

DS TH2 2026 – correction

Chaud et froid

1 $\Delta H_{tot} = Q_{tot} = 0$ $\xrightarrow{P_{const}}$ récipient calorifuge

Il n'est pas question ici d'appliquer le premier principe en système ouvert ! D'autre part si P est constante, c'est que le volume varie.

e La glace a fondu et la vapeur s'est liquéfiée (le tout à P constante), donc

$\Delta H_{\text{tot}} = m_g \times \Delta h_{\text{fus}} + m_g c_{\text{eau}} (\theta_f - \theta_g) \quad \ominus \quad m_v \Delta h_{\text{vap}} + m_v c_{\text{eau}} (\theta_f - \theta_v) = 0$

liquefaction = inverse (vaporisation)

Il faut apporter de l'énergie à la glace pour la faire fondre, puis en apporter encore pour faire passer le liquide résultant de 0°C à θ_f . C'est l'inverse pour la vapeur.

$$\Delta H_{\text{tot}} = \underbrace{m_g \times \Delta h_{\text{fus}} + m_g c_{\text{eau}} (\theta_f - \theta_g)}_{Q \text{ reçue par la glace}} \quad \underbrace{- m_v \Delta h_{\text{vap}} + m_v c_{\text{eau}} (\theta_f - \theta_v)}_{Q \text{ « reçue » par la vapeur} = 0}$$

On en déduit $\theta_f = (m_g c_{eau} \theta_g + m_v c_{eau} \theta_v + m_v \Delta h_{vap} - m_g \Delta h_{fus}) / [(m_g + m_v) c_{eau}]$

$$A.N.: \theta_f = (25 \times 4,2 \times 0 + 10 \times 4,2 \times 100 + 10 \times 2260 - 25 \times 334) / [(25+10) \times 4,2] = 125^\circ C$$

Ceci est bien sûr incohérent car à $P = 1,013 \text{ bar}$, $T = 125^\circ\text{C}$, l'eau est à l'état 100% vapeur.

3/ La température finale vaut nécessairement $\theta_F = 100^\circ\text{C}$, cf. équilibre liquide-vapeur à P_{atm} (θ_F = température d'ébullition)

On a cette fois: $\Delta H_{\text{tot}} = 0 = m_g \Delta h_{\text{fus}} + m_g c_{\text{eau}} (0 - \theta_f) - m_{\text{liq}} \Delta h_{\text{vap}}$
 ↳ masse de vapeur liquéfiée

$$\text{donc: } m_{\text{Hg}} = \frac{m_g [\Delta h_{\text{fus}} + c_{\text{eau}} (\theta_f - \theta_g)]}{\Delta h_{\text{vap}}} = \frac{25 \times [334 + 4,2 \times (100 - 0)]}{2260} = 8,34 \text{ g}$$

On en déduit la masse d'eau liquide: $m_{Lf} = m_g + m_{liq} = 33\text{g}$, et la masse de vapeur $m_{vf} = m_v - m_{liq} = 1,66\text{g}$

Vaporisation sous vide

$$1. \quad m = \rho V = 558 \times 50 \times 10^{-6} = 4,79 \times 10^{-2} \text{ kg} = 47,9 \text{ g} \cdot \text{GP} \rightarrow V = \frac{nRT}{P} = \frac{m}{M} \frac{RT}{P} = \frac{47,9}{18} \times \frac{8,31 \times 373}{1013 \times 10^5}$$

Soit $V_{\text{vap}} = 8,14 \times 10^{-2} \text{ m}^3 = 81,4 \text{ L} > V_0 \rightarrow$ la vaporisation ne peut pas être complète

2. La vaporisation consomme de l'énergie. Or aucune énergie ne rentre dans le système (cf parois rigides $\rightarrow W=0$ et isolantes $\rightarrow \Phi=0$). Cette énergie est donc prise à l'eau sous forme de refroidissement: $T_F < T_I$. Attention à ne pas utiliser des raisonnements valables uniquement pour un gaz.

Le volume massique de la vapeur saturante à T_F est encore + grand qu'à T_I :

$V_{\text{sat}}(T_F) > V_{\text{sat}}(T_I) > V_0$ donc la vapeur ne peut pas se retrouver seule dans l'état final.

3/ $\alpha_F = \frac{V_0 - V_L}{V_G - V_L} \approx \frac{V_0}{V_G} \approx V_0 \times \frac{P}{nRT_F} = V_0 \frac{MP}{nRT_F}$ avec $P = P_{sat}(T_F)$ - cf équilibre diphasique.

4 $U = H - PV \rightarrow \Delta U = \Delta H - \Delta(PV) = \Delta H - (P_{\text{sat}}(T_F) V_F - P_{\text{sat}}(T_i) V_i) \approx \Delta H - P_{\text{sat}}(T_F) V_F = 0$ $\Delta(PV) \neq P\Delta V + V\Delta P$ $V_0 = V(\text{liquide initial}) \ll V_0$ cf 9.2 $\Delta U = 0$

5 $\Delta H = \underbrace{H(A') - H(EI)}_{\text{refroidissement d'eau liquide}} + \underbrace{H(EF) - H(A')}_{\text{vaporisation d'eau à } T_F} = m_{\text{eau}}(T_A, -I) + x_f m_{\text{eau}} \Delta h_{\text{vap}}(T_F)$ GP $\rightarrow 1$ par "massique"

$\rightarrow$ d'où l'expression demandée

$\epsilon \quad v_L \approx 1 \text{ dm}^3 \text{ kg}^{-1} \ll v_g$ donc $\frac{dp_g}{dT} \approx \frac{\Delta h_{\text{vap}}}{T v_g} \approx \frac{\Delta h_{\text{vap}}}{T} \cdot \frac{p_g}{n R T}$. Or $n = \frac{m}{M} \rightarrow \frac{dp_g}{dT} \approx \frac{M p_g \Delta h_{\text{vap}}}{R T^2}$

7 La formule précédente donne : $\frac{dP_s}{P_s} = \frac{M \Delta h_{vap}}{R} \frac{dT}{T^2}$ soit par intégration : $\ln P_s(T_f) - \ln P_s(T_i) = -\frac{M \Delta h_{vap}}{R} \left(\frac{1}{T_f} - \frac{1}{T_i} \right)$
D'où l'expression demandée.

8 En combinant ce résultat à celui des questions 3 et 5 on obtient :

$$m_{eau} (T_f - T_i) + m \Delta h_{vap} \frac{V_0 M P_{sat}(T_f) - P_{sat}(T_i) V_0}{m R T_f} = 0$$

$$\text{Soit } m_{eau} (T_f - T_i) + \left(\frac{\Delta h_{vap} M}{R T_f} - 1 \right) V_0 P_i e^{-\frac{M \Delta h_{vap}}{R} \left(\frac{1}{T_f} - \frac{1}{T_i} \right)} = 0$$

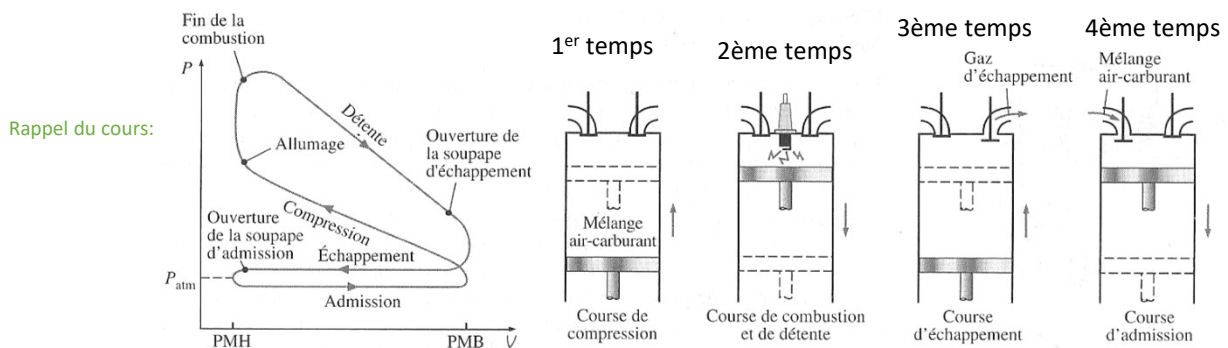
9 On en déduit :

$$P_f = 1,013 \times 10^5 \times e^{-\frac{18 \times 10^{-3} \times 2257 \times 10^3}{8,31} \times \left(\frac{1}{74,6+273} - \frac{1}{373} \right)} = 38,9 \text{ hPa} = 0,389 \text{ bar}$$

$$\text{or } x_f = \frac{V_0 M P_f}{m R T_f} \approx \frac{10 \times 10^{-3} \times 18 \times 10^{-3} \times 0,389 \times 10^5}{47,9 \times 10^{-3} \times 8,31 \times (74,6+273)} = 5 \times 10^{-2} = 5\% \text{ de vapeur.}$$

Cycle essence

1 1^{er} temps
1 → 2 = compression ; 2^{ème} temps
2 → 3 + 3 → 4 = Explosion + détente. Entre 4 et 1, on a en réalité les deux temps : échappement puis admission de gaz frais.
La compression et la détente sont adiabatiques car la chaleur n'a pas le temps de sortir du cylindre pendant un cycle (durée ~ 99 901 s)



2 $\eta = \frac{-W}{Q_c} = \frac{Q_c + Q_f}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c}$ 2-3 et 4-1 isochores
 $\Delta U = 0 = Q_c + Q_f + W$
 $\eta = 1 + \frac{Q_f}{Q_c} = 1 + \frac{n C_v (T_4 - T_2)}{n C_v (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$ $C_v \approx \text{const}$
 $n \approx \text{const}$ car excès d'air

1 → 2 : GP adiab. + quasi-stat $\rightarrow P V^\gamma = \text{const} \rightarrow T V^{\gamma-1} = \text{const} \rightarrow T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{\alpha^{\gamma-1}}$

3 → 4 : on a de même : $\frac{T_4}{T_3} = \frac{1}{\alpha^{\gamma-1}} = \frac{T_1}{T_2}$, donc $\frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = \frac{1}{\alpha^{\gamma-1}}$ et $\eta = 1 - \frac{1}{\alpha^{\gamma-1}}$

3 Carnot = 2 adiabatiques + 2 isothermes, le tout réversible

$\Delta S = 0 = \frac{-Q_f}{T_f} + \frac{-Q_c}{T_c} \rightarrow \frac{P_f}{Q_c} = -\frac{T_f}{T_c}$

$\eta = 1 + \frac{Q_f}{Q_c} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$. Pour le cycle essence, $T_f = T_1$, $T_c = T_3$ et $\eta = 1 - \frac{T_1}{T_3} < 1 - \frac{T_1}{T_2} = \eta_{\text{Carnot}}$

Pour le cycle de Carnot on a une égalité, et non pas $\leq$