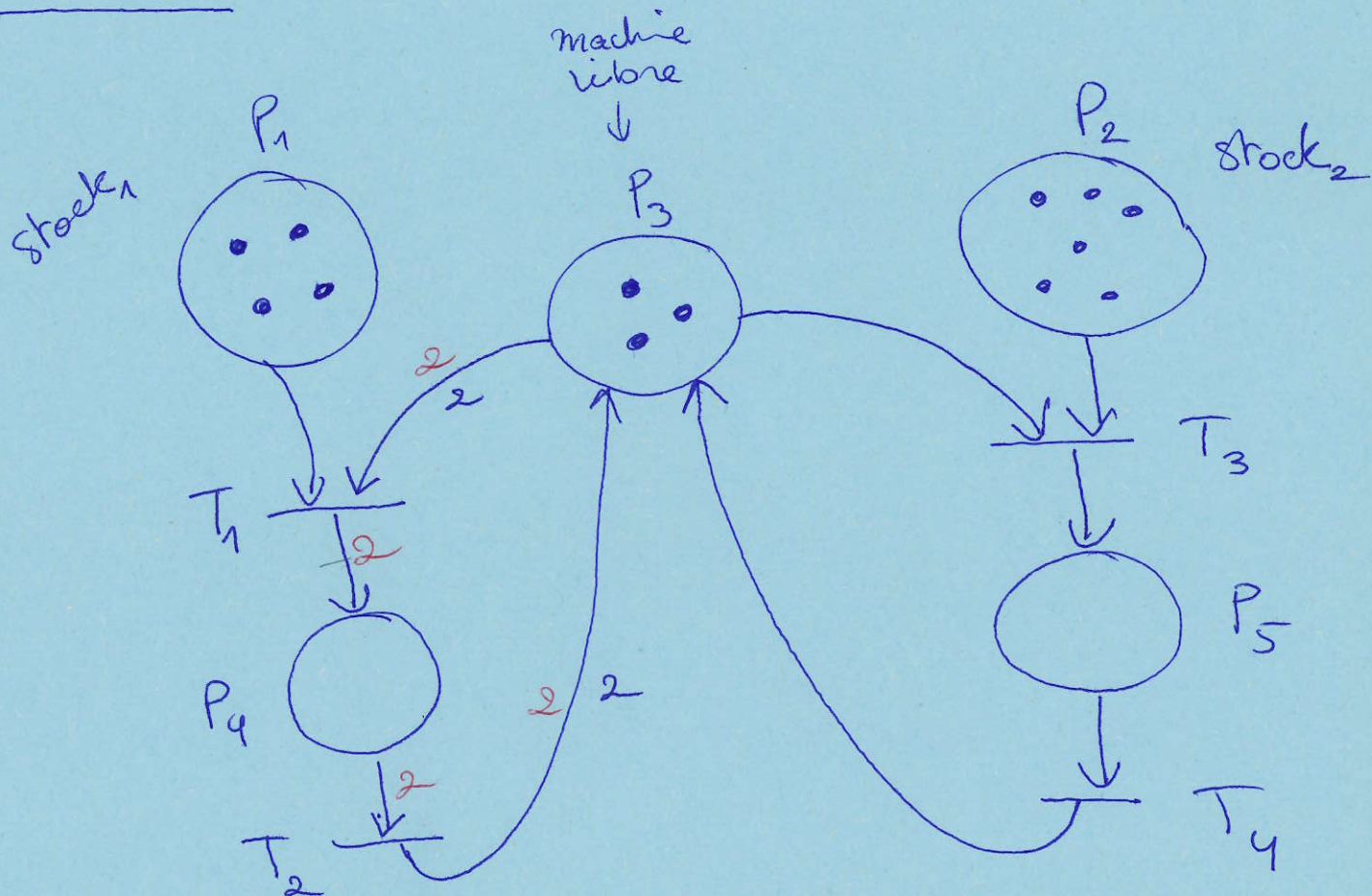


Exo 1



- Composante conservatrice $C = \{P_3, P_4, P_5\}$
- Invariant associé à la sol 1 (en bleu): $M_3 + M_5 + 2M_4 = 3$
 → semi flot associé $F^T = (0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 1)$
- Invariant associé à la sol 2 (en rouge): $M_3 + M_4 + M_5 = 3$
 → semi flot associé: $F^T = (0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1)$

Remarque : Il ya deux possibilités (solutions) :

- en bleu : mettre un poids = 2 sur les arcs qui consomment et libèrent 2 unités de la machine, et poids égal à 1 entre $(T_1 \text{ et } P_4)$ & $(P_4 \text{ et } T_2)$
 ⇒ 1 jeton en P_4 implique que 2 unités de la machine sont oqp.
- en rouge : mettre un poids = 2 sur tt les arcs associés au produit de type A ⇒ 1 jeton en P_4 implique 1 unité de M.

$$\begin{pmatrix} 4a+3b \\ 2a+4b \\ a+b \end{pmatrix} \xrightarrow{T_2/a} \begin{pmatrix} 4a+4b \\ 2a+4b \\ b \end{pmatrix} \xrightarrow{T_1/a} \begin{pmatrix} 2a+4b \\ 2a+2b \\ a+2b \end{pmatrix} \xrightarrow{T_1/b} \begin{pmatrix} a+3b \\ a+2b \\ 3a+2b \end{pmatrix} \xrightarrow{T_2/b} \begin{pmatrix} 2a+3b \\ a+2b \\ 3a+b \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 4a+3b \\ 2a+4b \\ a+b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -f_1 & f_4 \\ -f_2 & 0 \\ f_3 & -Id \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a+b \\ a+b \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} f_4(a+b) - f_1(a+b) \\ -f_2(a+b) \\ f_3(a+b) - a - b \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a+b - 2a - a - b \\ -2b - a \\ 3a+b - a - b \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2a \\ -a-2b \\ 2a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a+3b \\ a+2b \\ 3a+b \end{bmatrix}$$

5.5