

Mécanique des Milieux Continus (MMC)

Le braquage qui a eu lieu le 19 octobre 2025 au musée du Louvre à Paris a fait la une des médias du monde entier. Pour réaliser ce braquage, un monte-meubles classique (plateforme élévatrice à échelle télescopique) a été utilisé pour permettre d'atteindre le premier étage et de dérober des bijoux d'une valeur historique inestimable.



Figure 1: monte-meubles utilisé lors du braquage du Louvre en octobre 2025..

On se pose la question du dimensionnement de ce monte-meubles dans le cas où les braqueurs auraient eu l'ambition de dérober un autre butin beaucoup plus lourd, comme la statue « Victoire de Samothrace » qui pèse environ 5 tonnes. Deux problèmes peuvent se poser alors :

- **Partie 1** : le monte-meubles basculerait-il si la statue était posée à l'extrémité de l'échelle ?
- **Partie 2** : comment se déformerait alors l'échelle du monte-meubles ? Le matériau constitutif de l'échelle serait-il capable de supporter une telle déformation ?

On choisit de faire les hypothèses suivantes :

- on considère que le poids du monte-meubles déployé et à vide peut être modélisé par un seul vecteur poids $\underline{P} = -Mge_2$ appliqué au centre de gravité G du monte-meubles seul (sans effort au point C)
- le problème est considéré plan
- la configuration particulière illustrée en Figure 2 est utilisée (elle correspond à un certain angle et à un certain déploiement de l'échelle)

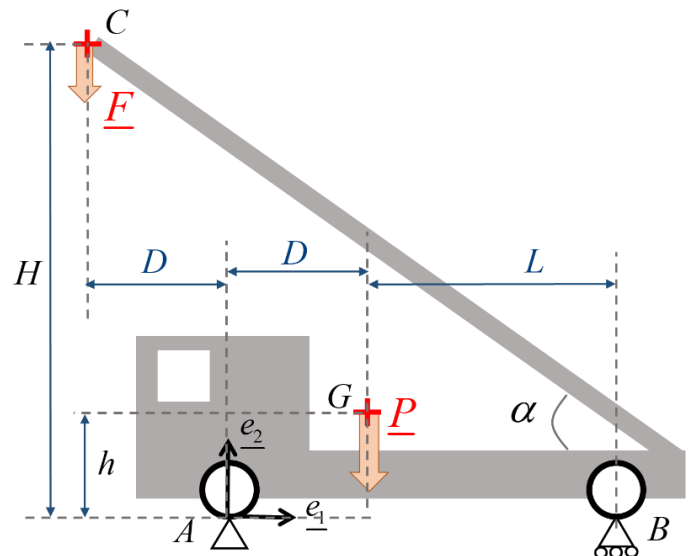


Figure 2: configuration du monte-meubles..

Partie 1 : basculement du monte-meubles (/10)

1. Calcul les deux réactions $\underline{R}_A$ et $\underline{R}_B$ au sol au niveau des deux roues aux points A et B dans le cas où aucune charge ne se trouve en haut de l'échelle ($\underline{F} = \underline{0}$) (/2)

Attention : même si ce résultat est très évident, faites-en une démonstration rigoureuse !

Le monte-meubles est à l'équilibre et donc évidemment on applique le PFS

$$\underline{P} + \underline{R}_A + \underline{R}_B + \cancel{\underline{F}} = \underline{0} \Rightarrow \underline{R}_A + \underline{R}_B = -\underline{P} = Mge_2$$

Il y a ici une équation et deux inconnues, il faut également écrire l'équilibre des moments n'importe où et par exemple ici au point A :

$$\cancel{M_A(R_A)} + M_A(R_B) + M_A(\underline{P}) = 0$$

$$\Rightarrow \underline{AG} \wedge \underline{P} + \underline{AB} \wedge \underline{R_B} = 0$$

$$\Rightarrow (D\underline{e_1} + h\underline{e_2}) \wedge -Mg\underline{e_2} + (D+L)\underline{e_1} \wedge (R_{1B}\underline{e_1} + R_{2B}\underline{e_2}) = 0$$

$$\Rightarrow -MgD\underline{e_3} + (D+L)R_{2B}\underline{e_3}$$

$$\Rightarrow \underline{R_B} = Mg \frac{D}{D+L} \underline{e_2}$$

On peut donc en déduire d'après la première équation ci-dessus :

$$\underline{R_A} + \underline{R_B} = Mg\underline{e_2}$$

$$\Rightarrow \underline{R_A} + Mg \frac{D}{D+L} \underline{e_2} = Mg\underline{e_2}$$

$$\Rightarrow \underline{R_A} = Mg \left(1 - \frac{D}{D+L} \right) \underline{e_2} = \frac{L}{D+L} \underline{e_2}$$

2. Peut-on obtenir le même résultat en utilisant la statique graphique ? (1)

Le système fait intervenir trois efforts dans le plan, donc les règles de la statique graphique pourraient s'appliquer. En revanche la ligne d'action correspondant au poids est verticale, ainsi que la ligne d'action au point B en raison du pivot sur rouleaux --> on en déduit que les trois lignes d'actions ne peuvent pas être concourantes donc elles sont parallèles. Les trois efforts forment également un triangle fermé, mais cela ne nous permet pas de résoudre le système graphiquement car le triangle est aplati !

3. On ajoute désormais une masse m au point C correspondant au butin qui est dérobé, de telle sorte que $\underline{F} = -mg\underline{e_2}$. Où se trouve le nouveau centre de gravité D de coordonnées (x_1, x_2) de l'ensemble [monte-meubles+butin] en fonction de la masse m du butin ? (2)

Astuce : pensez-à vérifier votre résultat en faisant tendre M et m vers 0

Il s'agit uniquement ici de calculer un centre de masse en pondérant les deux points G et C par les masses associées respectives M et m .

On appelle O le nouveau centre de gravité et on note ses coordonnées x_1, x_2 . On a donc :

$$M \times \underline{OG} + m \times \underline{OC} = \underline{0}$$

$$\Rightarrow M \times ((D - x_1) \underline{e}_1 + (h - x_2) \underline{e}_2) + m \times (-(D + x_1) \underline{e}_1 + (H - x_2) \underline{e}_2) = \underline{0}$$

$$\Rightarrow (M(D - x_1) - m(D + x_1)) \underline{e}_1 + (M(h - x_2) + m(H - x_2)) \underline{e}_2 = \underline{0}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} D(M - m) - x_1(M + m) = 0 \\ Mh + mH - x_2(M + m) = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = D \frac{M - m}{M + m} \\ x_2 = \frac{Mh + mH}{M + m} \end{cases}$$

On vient de trouver les deux coordonnées du point D

4. A partir de la question précédente, trouver une condition pour que l'ensemble [monte-meubles+butin] ne bascule pas. (/2)

Astuce : Où le centre de gravité doit-il se trouver pour que les deux roues touchent le sol... ?

Remarque : même si le résultat est très évident, on attend également ici une démonstration propre

Il faut évidemment que la position horizontale du centre de gravité soit compris entre les deux roues du véhicule pour qu'il ne bascule pas. On en déduit les conditions suivantes :

$$\begin{cases} x_1 = D \frac{M - m}{M + m} \leq (D + L) \\ x_1 = D \frac{M - m}{M + m} \geq 0 \end{cases}$$

Comme les masses sont positives, le coefficient $\frac{M - m}{M + m}$ est forcément plus petit que 1 et donc la première condition est toujours respectée.

Pour respecter la deuxième condition : il suffit que $M > m$ et donc que la masse du butin soit plus petite que la masse du monte-meubles pour que l'ensemble ne bascule pas !

5. Au point limite où l'ensemble bascule, la roue arrière (en B) ne touche plus le sol et donc $\underline{R}_B = \underline{0}$. Retrouver la condition précédente en écrivant l'équilibre de l'ensemble [monte-meubles + butin], en considérant que le centre de gravité en question 3 n'a pas été calculé, et donc que les efforts en présence sont $\underline{R}_A$, $\underline{P}$ et $\underline{F}$ (/2)

Il faut réécrire un PFS cette fois avec l'effort $\underline{P}$ au point G, l'effort $\underline{F}$ au point C, et l'effort $\underline{R}_A$

Le moment total doit être nul et donc si on le calcul par exemple au point A :

$$\underline{M}_A(\underline{P}) + \underline{M}_A(\underline{F}) + \cancel{\underline{M}_A(\underline{R}_A)} = 0$$

$$\Rightarrow \underline{AG} \wedge -Mg\underline{e}_2 + \underline{AC} \wedge -mg\underline{e}_2 = 0$$

$$\Rightarrow (D\underline{e}_1 + h\underline{e}_2) \wedge -Mg\underline{e}_2 + (-D\underline{e}_1 + H\underline{e}_2) \wedge -mg\underline{e}_2 = 0$$

$$\Rightarrow -DMg + Dmg = 0 \Rightarrow m = M$$

On retrouve donc bien qu'à ce point de bascule limite, la masse du butin est égale à la masse du monte-meubles à vide !

6. **Conclusion** : la masse du monte-meubles à vide peut être facilement trouvée sur le catalogue constructeur. Dans la configuration précise décrite en Figure 2, quelle est la masse maximale du butin qui peut être chargée au bout de l'échelle ? (1)

La charge qui peut être transportée est égale à la masse du véhicule à vide dans cette configuration !