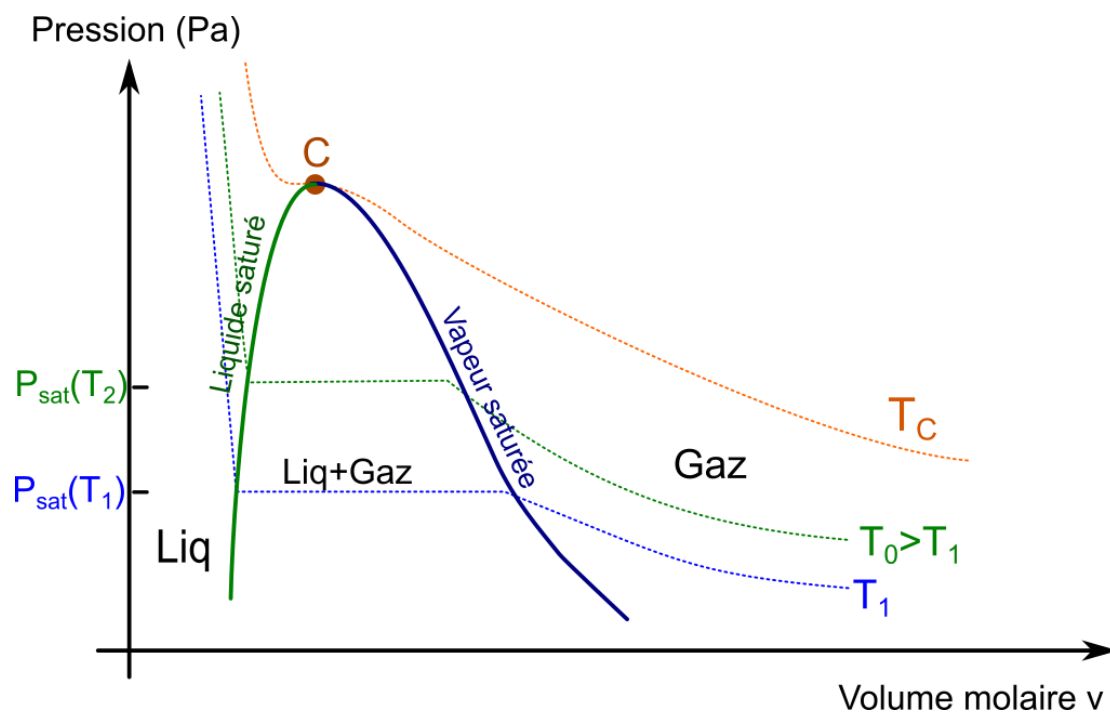
L'application numérique à $T = 100^\circ\text{C}$ donne

$$X = \frac{1 - 1,04 \cdot 10^{-3}}{1,673 - 1,04 \cdot 10^{-3}} \approx \frac{1}{1,673} = 0,597$$

On fait subir à ce système une détente adiabatique réversible le faisant passer de la température T_0 à la température $T_1 = 50^\circ\text{C}$.

3. Tracer l'allure du diagramme de Clapeyron $P(v)$ caractéristique du changement de phase d'un corps pur en indiquant :

- Les différents domaines $\{L, V \text{ et } L+V\}$
- Les courbes du liquide saturé et de la vapeur saturée
- Le point critique C
- L'allure des chemins suivi par deux transformations isothermes à T_0 et T_1 .



4. Déterminer les chaleurs latentes de vaporisation de l'eau $L_{vap}(T_0)$ et $L_{vap}(T_1)$ respectivement pour les températures T_0 et T_1 .

Puisqu'un changement de phase s'effectue à pression constante, la chaleur latente de vaporisation correspond à la chaleur échangée entre les 2 phases et donc à la variation d'enthalpie entre la phase liquide et la phase vapeur.

Pour une température T , $L_{vap}(T) = h_G(T) - h_L(T)$

D'après la table, on calcule que :

$$L_{vap}(100\text{ °C}) = 2671 - 418 = 2253 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

$$L_{vap}(50\text{ °C}) = 2587 - 209 = 2378 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

5. Calculer le nouveau titre massique en vapeur X' du système liquide-vapeur à la fin de la détente adiabatique. On considérera que la capacité thermique du liquide c_L reste constante au cours de la détente et vaut $4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

La détente est adiabatique donc la variation d'entropie massique est $\Delta s_{01} = s_1 - s_0 = 0$. En utilisant la relation de l'adiabatique donnée :

$$c_L \cdot \ln(T_0) + \frac{X \cdot L_{vap}(T_0)}{T_0} = c_L \cdot \ln(T_1) + \frac{X' \cdot L_{vap}(T_1)}{T_1}$$

Ce qui donne :

$$X' = c_L \cdot \ln\left(\frac{T_0}{T_1}\right) \cdot \frac{T_1}{L_{vap}(T_1)} + X \cdot \frac{L_{vap}(T_0)}{L_{vap}(T_1)} \cdot \frac{T_1}{T_0}$$

L'application numérique donne $X' = 0,572$

6. Calculer le volume du cylindre, noté V_1 , et la pression P_1 du mélange à l'équilibre après la transformation.

On détermine d'abord le volume massique grâce au titre en vapeur X'

$$v_1 = X' \cdot (v_{G@50} - v_{L@50}) + v_{L@50} = 6,89 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$$

donc $V_1 = m \cdot v_1 = 0,689 \text{ m}^3$

La pression P_1 se déduit de la table puisque la température est de 50°C , la pression de vapeur saturante est $P_1 = 0,123 \text{ bar} = 12,3 \text{ kPa}$.

7. Quel titre de vapeur initial, noté X'' , à 100°C aurait-on dû avoir pour que celui-ci reste constant pendant la transformation ? Quelle masse initiale d'eau aurait-il fallu introduire initialement pour obtenir ce titre de vapeur ?

On veut que :

$$c_L \cdot \ln(T_0) + \frac{X'' \cdot L_{vap}(T_0)}{T_0} = c_L \cdot \ln(T_1) + \frac{X'' \cdot L_{vap}(T_1)}{T_1}$$

On trouve : $X'' = 0,455$

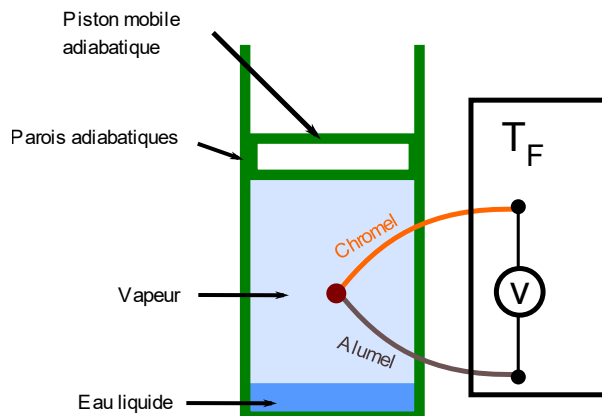
On en déduit le volume massique initial :

$$v_2 = X'' \cdot (v_{G@100} - v_{L@100}) + v_{L@100} = 0,762 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$$

et la masse initiale à introduire est $m_2 = V/v_2 = 13,1 \text{ g}$.

Partie 3 – Mesure de température par effet Seebeck (2 points)

Afin de mesurer les températures T_0 (100°C) et T_1 (50°C) dans le cylindre de la partie 2, on utilise un thermocouple de type K (Chromel-Alumel) ayant un pouvoir thermoélectrique de α de $42\mu\text{V.K}^{-1}$.



La jonction froide est située à l'extérieur du cylindre, à température ambiante de $T_F = 20^\circ\text{C}$. Un voltmètre est placé aux deux extrémités du thermocouple. La jonction chaude entre les deux branches étant située dans le cylindre.

1. Rappeler en quelques lignes le principe de l'effet Seebeck et la relation existante entre une différence de température T_C et T_F et la tension mesurée (f.e.m.) ΔV aux bornes d'un matériau thermoélectrique.

L'effet Seebeck est l'un des trois effets thermoélectriques, il explique la génération d'une tension (et d'un courant électrique) lorsqu'un matériau thermoélectrique est soumis à une différence de température. La relation liant la tension à la différence de température est :

$$\Delta V = \alpha \cdot \Delta T = \alpha \cdot (T_C - T_F)$$

Où α est le coefficient Seebeck ou pouvoir thermoélectrique du matériau en V.K^{-1} .

2. Calculer les tensions mesurées grâce au voltmètre pour les deux températures du cylindre T_0 et T_1 .

Rien de compliqué, on utilise les données :

$$\Delta V_0 = \alpha \cdot (T_0 - T_F) = 42 \cdot 10^{-6} \cdot (100 - 20) = 3,36\text{mV}$$

$$\Delta V_1 = \alpha \cdot (T_1 - T_F) = 42 \cdot 10^{-6} \cdot (50 - 20) = 1,26\text{mV}$$

Espace supplémentaire pour répondre (n'oubliez pas de faire un renvoi à l'exercice et à la question).